



Injection de flux et d'hélicité magnétiques dans l'atmosphère solaire

Etienne Pariat

► To cite this version:

Etienne Pariat. Injection de flux et d'hélicité magnétiques dans l'atmosphère solaire. Astrophysique [astro-ph]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2006. Français. NNT : . tel-00108682

HAL Id: tel-00108682

<https://theses.hal.science/tel-00108682>

Submitted on 23 Oct 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ PARIS 7 - DENIS DIDEROT

École doctorale Astronomie et Astrophysique d'île de France

THÈSE DE DOCTORAT

Spécialité

ASTROPHYSIQUE ET MÉTHODES ASSOCIÉES

INJECTION DE FLUX ET D'HÉLICITÉ MAGNÉTIQUES DANS L'ATMOSPHÈRE SOLAIRE

par

ETIENNE PARIAT

Thèse dirigée par Brigitte SCHMIEDER

Soutenue publiquement

le 15 septembre 2006

à l'Observatoire de Meudon

devant le jury composé de :

Gérard BELMONT	Président du jury
Jean HEYVAERTS	Rapporteur
Fernando MORENO-INSERTIS	Rapporteur
Marcello FULCHIGNONI	Examineur
Brigitte SCHMIEDER	Directrice de thèse
Pascal DÉMOULIN	Co-directeur de thèse

à mon frère, Jacques.

Remerciements

Dans une thèse, les remerciements ressemblent souvent à une longue énumération de noms, prénoms et surnoms, donnant parfois l'impression que la terre entière a participé au travail. Claire, tu m'avais enjoint à ne pas tomber dans ce travers.

Chère cothurne, je suis désolé de te décevoir¹ !

En y réfléchissant je me suis rendu compte qu'une thèse représente bien plus qu'un ensemble de travaux, de réflexions, publiées ou non. Une thèse c'est avant tout trois années passées dans un laboratoire, trois années de collaborations avec différentes personnes. Certaines idées, certains conseils ont parfois émergé, suite à ces entretiens. Une thèse, c'est aussi un bout de vie, une somme de moments et de rencontres qui ont permis d'être dans un état d'esprit propice au travail, d'assurer un certain bien être. C'est pour cela que je souhaite exprimer à de nombreuses personnes la gratitude que je leur porte.

Pour commencer je tiens à remercier le mouvement étudiant anti-CPE. Je dois avouer que le blocage de l'Université m'a permis de me consacrer entièrement à la rédaction de ce manuscrit et de le finir dans les temps impartis.

Ensuite mes pensées vont vers tous ceux qui ont amélioré la qualité et la lisibilité de ce manuscrit. La grammaire et l'orthographe française souffrent beaucoup sous ma plume. Pour y remédier j'ai dû initier l'*orthographethon 2006*, un collectif d'aide aux handicapés de l'orthographe. Merci donc à Abdenour Ali-Yahia, Claire Amiot, Jean Boisson, ma sœur Christine et son mari Hervé Druart, Guillaume Guidoni, Claire Imbert, Claire Menesguen, Anne Osdoit, Vincent Perrier, Olivier Prou, Martin Schoeller, Diane Simiu, Philippe Stamenkovic, François Vanhoutte et Judith Vatteville, pour avoir bien voulu accorder quelques instants à mon travail. Je remercie aussi ma mère, Anne, ma sœur Emmanuelle et mon frère Jacques, bien qu'ils n'aient pas pu m'aider sensiblement : ils entretiennent eux aussi une relation conflictuelle avec la langue écrite. Leur part a néanmoins été plus que comblée grâce à mon père Michel Pariat. Je souhaite tout particulièrement lui rendre hommage pour avoir pris le temps de relire entièrement ma thèse, pour avoir eu le courage, en tant que non spécialiste, d'essayer de la comprendre², pour m'avoir suggéré de nombreuses améliorations.

Tant que j'en suis à remercier ceux qui ont eu une influence sur le manuscrit, je souhaite surtout remercier mon jury, à commencer par Gérard Belmont pour avoir accepté d'en prendre la présidence, ainsi que ses autres membres, Jean Heyvaerts, Fernando Moreno-Insertis et Marcello Fulchignoni, pour leur lecture approfondie de mon travail, leurs remarques et ques-

1. Et je dois te décevoir sacrément car avec ces trois pages de remerciements je dépasse largement le quota usuel. Cela n'est pas si grave, en définitive les remerciements restent la section la plus lue d'une thèse . . .

2. Et heureusement d'y arriver parfois.

tions pertinentes, et surtout pour leurs compliments unanimes. Il faut bien le reconnaître, cela reste vraiment ce qui fait le plus plaisir ...

La thèse, c'est aussi trois années passées dans un laboratoire, le LESIA en ce qui me concerne. Je tiens à souligner ici combien ce laboratoire constitue un microcosme particulièrement adapté à une recherche scientifique de qualité. Grâce à son directeur Jean-Louis Bougeret, les étudiants disposent de moyens particulièrement importants, en terme de matériel, de possibilités de voyager et de s'exprimer. Je souhaite aussi remercier le personnel administratif, en particulier Christine Balsamo, et le personnel du service informatique, qui m'ont grandement facilité la vie. Je souhaite aussi saluer Jacquelyne Plancy pour sa disponibilité, sa gentillesse, et pour l'aide précieuse qu'elle apporte à tous les étudiants du DEA.

Je tiens à signaler que ma thèse a été financée par le ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche³ via l'Ecole Normale Supérieure de Lyon, l'Université Paris 7 et l'Université Paris 6, où j'effectuais des enseignements de moniteur.

Au cours de ma thèse, j'ai aussi eu le privilège de pouvoir me déplacer de nombreuses fois à l'étranger. Au final sur trois ans de thèse, plus de six mois m'ont trouvé hors de France. J'ai ainsi pu m'exercer à l'américain, à l'argentin, à l'espagnol, au slovaque, au belge, à l'allemand, au hollandais et même au chinois. Je souhaite donc remercier les organismes, tels que l'APL/JHU, l'Université Paris 5 (ECOS-SUD), l'INSU, le réseau européen ESMN, le NRL, l'ESA, l'observatoire de Beijing et l'observatoire de Paris, pour m'avoir permis d'être un Ulysse.

Deux de ces voyages ont été consacrés à des observations avec le télescope⁴ THEMIS. Je tiens à remercier le personnel présent, et en particulier Alberto Sainz Dalda, Arturo Lopez Ariste et François-Xavier Schmider, pour leurs attentions et conseils lors de mes séjours. Je remercie tout particulièrement Kostas Tziouziou et Arkadiusz Berlicki⁵ pour m'avoir initié aux joies et subtilités de l'observation.

Mon plaisir de voyager a été en particulier stimulé par les nombreuses rencontres que j'ai pu faire. En plus d'avoir des discussions scientifiques passionnantes, j'ai pu entamer des collaborations que je souhaite pérennes et fructueuses. Je veux à ce titre remercier Leon Golub, Spiro Antiochos, James Klimchuk, Marc Cheung et Kazunari Shibata ainsi que Ed DeLuca, Dave Rust, Manolis Georgoulis, Jungchul Chae, Mitch Berger et Alexander Nindos, avec lesquels j'ai activement travaillé et ceci toujours dans une ambiance conviviale. Enfin, je veux témoigner de toute mon amitié à ceux, qui, en plus de me proposer un cadre scientifique stimulant, ont exalté ma curiosité en m'introduisant à leur pays, à leurs arts, à leur culture, à leur gastronomie. Cristina Mandrini, Sergio Dasso, Abigaël Ganopol, Marc Linton, Deng Yuanyong, Juan Guo, Ganghua Lin, Chen Jie, j'espère pouvoir moi aussi vous faire partager un peu du Paris que je chéris. A l'observatoire de Meudon, les rencontres avec les chercheurs et plus particulièrement ceux du pôle solaire de LESIA, tels Guillaume Molodij, Pierre et Nicole Mein et Lydia Van Driel-Gesztletyi furent particulièrement enrichissantes. Je souhaite les remercier pour les discussions que nous avons eues et qui, je l'espère, se poursuivront.

Ces années de thèse ont aussi été l'occasion de me lier d'amitié avec de nombreux étu-

3. Cela peut paraître un peu flagorneur de remercier ces institutions mais il serait ingrat de les oublier. Sans ce système de financement peu de recherche...

4. Pas de lapsus cette fois ci !

5. Arek, nos apéros et nos observations du rayon vert restent de très bons souvenirs

dians, ici et ailleurs, de pots en pots et de colloques en colloques. Ces rencontres m'ont ouvert l'esprit à d'autres problématiques que celles uniquement liées à mon domaine d'expertise. Elles ont aussi et surtout été l'occasion de passer de joyeux moments dans les bars de Paris et du reste de la planète⁶. Je passe donc un coucou à ceux rencontrés là-bas, Rebecca, Stanislas, Nazaret⁷, Markus, Moncef⁸, Chen Jie, Bryan⁹ et à ma chère Dana. Un bonjour aussi à ceux que je côtoie plus fréquemment ici; mes camarades du DEA; Coralie, Cyril¹⁰, Jimmy, Mathieu, Marion, Sylvestre; et ceux du LESIA, Patrick, Olga, Alessandra, Yannis, Jérémie, Vincent, Sandrine, Cyril et Julio. Mes salutations vont plus particulièrement à destination d'Evelyne Alecian, avec qui cela fait plus de quatre années que je partage au même rythme la vie de thésitif; l'avoir eue à mes côtés¹¹ a rendu les choses beaucoup plus simples.

Mes remerciements sont définitivement très longs, aussi si vous ne devez retenir qu'une chose que ce soit ce qui va suivre. Tout le reste n'aurait pas été possible sans ma directrice de thèse, Brigitte Schmieder. Je suis profondément reconnaissant à Brigitte de m'avoir pris sous son aile, de m'avoir appris à voler, de m'avoir permis de rencontrer toutes les personnes citées précédemment, de m'avoir systématiquement poussé à aller à la rencontre des autres, à présenter mon travail, à interagir avec la communauté solaire et d'avoir suscité tant de connexions synaptiques. Je suis très fier d'avoir pu, pendant trois années, faire partie du groupe qu'elle constitue avec Pascal Démoulin et Guillaume Aulanier. Je souhaite témoigner à tous les trois de toute ma gratitude pour les heures et les jours qu'ils m'ont consacrés sans compter, pour n'avoir jamais¹² refusé de m'accorder quelques instants lorsque je les sollicitais, même lorsque leur emploi du temps était plus que chargé, pour les dizaines et les centaines de conseils qu'ils m'ont donnés¹³. Travailler dans de telles conditions est une véritable bénédiction. Leur exigence, leur rigueur, leur finesse et leur intelligence ont été et sont un vrai défi pour moi. Je souhaite réellement pouvoir faire honneur à tout ce que j'ai appris à leur côté.

Enfin je veux témoigner de toute ma reconnaissance à ma famille et à mes amis, et à l'amour qu'ils me prodiguent, ma véritable source d'énergie. Grand nombre d'entre vous m'ont prouvé cette affection en répondant à mon *orthographethon 2006*. A ceux qui avaient trop de travail, voire que je n'ai pas sollicités; Marion, Julien B., Julien et Julie T., Xavier, Nadim, Caroline, Ségolène, Charlotte, Béatrice, Julien H., Julie C., Stéphanie et Helena sachez que vous n'êtes jamais loin de mes pensées. Je voudrais aussi dire à mes neveux et nièce, Léo, Lucas et Coline, à mes soeurs, frère et beau-frère, Christine, Emmanuelle, Jacques et Hervé, à mes parents, Anne et Michel et à mes grands parents, Marthe et Roger, tout l'amour que je leur porte. Je veux les remercier pour le climat de stimulation intellectuelle, d'affection et de tendresse qui m'a toujours entouré, tout particulièrement dans les moments les plus difficiles de ma vie. Pour terminer, je veux dire à Claire Amiot et Olivier Prou, que pour moi nous avons fait bien bien plus que partager un appartement ces trois dernières années, que vous êtes définitivement mon autre famille, et une famille véritablement champ **B**¹⁴.

6. De même que dans mon sport favori, en colloques aussi je suis un adepte de la troisième mi-temps

7. merci pour l'hébergement à Göttingen

8. idem à la Laguna

9. Pfff, quand je pense que je m'étais promis de ne pas boire de la semaine

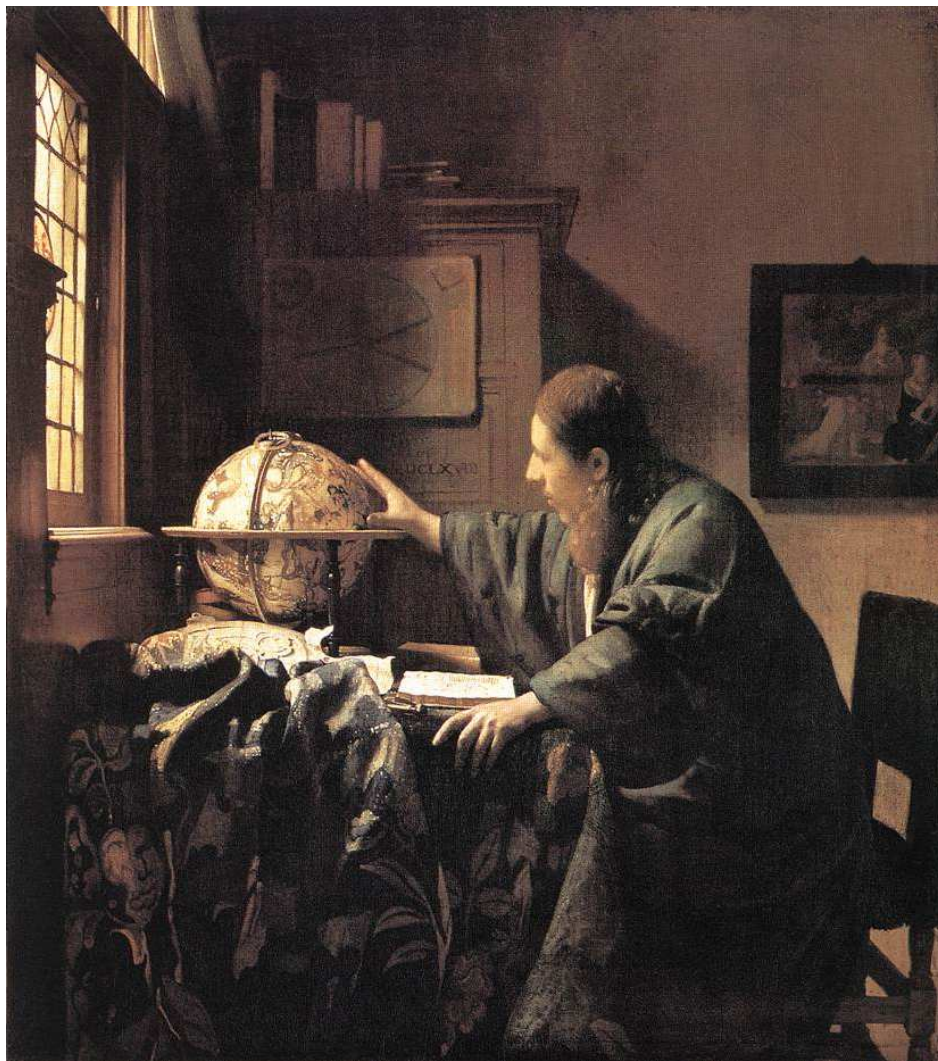
10. merci pour le prêt de ton appart à Leiden

11. plus exactement de trois quarts dans mon dos!

12. et véritablement jamais

13. Conseils qui, il faut bien le dire, étaient parfois divergents, ce qui n'allait pas sans me mettre dans une position des plus inconfortables à l'heure de privilégier une voie ou l'autre.

14. Bodom bomm Pschhii!



L'astronome; **Jan Vermeer**
1668, Huile sur toile, 45 x 51 cm
Paris, Musée du Louvre.

Sommaire

1	Préambule	1
2	Introduction	5
2.1	L'activité solaire	5
2.2	La génération du champ et de l'hélicité magnétique	16
2.3	Le modèle classique d'émergence	23
2.4	Les questions étudiées dans cette thèse	30
3	Mécanismes d'émergence résistive du champ magnétique	33
3.1	Des observations à expliquer	34
3.2	Reconnexion et topologie magnétique	41
3.3	Le modèle d'émergence résistive	46
	(A.1) : Resistive emergence of undulatory flux tubes	53
3.4	La reconnexion au niveau des quasi-séparatrices	75
	(A.3) : Current sheet formation in quasi-separatrix layers and hyperbolic flux tubes	80
4	L'hélicité magnétique	99
4.1	Introduction à l'hélicité magnétique	100
4.2	L'hélicité magnétique dans l'atmosphère solaire	111
4.3	Densités de flux d'hélicité	128
	(A.2) : Photospheric Flux density of magnetic helicity	130
	(A.5) : What is the spatial distribution of magnetic helicity injected in a solar active region?	158
4.4	Hélicité magnétique mutuelle	160
	(A.4) : Basic properties of mutual magnetic helicity	162
5	Conclusions et perspectives	189
	Bibliographie	193
	Annexes	205
A	Liste de publications	205
B	Contribution 35ème COSPAR	209
	(B.8) : Emergence of undulatory magnetic flux tubes by small scale reconnections	209

C	Revue invitée colloque franco-chinois	215
	(B.6) : Helicity in active regions: theory and measurements .	215
D	Flare Genesis Experiment	225
E	Bases de la MHD	229
	E.1 L'approximation magnétohydrodynamique	229
	E.2 Équations de bases de la MHD	230
	E.3 Lignes et tubes de flux magnétiques	233
	E.4 Théorème du Gel	234
F	Méthodes d'extrapolation	237
	F.1 L'hypothèse du champ sans force	237
	F.2 Le code numérique	238
G	L'instabilité de Rayleigh-Taylor magnétique	243
	Table des Figures	247
	Table des Matières	249
	Abstract	253
	Résumé	254

Chapitre 1

Préambule

L'influence du Soleil sur notre Terre est évidente ; on peut citer immédiatement le climat mais à une échelle de temps plus courte, le Soleil ne cesse d'envoyer vers la Terre des particules chargées, via le vent solaire et de façon plus intermittente et violente par l'éjection d'une quantité importante de plasma dans l'espace interplanétaire : les éjections de masse coronales ("Coronal Mass Ejections" - CMEs). Un nouveau domaine de recherche vient d'apparaître que l'on appelle la météorologie de l'espace ou "Space Weather". Les conséquences sur notre environnement sont nombreuses : détérioration des télécommunications, chute de satellites, radiations pour les astronautes et les personnels navigants. La compréhension des mécanismes physiques à l'origine de ces événements est la base nécessaire pour pouvoir les prévoir.

Cette thématique est au coeur de nombreux travaux de recherche depuis quelques dizaines d'années. Le développement des instruments spatiaux, et donc la possibilité de s'affranchir des contraintes observationnelles liées à l'atmosphère terrestre et l'amélioration des performances de calcul via l'outil informatique ont permis à la connaissance de fortement progresser ces quarante dernières années.

Diverses certitudes sont maintenant acquises, en particulier sur le rôle central du champ magnétique dans la couronne solaire, la partie supérieure de l'atmosphère solaire. L'activité solaire coronale, CMEs et éruptions solaires, est essentiellement due au forçage effectué au niveau de la photosphère, la surface visible. Ce forçage s'effectue soit par des mouvements horizontaux, soit par des émergences de tubes de flux magnétiques issus de la zone de convection. Les observations actuelles et les modèles magnétohydrodynamiques (MHD) montrent que le forçage à petite échelle est responsable du chauffage coronal, alors qu'à plus grande échelle il est responsable de l'injection graduelle d'énergie et d'hélicité magnétique dans les régions de champ fermé. L'énergie magnétique ainsi stockée est sporadiquement libérée, lors de la modification brutale de la configuration du champ magnétique, provoquant l'accélération des particules du plasma et l'émission de photons énergétiques (rayon X). Ces éruptions solaires s'accompagnent aussi parfois de CMEs.

Mais de nombreuses interrogations demeurent, en particulier concernant le déclenchement des CMEs. Une des hypothèses actuelles est que l'origine des CMEs est liée à la quantité d'hélicité magnétique contenue dans l'atmosphère solaire ; l'éjection du plasma coronal permet de faire diminuer l'hélicité magnétique totale contenue dans la couronne. Cela suppose la conservation globale de l'hélicité magnétique depuis l'émergence du flux magnétique à la surface du Soleil (photosphère) jusqu'aux nuages ma-

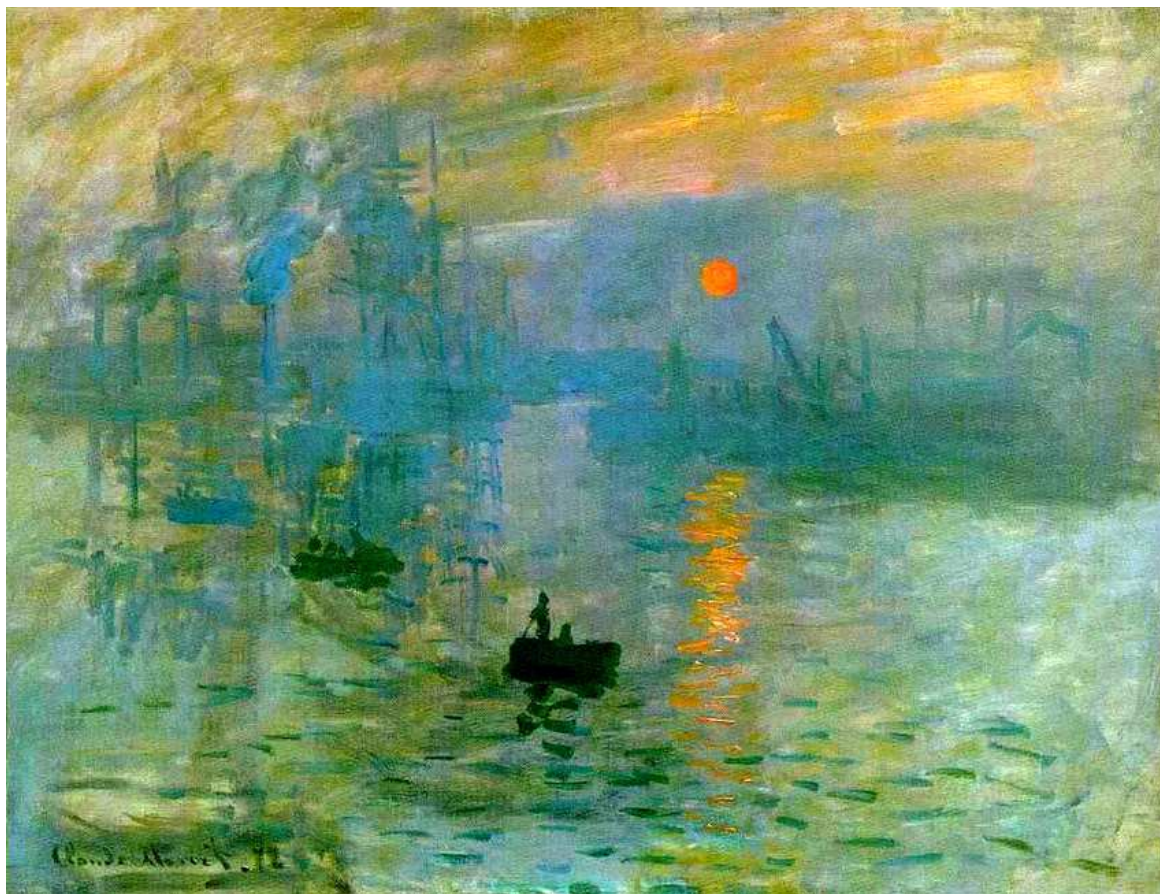
gnétiques.

Je me suis particulièrement concentré sur les deux domaines que sont l'émergence du champ magnétique dans l'atmosphère solaire et l'injection d'hélicité magnétique. Ma thèse vise à améliorer notre compréhension des mécanismes de stockage du champ magnétique et de son hélicité dans la couronne solaire, via son flux photosphérique. Ce travail se développe selon trois approches complémentaires :

- une approche observationnelle : analyse de données multi-instruments de la photosphère et de la couronne solaire.
- une approche théorique : étude des propriétés de l'hélicité magnétique, méthodes de mesures de l'hélicité.
- une approche numérique : modélisation numérique et utilisation de codes MHD 3D visant à la compréhension du mécanisme de stockage et de libération d'énergie dans la couronne.

Ma thèse consiste à coupler toutes ces approches, pour une application à l'étude de l'émergence du champ magnétique et de l'injection d'hélicité dans la couronne puis du déclenchement et du développement à grande échelle des CMEs qui se transforment en nuages magnétiques dans le milieu interplanétaire. Les questions physiques étudiées sont :

- ☞ Comment le modèle classique d'émergence doit-il être modifié pour rendre compte des observations récentes effectuées par "Flare Genesis Experiment" et THEMIS?
- ☞ L'émergence du champ magnétique se fait-elle via des tubes de flux magnétique en forme de Ω ?
- ☞ Quel rôle joue la reconnexion magnétique dans le mécanisme d'émergence?
- ☞ Quelle configuration du champ magnétique permet de déclencher génériquement des reconnexions magnétiques?
- ☞ Comment et en quelle quantité l'hélicité magnétique est-elle injectée dans l'atmosphère solaire?
- ☞ Peut-on mesurer directement l'hélicité magnétique dans la couronne?



Impression, soleil levant; **Claude Monet**
1873, Huile sur toile, 48 x 63 cm ; Paris, Musée Marmottan-Monet.

Chapitre 2

Introduction

Sommaire

2.1	L'activité solaire	5
2.1.1	Les éruptions solaires et les éjections de masse coronales . . .	6
2.1.2	L'origine magnétique de l'activité solaire	9
2.2	La génération du champ et de l'hélicité magnétique . . .	16
2.2.1	La Dynamo Solaire	17
2.2.2	Le transport du flux dans la zone de convection	20
2.3	Le modèle classique d'émergence	23
2.3.1	La formation des régions actives	23
2.3.2	Les problèmes du modèle d'émergence en Ω	27
2.3.3	Résultats de simulations numériques d'émergence non résistive	27
2.4	Les questions étudiées dans cette thèse	30

Dans ce chapitre je vais rappeler le rôle fondamental que joue le champ magnétique au sein de l'activité solaire. Tout d'abord je décrirai brièvement les principaux phénomènes de l'activité solaire (Sect. 2.1) en insistant sur son origine magnétique (Sect. 2.1.2) ainsi que sur l'importance de la topologie et de l'hélicité de ce champ. Je montrerai ensuite pourquoi le champ magnétique, uniquement généré dans l'intérieur solaire, doit nécessairement être transporté vers l'atmosphère solaire à travers la zone de convection (Sect. 2.2). Après avoir présenté le modèle classique d'émergence du champ magnétique dans l'atmosphère solaire (Sect. 2.3), je montrerai les incohérences de ce modèle. J'introduirai ainsi la problématique de la traversée de la photosphère et la nécessité de prendre en compte de nouveaux éléments, tels que les effets résistifs et l'hélicité, bases du travail exposé dans ma thèse (Sect. 2.4).

2.1 L'activité solaire

Le soleil n'est pas un astre calme. Celui-ci présente des variations de ses émissions dans les différentes gammes du spectre électromagnétique à des échelles temporelles allant de la milli-seconde à la dizaine d'années. Le principal marqueur de cette activité

est la présence de taches sombres sur la surface visible du soleil, la photosphère¹. Les taches solaires ont été observées en Chine depuis plus de deux siècles avant J.C.. En 1843, Heinrich Schwabe a montré que le nombre de taches suit un cycle périodique de 11 ans : c'est le cycle undécennal de l'activité solaire. Au cours de ce cycle, le soleil passe d'une période d'activité intense, caractérisée par la présence de nombreuses taches photosphériques, à une phase plus calme.

2.1.1 Les éruptions solaires et les éjections de masse coronales

Si les taches solaires sont les traceurs les plus utilisés pour suivre l'activité solaire, les symptômes les plus violents de cette activité sont néanmoins les éruptions solaires et les éjections de masse coronales (CMEs).

2.1.1.1 Les éruptions solaires

Le terme d'éruption solaire regroupe un grand nombre de phénomènes observables dans l'atmosphère solaire. Les éruptions solaires correspondent à des émissions transitoires intenses dans une très grande gamme de longueurs d'onde, allant des ondes radio kilométriques jusqu'aux rayons γ à 10^{-3} Å. La définition d'une éruption peut s'énoncer comme *le chauffage rapide et temporaire d'une région restreinte de la chromosphère et de la couronne*² (Švestka 1976).

Lors des éruptions de nombreux événements se produisent, tels que l'accélération de particules jusqu'à des vitesses relativistes, des sursauts radio d'une durée de l'ordre de la milliseconde, l'embrillancement de boucles coronales³ (voir Fig. 2.1), *etc.* . L'émission coronale en UV et en X peut augmenter localement d'un facteur 1000 en quelques minutes, pour ensuite décroître en quelques dizaines de minutes à plusieurs heures. Au niveau de la chromosphère, l'éruption s'accompagne souvent de l'embrillancement en $H\alpha$ de régions étroites et allongées appelées rubans d'éruptions (voir Fig. 2.1). Seules les éruptions les plus intenses (en terme de flux X) se traduisent par une augmentation significative de l'émission visible. L'énergie émise lors d'une éruption peut atteindre 10^{22} J.s⁻¹, l'énergie totale rayonnée étant comprise entre 10^{22} et 10^{25} J, ce qui fait des

1. La photosphère est la couche de l'atmosphère solaire à partir de laquelle le plasma solaire devient optiquement mince dans le domaine visible du spectre (profondeur optique égale à 1), et qui s'étend jusqu'à l'altitude du minimum de température de l'atmosphère solaire. L'épaisseur de la photosphère est ainsi de l'ordre de 500 km.

2. La chromosphère est la couche de l'atmosphère solaire située au dessus de la photosphère, allant du minimum de température de l'atmosphère jusqu'à une région caractérisée par une augmentation brusque de la température, la région de transition chromosphère-couronne. L'épaisseur de la chromosphère est de l'ordre de 2 Mm. La chromosphère est optiquement épaisse pour certaines longueurs d'onde comme pour la raie de l'hydrogène $H\alpha$ ou la raie du Ca II à 8542 Å. La température dans la chromosphère est de l'ordre de 10^4 K mais elle atteint plus de 2 MK dans la couronne. La couronne, située au-dessus de la chromosphère, s'étend jusqu'à environ $1.5 R_{\odot}$. Cette région de densité de particules très faible ($10^{12} - 10^{15}$ m⁻³) émet essentiellement dans les domaines Ultraviolet (UV) et X.

3. Ces boucles coronales sont les structures typiques de la couronne solaire, observées en ultraviolet (UV) comme en X mou. Celles-ci peuvent faire plus de 100 Mm de long. Ces boucles ne sont pas homogènes du point de vue de la densité et de la température du plasma ce qui conduit généralement à n'en visualiser qu'une portion dans une gamme de longueur d'onde donnée. Ces boucles sont ancrées dans le voisinage des taches solaires photosphériques.

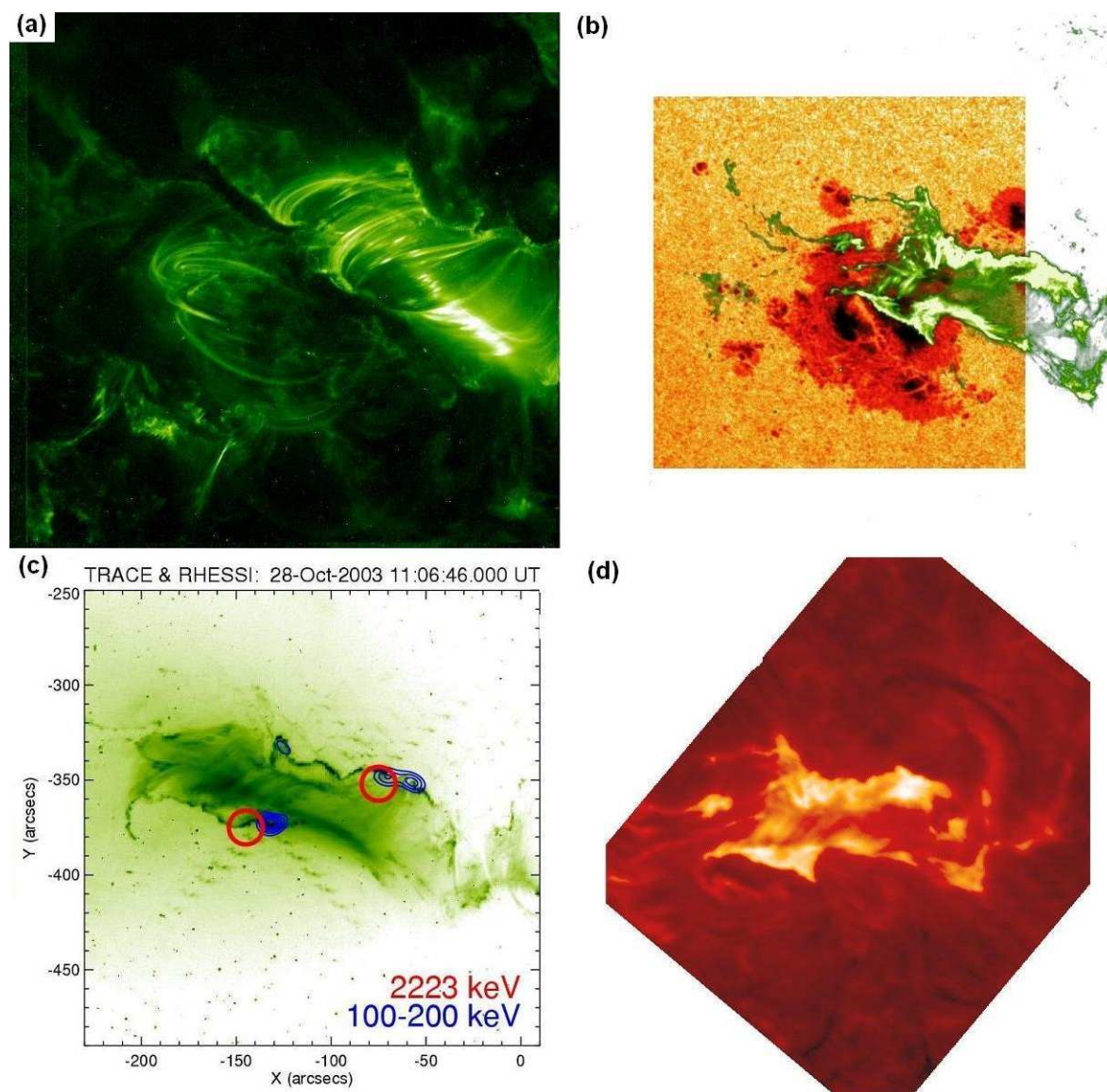


FIG. 2.1 – Éruption solaire du 28 octobre 2003 observée à différentes longueurs d'onde. (a) : émission coronale en ultraviolet (UV) dans la raie du Fe XII à 195\AA observée par le Transition Region and Coronal Explorer (TRACE; Handy et al. 1999). (b) : émissions en lumière visible et dans le continu UV à 1600\AA (TRACE). (c) : émissions X-durs (100 – 200 keV, cercles bleus) et γ (2.2 MeV cercles rouges) observées par RHESSI, coalignées avec les observations UV de TRACE (Krucker & Hudson 2004). (d) : émission chromosphérique en H α (Observatoire de Wroclaw).

éruptions solaires un des évènements les plus énergétiques ayant lieu dans le système solaire.

2.1.1.2 Les éjections de masse coronales et les nuages magnétiques

Certaines éruptions solaires s'accompagnent aussi parfois d'éjections de masse coronales (CMEs). Les CMEs sont des évènements dynamiques durant lesquels une certaine quantité de plasma ($10^{12} - 10^{13}$ kg) est éjectée depuis la couronne solaire dans l'espace interplanétaire. Cette éjection se fait de façon brusque. La diffusion du rayonnement de

la photosphère par les électrons libres de la couronne (diffusion Thomson) permet, en lumière blanche, de détecter ces régions coronales plus denses que leur environnement. Les CMEs sont ainsi observées à l'aide de coronographes (voir Fig. 2.2).

Les CMEs se propagent ensuite dans l'espace interplanétaire, à l'intérieur du vent solaire⁴. Les variations de densité, de température et du champ magnétique sont mesurées in-situ par des sondes situées dans le milieu interplanétaire au niveau de l'orbite terrestre (tel que les sondes Wind, ACE, GOES, Helios). Une fraction des CMEs peut ainsi être détectée dans le vent solaire : on les nomme nuages magnétiques. Ils sont caractérisés par une augmentation de l'intensité du champ magnétique interplanétaire, \mathbf{B} , par une rotation large de la direction du vecteur \mathbf{B} , par une densité et une température relativement faible (comparées à celles du plasma environnant) et par un paramètre β du plasma faible (Burlaga et al. 1981; Lepping et al. 1990, voir Fig. 2.2).

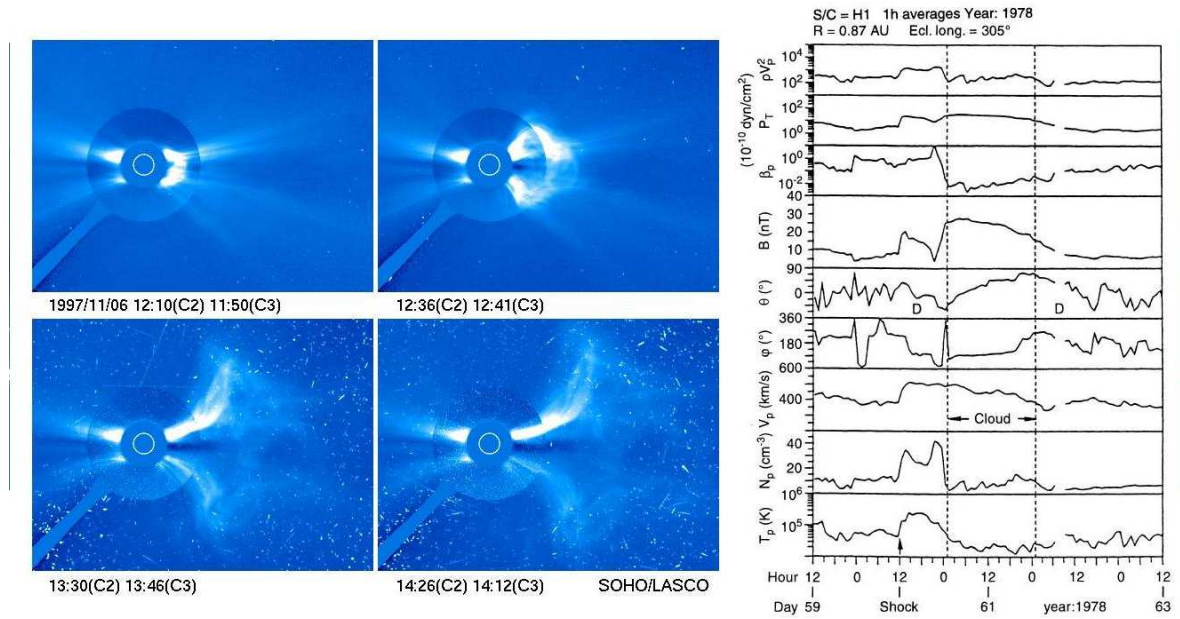


FIG. 2.2 – : **Gauche** : exemple de CME (du 5 Novembre 1998) observée avec le coronographe Large Angle and Spectrometric Coronagraph Experiment (LASCO ; Brueckner et al. 1995) embarqué sur le Solar and Heliospheric Observatory (SoHO). Le cercle blanc représente la position du soleil occulté. Des plumes évasées et deux “streamers” (sur la gauche) sont aussi observables. **Droite** : exemple de mesure des paramètres du vent solaire par le satellite Helios lors du passage d'un nuage magnétique (Bothmer & Schwenn 1998). De haut en bas : densité d'énergie cinétique, pression totale, paramètre β du plasma (rapport de la pression du plasma à la pression magnétique, c.f. Annexe E.2.2.2), intensité du champ magnétique, zénith et azimuth du vecteur champ magnétique, vitesse, densité et température des protons.

Dans les CMEs et leur contrepartie interplanétaire, les nuages magnétiques, les vitesses atteintes par le plasma vont de quelques dizaines à plus de 2000 km.s^{-1} , la vitesse moyenne étant de l'ordre de 450 km.s^{-1} (Zhang & Low 2005a). Ainsi l'énergie

4. Le vent solaire correspond à l'extension de la couronne solaire dans l'espace interplanétaire. Il est composé des particules du plasma coronal s'échappant de l'atmosphère solaire. Sa température est environ de 10^5 K et sa densité particulaire de l'ordre de $10^6 - 10^7 \text{ m}^{-3}$ au niveau de l'orbite terrestre (1 UA).

cinétique moyenne contenue dans ces structures peut atteindre 5×10^{23} J. De même que pour les éruptions solaires, la formation de ces structures nécessite la transformation d'une quantité extrêmement importante d'énergie.

2.1.2 L'origine magnétique de l'activité solaire

La plupart des phénomènes de l'activité solaire sont dus à la présence d'un champ magnétique intense. Le champ magnétique est en effet la seule source possible d'énergie suffisamment importante pour expliquer l'énergie libérée lors des éruptions solaires et des éjections de masse coronales.

2.1.2.1 Le champ magnétique des régions actives

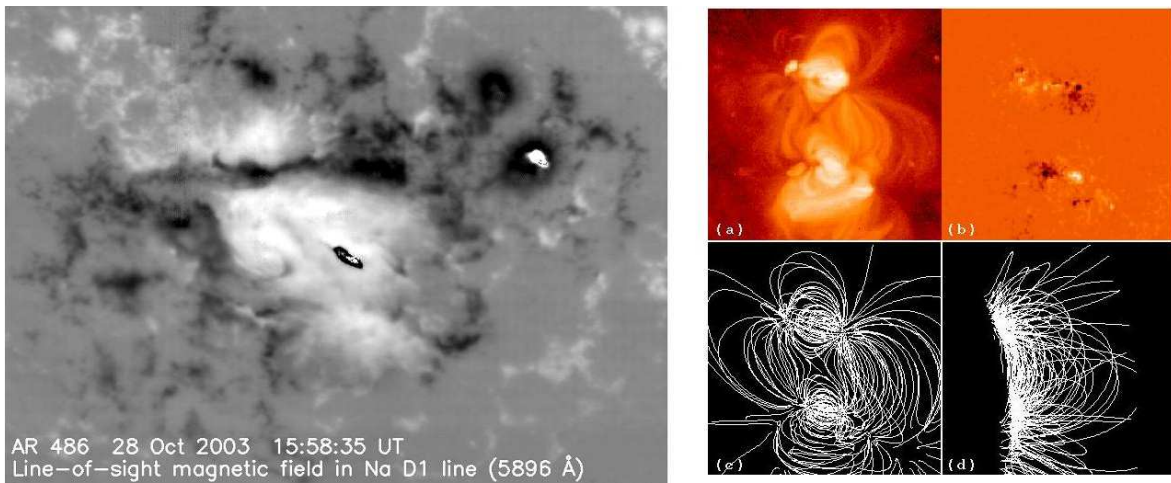


FIG. 2.3 – **Gauche :** magnétogramme de la composante longitudinale du champ magnétique (carte représentant la valeur algébrique de la projection du vecteur champ magnétique sur la ligne de visée codée en niveau de gris). Ces données correspondent à la région active 10486, observée le 28 octobre 2003 avec le télescope THEMIS. Cette région active est impliquée dans l'éruption présentée Fig. 2.1. Les régions claires indiquent que le vecteur \mathbf{B} est dirigé vers l'observateur tandis que les régions sombres indiquent qu'il est dirigé dans la direction opposée à l'observateur (Schmieder et al. 2006, B.7). **Droite :** exemple de reconstruction du champ magnétique au-dessus de régions actives. Les lignes de champ reproduisent la position des boucles coronales observées par le Soft X-ray Telescope (SXT, à bord du satellite Yohkoh ; Tsuneta et al. 1991).

Le champ magnétique solaire est loin d'être celui d'un simple dipôle magnétique. Dès 1908, G. Hale montrait que les taches solaires sont le siège de champ très intenses (*c.f.* Fig. 2.3). Les taches solaires représentent des concentrations importantes de champ magnétique. Son intensité peut atteindre plusieurs milliers de Gauss⁵ dans une tache alors qu'elle n'est en moyenne que de l'ordre de ~ 10 G dans les autres régions de la photosphère (appelées régions de soleil calme). Les régions de champ magnétique intense sont appelées régions actives et sont à l'origine de la majorité des phénomènes de l'activité solaire. Les régions actives sont constituées de régions de champs magnétiques de signes opposés, le cas le plus simple étant une région active formée de deux taches

5. 1 Tesla = 10^4 Gauss

solaires, l'une de polarité positive, l'autre de polarité négative. Le flux magnétique moyen d'une région active est de l'ordre de 10^{14} Wb (Weber)⁶ mais avec de fortes variations d'une région active à l'autre.

Des lignes de champ magnétique (voir Annexe E.3) relient les polarités de signes opposés. Les boucles observées dans la couronne matérialisent les tubes de flux magnétique. En effet dans la couronne, plasma et champ magnétique étant gelés l'un dans l'autre (voir Annexe E.4), et la dynamique du plasma étant gouvernée par la force de Lorentz (β faible, *c.f.* Annexe E.2.2.2), le plasma est confiné à l'intérieur de ces tubes de flux.

L'énergie magnétique contenue dans un volume \mathcal{V} est égale à :

$$W = \int_{\mathcal{V}} \frac{B^2}{2\mu_0} dV . \quad (2.1)$$

avec μ_0 la perméabilité magnétique du vide. Cette énergie dépend d'une part du flux magnétique photosphérique, et d'autre part de la répartition de ce flux dans la couronne.

D'après Cowling (1976), pour une répartition du flux magnétique donnée sur la surface \mathcal{S} d'un volume \mathcal{V} (donc de la composante normale de \mathbf{B} à \mathcal{S}), le champ magnétique possède un minimum d'énergie et ce minimum est donné par la configuration potentielle du champ (lorsque la densité de courant est nulle, $\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B}/\mu_0 = 0$, voir Eq. E.5, et ce champ peut ainsi s'écrire $\mathbf{B} = \nabla \mathcal{P}$, avec \mathcal{P} une fonction déterminée par les conditions aux limites, voir Annexe F.1). La différence entre l'énergie d'une configuration et l'énergie contenue dans la configuration du champ potentiel (définissant le niveau minimum d'énergie), toutes deux ayant la même distribution photosphérique, est appelée l'énergie libre. C'est cette quantité d'énergie qui peut être libérée lors des éruptions solaires.

La couronne contiendra d'autant plus d'énergie libre que la configuration s'éloigne du cas potentiel. En particulier la torsion et le cisaillement des lignes de champ magnétique permettent d'augmenter l'énergie magnétique contenue dans la couronne solaire.

2.1.2.2 Importance des structures torsadées

La torsion et le cisaillement sont omniprésents dans de très nombreuses structures et phénomènes solaires. La très grande majorité des régions actives possède un certain degré de cisaillement. Il est possible de le constater à partir de la forme des boucles coronales. Elles adoptent généralement des formes en \mathcal{S} ou en \mathcal{Z} ⁷ (voir Fig. 2.4). Elles ne sont que très rarement planes, reliant directement les polarités opposées d'une région active. Or les boucles coronales matérialisent les lignes de champ. Cela implique que les lignes de champ dans les régions actives possèdent quasiment toutes une certaine torsion magnétique. Leur cisaillement magnétique α donné par $\mathbf{B} \cdot \nabla \times \mathbf{B}/B^2$, constant le long d'une ligne de champ, (voir Annexe F.1) est donc généralement non nul. Chae & Moon (2005) trouvent que la torsion⁸ typique des lignes de champ dans une boucle coronale est de l'ordre de 0.75 tour sur l'ensemble de la boucle. La reconstruction

6. Le Weber (noté Wb) est l'unité de flux magnétique dans le système internationale de mesure. Dans le système CGS, l'unité utilisée est le Mx (1 Wb = 10^8 Mx).

7. appelée aussi en \mathcal{S} inversé.

8. Le nombre de fois où une ligne de champ tourne autour de son axe

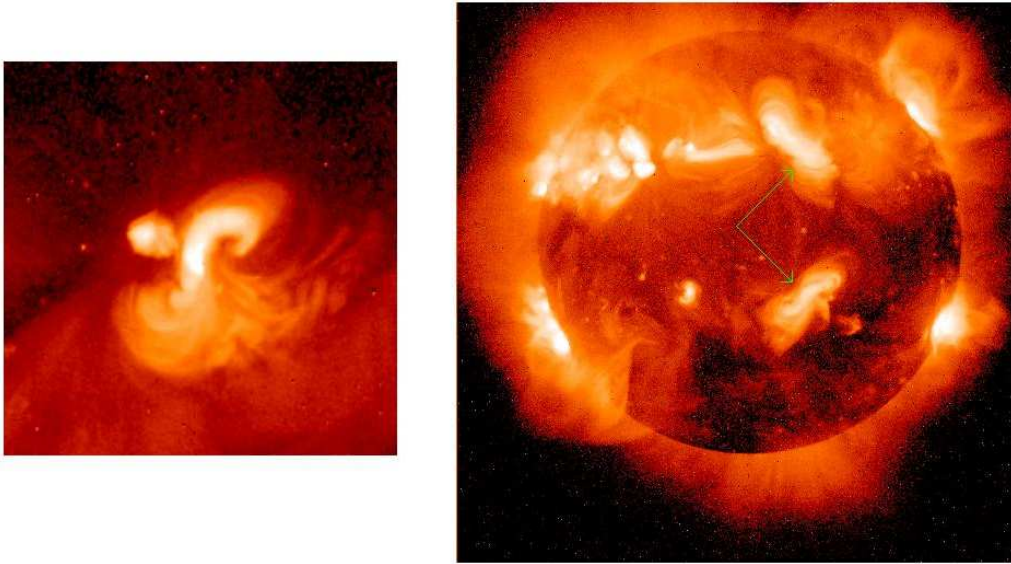


FIG. 2.4 –: Images coronales en rayon X observées avec SXT/Yohkoh. **Gauche**: exemple d'un sigmoïde en forme de S . **Droite**: illustration de la règle hémisphérique (Fan 2004): les sigmoïdes sont en forme de S dans l'hémisphère sud et en forme de Z (ou S inversé) dans l'hémisphère nord.

du champ magnétique dans les régions actives par des méthodes d'extrapolation (voir Sect. F), montre que le champ magnétique n'est quasiment jamais potentiel, et que du cisaillement et de la torsion sont presque toujours présents (Schmieder et al. 1996).

Un autre indice de la présence de structures torsadées est l'existence de mouvements de rotation propres des taches solaires (van Driel-Gesztelyi et al. 1994). Ces mouvements ont été interprétés comme dus à l'émergence de tubes de flux torsadés (Leka et al. 1996; Wang et al. 2000; Brown et al. 2003; López Fuentes et al. 2003). Les filaments⁹ (et les protubérances) sont eux aussi modélisés par des tubes de flux torsadés maintenus dans la couronne (Kuperus & Raadu 1974; Amari & Aly 1992; Aulanier et al. 2002, *c.f.* Fig. 2.5, droite). De nombreuses observations suggèrent des configurations hélicoïdales dans les protubérances (Raadu et al. 1988; Rompolt 1990; Low & Hundhausen 1995; Gibson et al. 2004). La présence de structures “hachurées” dans les filaments (House & Berger 1987) ou la disposition en “arrête de poisson” des fibrilles¹⁰ observées en $H\alpha$ (Filippov 1994) sont des preuves d'une telle géométrie en hélice (voir Fig 2.5, gauche).

Enfin dans le vent solaire des structures torsadées sont également présentes. Burlaga et al. (1981) ont montré que les nuages magnétiques étaient des tubes de flux magnétique torsadés éjectés dans l'espace interplanétaire (voir Fig. 2.6).

L'observation de la chiralité (*i.e.* du signe de la torsion ou du cisaillement) de

9. Le terme filament désigne des structures sombres allongées visibles en absorption sur le disque solaire. Le terme protubérance désigne le même type de structures observées au limbe en émission. Les filaments sont constitués d'une condensation étroite et allongée de plasma froid ($T \sim 8000$ K) et dense, suspendue dans la couronne solaire.

10. Les fibrilles sont des structures de la chromosphère (visible en $H\alpha$) en forme de brins d'herbe situées au niveau de la pénombre des taches et s'étendant radialement sur plusieurs Mm. Les fibrilles correspondent à des structures magnétiques dans lesquelles le plasma est confiné.

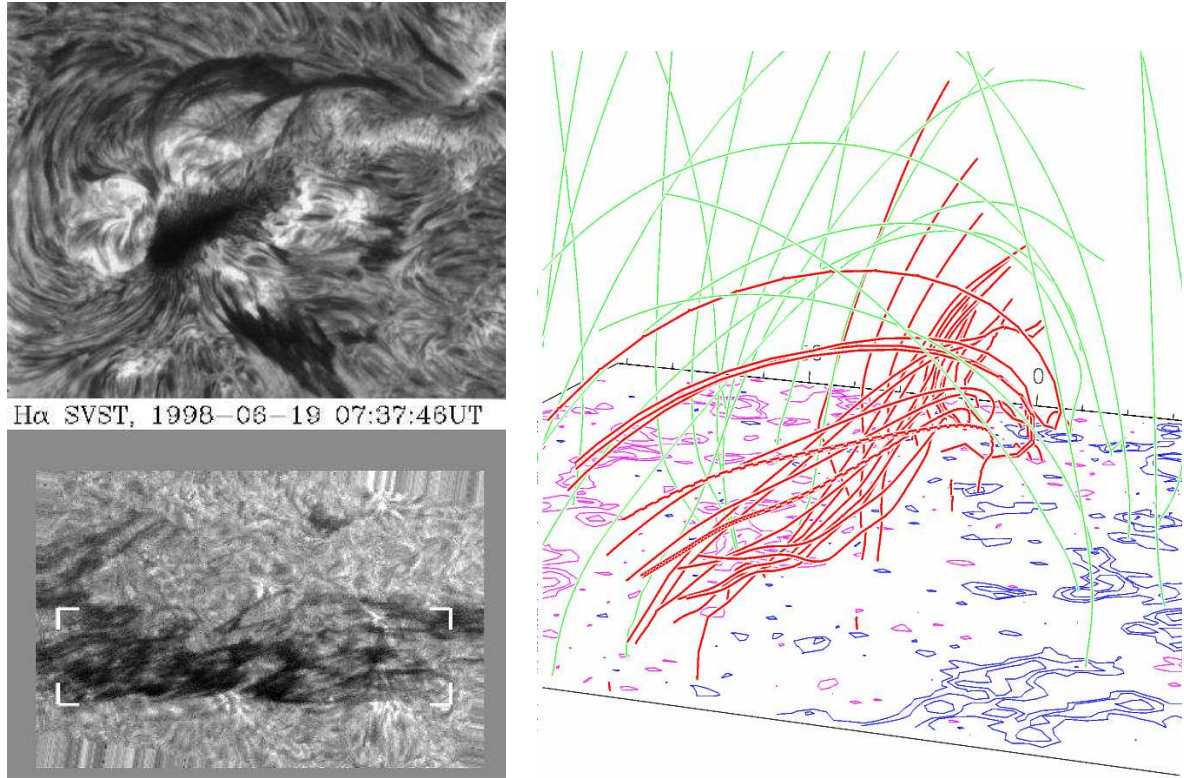


FIG. 2.5 – : **Gauche-haut**: exemple de filaments et de fibrilles vue en $H\alpha$ au niveau d'une région active (Rabin & Mordin 2000). **Gauche-bas**: structures hachurées au niveau d'un filament observé par le Swedish Vacuum Solar Telescope (Schmieder et al. 2004a). **Droite**: modèle de filament en tube de flux torsadé (Aulanier et al. 2002). Les lignes de champ rouge matérialisent le filament. Les isocontours du plan inférieur sont ceux de la composante verticale du champ magnétique photosphérique.

ces structures a montré qu'il existait une règle hémisphérique, indépendante du cycle solaire : dans l'hémisphère nord, la chiralité préférentielle est gauche (signe négatif de la torsion, sens de rotation antihoraire) tandis que dans l'hémisphère sud elle est préférentiellement droite (signe positif de la torsion, sens de rotation horaire). Cette règle se retrouve dans l'organisation en spirales des fibrilles des taches solaires, dans la forme des boucles coronales des régions actives (en \mathcal{S} dans l'hémisphère sud et en \mathcal{Z} dans l'hémisphère nord, voir Fig. 2.4), dans la chiralité des filaments et des sigmoïdes (Chae 2000; Rust & Kumar 1994a). Enfin dans le vent solaire la chiralité des nuages magnétiques suit le signe de la torsion de leur région d'origine (Rust 1994; Ruzmaikin et al. 2003).

2.1.2.3 L'hélicité magnétique

La torsion et le cisaillement des lignes de champ magnétique correspondent à des propriétés géométriques du champ magnétique. Une des questions fortement débattue est le degré de torsion au sein des structures solaires, comme par exemple le nombre de tours que font les lignes de champ dans les filaments. Quantifier la torsion à partir des quelques structures observables est en effet particulièrement difficile et de nombreux biais existent. Mais une quantité permet de mesurer ces propriétés géométriques dans

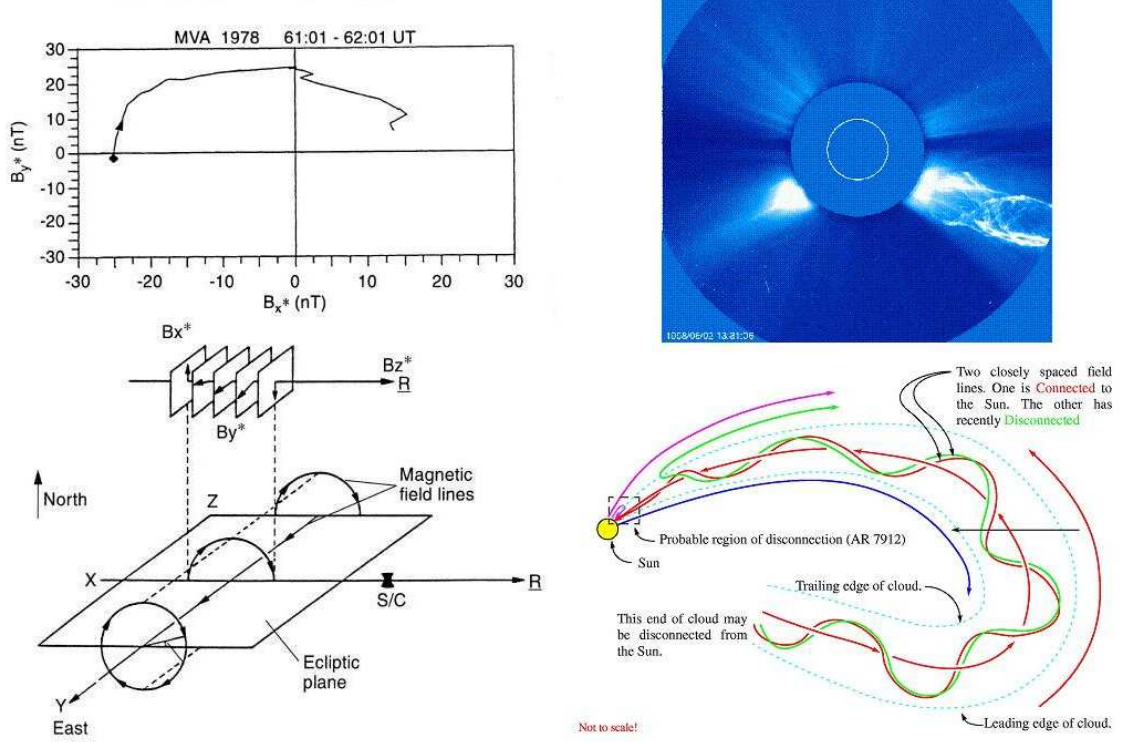


FIG. 2.6 – : **Gauche-haut**: variation de la direction du vecteur champ magnétique dans le plan perpendiculaire à la trajectoire du satellite lors du passage du nuage magnétique (d'après les données de la figure 2.2; Bothmer & Schwenn 1998). **Gauche-bas**: schéma montrant la variation de la direction du champ magnétique lors de la traversée du satellite (noté S/C) d'un tube de flux torsadé parfaitement cylindrique. **Droite-haut**: exemple de CME laissant apparaître sa structure hélicoïdale observé avec LASCO. **Droite-bas**: schéma de la géométrie hélicoïdale des lignes de champ dans un nuage magnétique (Larson et al. 1997). Les lignes de champ magnétique peuvent être encore ancrées dans la région active d'origine, ou connectées avec les lignes du champ interplanétaire.

leur globalité : il s'agit de l'hélicité magnétique. L'hélicité magnétique H_m a initialement été introduite par Elsasser (1956) :

$$H_m = \int_V \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \, dV = \int_V \mathbf{A} \cdot \nabla \times \mathbf{A} \, dV \quad (2.2)$$

où \mathbf{A} est le vecteur potentiel (défini par $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$). L'hélicité magnétique est homogène à un flux magnétique au carré et son unité dans le système international est donc le Wb^2 (Weber²)¹¹.

L'hélicité magnétique permet de mesurer quantitativement des propriétés géométriques du champ magnétique tel que la torsion, le cisaillement et l'entortillement des lignes de champ magnétique dans un volume donné (voir figure 2.7).

Dans le cas d'un tube de flux cylindrique uniformément torsadé, soit Φ le flux le long de l'axe et n le nombre de tours des lignes de champ autour de l'axe du tube (n n'est pas forcément entier). L'hélicité de ce tube de flux est égale à $|H| = n\Phi^2$. Le signe

11. Dans le système CGS, l'unité utilisée est le Mx^2 ($1 \text{ Wb}^2 = 10^{16} \text{ Mx}^2$)

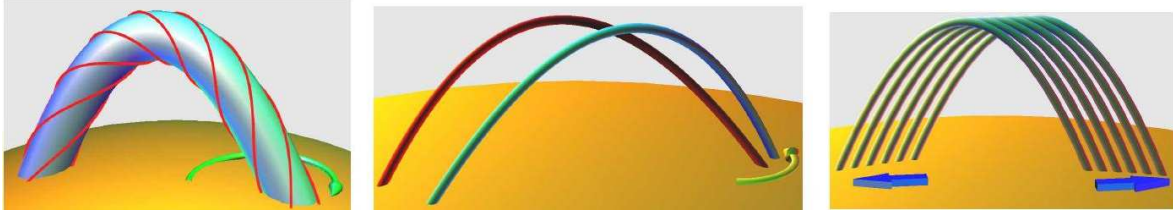


FIG. 2.7 –: Configuration du champ magnétique générant de l'hélicité magnétique (Berger 2003). **Gauche:** torsion des lignes de champ au sein d'un tube de flux. **Centre:** entortillement de tubes de flux indépendants, les uns par rapport aux autres. **Droite:** cisaillement des lignes de champ magnétique en arcade.

de l'hélicité dépend du sens de rotation des lignes de champ par rapport à la direction du champ axial et suit donc la chiralité de ce tube comme illustré figure 2.8.

Topologie du tube de flux				
Chiralité	Gauche	Gauche	Droite	Droite
Signe de l'hélicité	-	-	+	+

FIG. 2.8 –: Géométrie des tubes de flux magnétique et signe de l'hélicité magnétique (adapté de Bothmer & Schwenn 1998)

La rotation solaire est un moyen simple de générer de l'hélicité magnétique. En effet, le soleil tournant sur lui même, les lignes de champ ouvertes du soleil acquièrent un tour par rotation solaire. Puisque le signe de l'hélicité change par réflexion de la configuration magnétique dans un miroir, chaque hémisphère injecte donc une hélicité de signe opposé dans le vent solaire (Bieber et al. 1987). L'hémisphère nord injecte une hélicité négative ; C'est l'inverse dans l'hémisphère sud de sorte que le flux net est approximativement nul. Cette règle sur le signe hémisphérique ne change pas avec le cycle solaire.

Chaque hémisphère injecte dans la spirale de Parker du vent solaire un flux d'hélicité de l'ordre Φ^2/τ , avec Φ le flux magnétique ouvert de chaque hémisphère solaire et τ sa période de rotation (Bieber et al. 1987), ce qui représente une hélicité totale de l'ordre de 10^{47} Mx^2 pour chaque hémisphère par cycle undécennal (Fig. 2.9 ; Berger & Ruzmaikin 2000).

L'hélicité magnétique est difficile à évaluer à partir des observations car elle nécessite la connaissance du champ magnétique dans tout le volume. Or la mesure du champ magnétique est à l'heure actuelle, limitée à la seule photosphère. Nous verrons au chapitre 4 comment cette quantité peut néanmoins être mesurée aujourd'hui. Une des thématiques développées dans cette thèse vise à l'amélioration des techniques de mesures et d'interprétation de cette quantité dans l'atmosphère solaire.

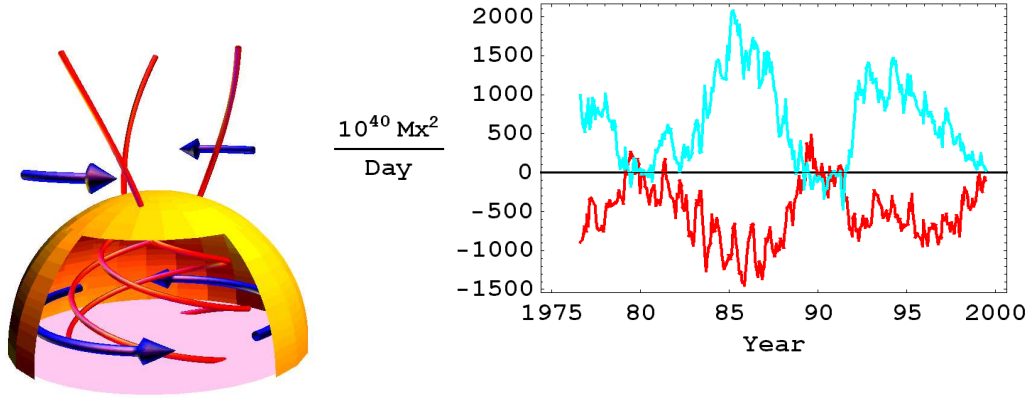


FIG. 2.9 –: **Gauche:** schéma représentant la génération d'hélicité par rotation du dipole solaire. **Droite:** flux d'hélicité dans l'hémisphère nord (courbe rouge) et dans l'hémisphère sud (courbe bleue) estimée à partir d'observations photosphériques du champ magnétique ouvert sur le milieu interplanétaire (Berger & Ruzmaikin 2000).

2.1.2.4 La reconnexion magnétique

L'émergence de tubes de flux torsadés, mais aussi les mouvements photosphériques, augmentent en permanence l'hélicité magnétique et l'énergie libre dans la couronne. Le stockage de l'énergie libre est relativement lent, il a lieu sur des échelles temporelles de l'ordre de l'heure à la semaine.

Au contraire, la libération de l'énergie magnétique se fait rapidement (sur des durées de 10^{-2} s à quelques dizaines de minutes). Cette libération d'énergie ne peut pas se réaliser dans le cadre de la magnétohydrodynamique (MHD) idéale, ni en incluant une simple diffusion du champ magnétique (la définition de la MHD, son cadre de validité et ses équations de bases sont décrite brièvement en Annexe E). Le flux d'énergie libérée nécessite un mécanisme plus efficace. En MHD, cela est réalisé par la présence de petites échelles spatiales dans des nappes de courants, ce qui rend la dissipation plus efficace. La présence de petites échelles (\sim quelques mètres) et de fortes densités de courant électrique entraînent une non validité locale de la MHD. Ces régions de dissipation sont modélisées plus correctement par la théorie cinétique des plasmas. L'ensemble de ces processus, où la dissipation du champ magnétique s'effectue de façon localisée et efficacement, est appelé reconnexion magnétique.

La reconnexion magnétique se traduit par un changement de la connectivité des lignes de champ magnétique (Hesse & Schindler 1988). Lors de la reconnexion les lignes de champ peuvent se couper et se reformer, modifiant très rapidement leur géométrie. Il se produit ainsi un changement de configuration du champ magnétique. La reconnexion magnétique permet le passage d'une configuration à une autre dont le niveau d'énergie est plus faible. La différence d'énergie est convertie en chauffage et en énergie cinétique (déplacement du plasma, accélération de particules). Ces phénomènes permettent de rendre compte des caractéristiques observationnelles des éruptions solaires.

La reconnexion magnétique se développe lorsque la composante du champ électrique $\mathbf{E}_{//}$ parallèle au champ magnétique devient non nulle. Dans le cas où la conductivité électrique σ n'est pas infinie, la présence de courant électrique \mathbf{j} conduit naturellement

à la création d'une composante parallèle $\mathbf{E}_{//}$ non nulle.

Avec la loi d'Ampère non relativiste ($\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$, *c.f.* Eq. E.5), l'équation d'induction peut s'écrire :

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \mathbf{B} \quad (2.3)$$

avec σ la conductivité électrique. Dans le membre de droite, le premier terme est appelée le terme idéal et le second le terme résistif (*c.f.* Annexe E.2.3).

La reconnexion commence lorsque le terme résistif devient prépondérant devant le terme idéal. Le rapport du terme idéal au terme résistif définit le nombre de Reynolds magnétique, \mathcal{R}_m qui peut s'écrire comme (voir aussi Eq. E.16) :

$$\mathcal{R}_m = \mu_0 \sigma V_0 L_0 \quad (2.4)$$

où L_0 est l'échelle caractéristique de variation de \mathbf{B} et V_0 l'échelle de vitesse.

Dans la couronne solaire¹², pour une échelle globale, par exemple la taille d'une région active, \mathcal{R}_m est extrêmement grand ($> 10^9$). Cela justifie le gel du plasma dans le champ magnétique dans cette région. Afin d'augmenter le terme résistif de l'équation d'induction il existe donc plusieurs possibilités. Une première manière est de diminuer la conductivité électrique en diminuant le temps de collisions entre particules. Ceci peut être réalisé en partie dans la photosphère mais pas dans la couronne. Une seconde possibilité est de diminuer L et donc de créer des gradients importants de champ magnétique. Ceci correspond à la formation de nappes de courant intenses et de faibles épaisseurs. La reconnexion magnétique est ainsi un processus qui se déroule sur de très petites échelles spatiales.

Le mécanisme même de la reconnexion est très intimement lié à la configuration du champ magnétique, plus exactement à sa topologie, c'est-à-dire à l'organisation des différents domaines de connectivité du champ magnétique. Le déclenchement de la reconnexion ne se fait que là où le champ adopte une géométrie bien précise (je développerai cette problématique en section 3.2).

2.2 La génération du champ et de l'hélicité magnétique

L'observation de la couronne montre la présence d'un champ magnétique intense. Celui-ci domine le plasma énergétiquement ($B^2/2\mu_0 \gg P$, *i.e.* le paramètre β est faible, *c.f.* Annexe E.2.2.2). Le champ magnétique ne peut donc pas être généré dans la couronne par des mouvements du plasma coronal. Le champ magnétique coronal est cependant ancré dans des régions à β fort (photosphère et zone de convection). Le gel du plasma dans le champ magnétique étant approximativement réalisé, les mouvements du plasma dans ces régions peuvent amplifier le champ magnétique coronal (en déplaçant les "pieds" des lignes de champ coronales). Plus généralement le champ magnétique peut être fortement amplifié dans la région de fort β de la zone de convection. C'est le lieu principal de la dynamo solaire. Le flux magnétique doit par la suite nécessairement être transporté depuis l'intérieur solaire et être injecté dans l'atmosphère solaire (voir la revue Fan 2004).

12. mais aussi dans la zone convective et dans la basse atmosphère solaire

2.2.1 La Dynamo Solaire

La dynamo solaire réfère au mécanisme complexe qui est responsable de l'activité solaire. Elle se décompose habituellement en trois parties :

- la génération et l'intensification du champ magnétique dans la zone de convection,
- le transport et l'émergence de ce champ dans l'atmosphère solaire,
- la disparition de ce champ dans l'atmosphère et l'inversion du sens du dipôle solaire.

Un des objectifs principaux des modèles de dynamo solaire consiste en effet à comprendre pourquoi et comment le champ magnétique global solaire présente une inversion périodique (~ 22 ans). Le cycle undécennal de l'activité solaire ne correspondant qu'à une demi-période de cycle du champ magnétique¹³.

Dans les théories dynamo, le champ magnétique est amplifié par les déplacements du plasma. Un déplacement \mathbf{v} perpendiculairement à un champ magnétique \mathbf{B} induit un champ électrique $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, ce qui produit un courant électrique par la loi d'Ohm (Eq. E.14), et crée un champ magnétique via la loi d'Ampère ($\mathbf{j} = \nabla \mathbf{B} / \mu_0$, Eq. E.5). Mais le champ magnétique créé, génère à son tour un champ électrique via l'équation de Faraday (Eq. E.4) ainsi qu'une force de Lorentz ($\mathbf{j} \times \mathbf{B}$, *c.f.* Annexe E.2.2.1), qui peuvent s'opposer à la force générant le mouvement initial \mathbf{v} . Les équations de la dynamo solaire sont ainsi hautement non-linéaires et la génération du champ magnétique est loin d'être un problème trivial. Pour le résoudre, il est nécessaire de trouver un champ de vitesse \mathbf{v} qui puisse maintenir un champ magnétique oscillant, et que ce champ de vitesse soit lui aussi maintenu par les forces en présence.

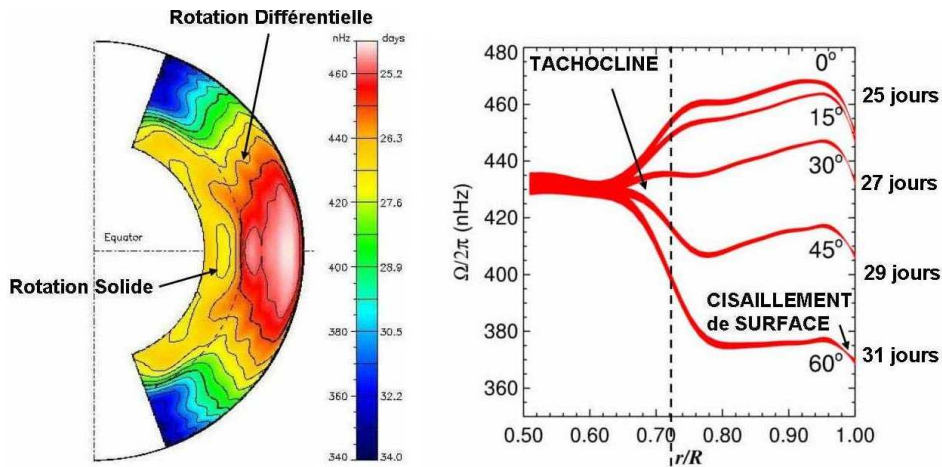


FIG. 2.10 –: Diagrammes représentant les vitesses de rotations angulaires dans l'intérieur solaire en fonction du rayon et de la latitude (adapté de Christensen-Dalsgaard & Thompson 2003).

Depuis le premier modèle consistant de dynamo solaire dû à Babcock (1961) et Leighton (1964), il est admis que c'est la rotation solaire qui est le moteur de la dynamo solaire, et plus particulièrement la rotation différentielle. En effet le soleil ne tourne pas sur lui même comme un objet solide : des écarts relativement importants de

13. La compréhension de cette inversion dépasse largement le cadre de cette thèse. Je me restreindrai ici à décrire uniquement les mécanismes responsables de l'intensification du champ magnétique.

vitesse angulaire de rotation existent entre les diverses régions du soleil. Cette rotation différentielle se traduit d'abord au niveau de la photosphère par une différence latitudinale de vitesse. La période de rotation est ainsi de 25 jours au niveau de l'équateur et elle diminue aux latitudes plus élevées : la période est ainsi de ~ 30 jours à $\pm 60^\circ$ de latitude (Fig. 2.10). Pour une latitude donnée, la vitesse de rotation varie ensuite peu au sein de la zone convective. Mais il existe des différences radiales de vitesse importantes au niveau de la zone de transition entre la zone radiative du soleil et la zone convective, située à $\sim 0.7 R_\odot$. Le coeur radiatif est en rotation solide ce qui crée des cisaillements radiaux importants au niveau de sa frontière avec la zone convective (voir Fig. 2.10). Du fait de la présence de ces gradients de vitesses de rotation, cette région de transition, nommée la tachocline, est le site de la génération du champ magnétique.

Au niveau de la tachocline, où β est fort (voir Annexe E.2.2.2), les tubes de flux sont entraînés par les mouvements du plasma, qui, en les déformant, peuvent augmenter progressivement l'intensité du champ magnétique. Le modèle standard de dynamo solaire est ainsi basé sur l'action conjointe de deux types de mouvements (voir Fig. 2.11) :

- l'effet Ω dû à la rotation différentielle (aux gradients de vitesses), qui transforme le champ poloïdal (que le soleil est supposé avoir en début de cycle) en un champ toroïdal
- l'effet α dû aux mouvements hélicoïdaux cycloniques à petites échelles. Cet effet permet de transformer le champ toroïdal en un champ poloïdal. L'effet α suppose qu'il existe des vitesses radiales. Celles-ci sont naturellement introduites lorsque l'on tient compte des mouvements de convection.

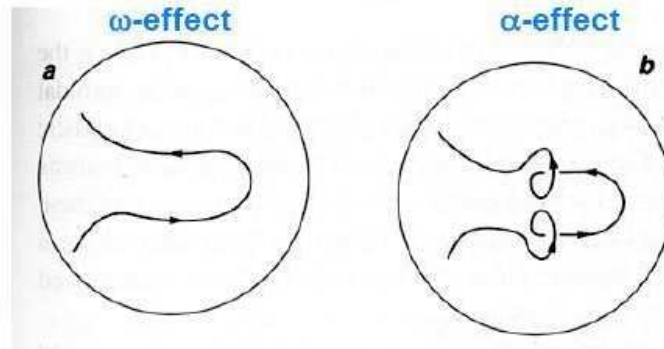


FIG. 2.11 – : Schéma de l'action des effets Ω (a) et α (b) sur le champ magnétique solaire (Choudhuri 2003).

On parle dans le cas du soleil d'une dynamo $\alpha - \Omega$ (Roberts 1972). Le champ moyen \mathbf{B}_0 est alors donnée par :

$$\frac{\partial \mathbf{B}_0}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}_0) + \nabla \times (\alpha \mathbf{B}_0) + \tilde{\eta} \nabla^2 \mathbf{B}_0 \quad (2.5)$$

où \mathbf{v}_0 est le champ de vitesse moyen à grande échelle, $\tilde{\eta}$ la diffusivité magnétique turbulente et α un coefficient proportionnel à l'hélicité cinétique moyenne (donnée par $\mathbf{v} \cdot \nabla \times \mathbf{v}$, voir Sect.4.1.1.1) du champ de vitesse turbulent. Dans le membre de droite de l'Eq. (2.5), le premier terme correspond à la génération du champ magnétique par

la rotation différentielle (effet Ω), le second terme est l'effet α et le dernier terme traduit un phénomène de diffusion des lignes de champ magnétique sous l'action des mouvements turbulents (il est généralement plus efficace que la dissipation ohmique).

C'est l'ensemble des deux effets, Ω et α , qui permet l'intensification du champ magnétique solaire. Mais la dynamo solaire forme-t-elle une couche magnétique homogène au niveau de la tachocline ou est ce que le champ créé est plus intermittent, à savoir un ensemble discret de tubes de flux toroïdaux? Pour ce qui est de l'émergence, cette question importe peu en définitive car si le champ est sous la forme d'une nappe magnétique, l'instabilité de Rayleigh-Taylor magnétique (*c.f.* Annexe G) provoquera sa fragmentation en plusieurs tubes de flux. Ceux-ci seront transportés dans la zone convective et émergeront de la même manière que si la dynamo créait directement un ensemble de tubes de flux (Moreno-Insertis & Murdin 2000; Schüssler & Rempel 2002).

2.2.1.1 Génération d'hélicité magnétique

De part ses propriétés de conservation et de cascade inverse (voir Sect. 4.1.3.1), l'hélicité magnétique est une quantité impliquée au coeur des mécanismes de la dynamo solaire, en particulier elle est à l'origine de la saturation de l'effet dynamo (voir les revues Brandenburg 2003; Brandenburg & Subramanian 2005). Mais de plus, les effets Ω et α induisent naturellement la génération d'hélicité magnétique de signes opposés dans chaque hémisphère.

La rotation différentielle va déformer le champ poloïdal : la rotation relative entre l'équateur et la zone polaire engendre une hélicité magnétique nette dans chaque hémisphère (torsion du champ magnétique). L'effet Ω produit une hélicité de signe opposé entre chaque hémisphère (> 0 dans le sud et < 0 dans le nord) avec un bilan global nul. L'amplitude de la génération peut être estimée en déterminant l'extension du flux magnétique ouvert au voisinage des pôles, et en utilisant les mesures de rotation différentielle. Chaque hémisphère produit ainsi une hélicité de l'ordre de $2 \times 10^{46} \text{ Mx}^2$ par cycle solaire (Berger & Ruzmaikin 2000).

L'effet α va plus localement déformer les tubes de flux magnétiques par les mouvements hélicoïdaux du plasma. L'effet α , bien que produisant lui aussi une hélicité nulle, sépare spectralement l'hélicité positive de l'hélicité négative (Ji 1999). Le plasma déforme principalement l'axe des tubes de flux magnétique (supposés fins). Ceci génère une hélicité magnétique appelée "writhe" (*c.f.* Sect. 4.1.1.3) qui est de signe opposé à l'hélicité cinétique. La déformation de l'axe du tube est accompagnée par une torsion interne du tube de flux qui génère une hélicité de signe opposé, le bilan global étant nul. Cependant ces deux types d'hélicités ne sont pas générés aux mêmes échelles spatiales : la première l'est à l'échelle de l'extension du tube de flux alors que la deuxième l'est à l'échelle de sa section. L'hélicité magnétique de torsion est transférée aux petites échelles tandis que l'hélicité de "writhe" est injectée aux grandes échelles spatiales (Alexakis et al. 2006). Chacune de ces contributions, stockées à différentes échelles spatiales, peut évoluer différemment. Celle stockée aux petites échelles spatiales est préférentiellement dissipée. Ce processus permet ainsi de générer une hélicité globale nette non nulle (Brandenburg & Blackman 2002; Alexakis et al. 2006).

Les mécanismes d'intensification du champ magnétique par la dynamo solaire au niveau de la tachocline génèrent donc naturellement des tubes de flux possédant une hélicité magnétique non nulle. Les tubes de flux créés seront naturellement torsadés.

Mais quelle est la géométrie exacte des tubes de flux formés? Les tubes de flux créés sont généralement modélisés par des tubes de flux cylindriques relativement larges et avec une torsion interne. Mais il est possible que l'organisation réelle soit beaucoup plus complexe : la dynamo peut éventuellement générer de petits tubes de flux, ayant chacun une certaine torsion interne, entortillés les uns autour des autres à la manière d'une tresse. Les tubes auraient ainsi non seulement une hélicité due à la torsion interne mais aussi une hélicité mutuelle due à leur enroulement les uns autour des autres.

Aucune observation, ni mesure ne permet aujourd'hui de déterminer la géométrie exacte de ces tubes de flux. Dans la suite de cette thèse, nous conserverons l'image de tubes de flux simples, possédant uniquement une torsion interne, tout en gardant à l'esprit que l'organisation réelle peut être fort différente.

L'hélicité générée par la dynamo solaire est-elle néanmoins la principale source de l'hélicité coronale des régions actives? La question de l'origine de l'hélicité est plus difficile à trancher que l'origine du champ magnétique. Les mouvements idéaux du plasma peuvent en effet cisailer et tordre lentement les lignes de champ et ainsi augmenter localement la quantité d'hélicité. En particulier la rotation différentielle photosphérique peut injecter de l'hélicité dans la couronne. Cette injection locale est-elle plus importante que l'hélicité générée par la dynamo solaire? Pour répondre à cette question il est nécessaire de pouvoir estimer le flux d'hélicité photosphérique et de séparer la contribution due à l'émergence du champ magnétique de la contribution due aux mouvements locaux. Nous verrons section 4.2.1.3 que c'est l'hélicité provenant de l'intérieur solaire qui constitue la principale source d'hélicité des régions actives.

2.2.2 Le transport du flux dans la zone de convection

De même que le flux magnétique, l'hélicité est transportée par des tubes de flux magnétique discrets à travers la zone de convection. Le mécanisme permettant la montée de ces tubes de flux est la poussée d'Archimède (Parker 1955).

2.2.2.1 La poussée d'Archimède

Ce modèle suppose que la taille de la section des tubes de flux est inférieure à toutes les échelles caractéristiques du milieu environnant : c'est l'approximation des tubes de flux fins (Roberts & Webb 1978; Spruit 1981). En particulier, la section du tube doit être inférieure à l'échelle de hauteur de pression, H_P , définie telle que $P/H_P = |dP/dz|$. Pour un gaz parfait dans une atmosphère stratifiée gravitationnellement, la hauteur de pression vaut :

$$H_P = k_B T(z) / M g(z) , \quad (2.6)$$

avec k_B la constante de Boltzmann, M la masse moyenne d'une particule du plasma, T la température du milieu et g la gravité. Des ordres de grandeurs de H_P à différents niveaux de la structure solaire sont donnés au tableau E.1, Annexe E.2.2.

En faisant l'hypothèse que l'émergence est une succession d'états quasi-statiques, alors le tube de flux doit être en permanence à l'équilibre mécanique de pression avec son environnement extérieur. Cela suppose que le temps que mettent les ondes sonores à traverser la section tube est plus petit que le temps que met le tube à se déplacer de

son propre diamètre. La vitesse du son doit donc être largement supérieure à la vitesse du tube.

A l'intérieur du tube de flux, à la pression thermodynamique du plasma P_{int} se rajoute la pression due au champ magnétique B_0 . L'équilibre de pression s'écrit donc : $P_{\text{ext}} = P_{\text{int}} + B_0^2/2\mu_0$. En considérant que l'équation d'état du plasma solaire est celle des gaz parfaits, les pressions valent $P_{\text{ext}} = \rho_{\text{ext}}k_B T_{\text{ext}}/M$ et $P_{\text{int}} = \rho_{\text{int}}k_B T_{\text{int}}/M$. En supposant le tube à l'équilibre thermique avec le milieu extérieur ($T_{\text{ext}} = T_{\text{int}}$), il s'en suit une différence de densité $\Delta\rho = \rho_{\text{ext}} - \rho_{\text{int}}$ entre l'intérieur et l'extérieur du tube de flux (Parker 1975) :

$$\Delta\rho = \frac{B_0^2 M}{2\mu_0 k_B T(z)} = \frac{B_0^2}{2\mu_0 g(z) H_P} \quad (2.7)$$

La densité à l'intérieur du tube étant plus faible qu'à l'extérieur, la poussée d'Archimède fait monter le plasma. Dans la zone de convection, le nombre de Reynolds magnétique étant tel que $\mathcal{R}_m \gg 1$ de même que le paramètre β du plasma, le champ magnétique est gelé dans le plasma et advecté par celui-ci (*c.f.* Annexe E.4). Le flux magnétique subit donc un mouvement ascendant. De plus $\Delta\rho/\rho$ est faible, ce qui conduit à une vitesse d'ascension faible par rapport à la vitesse du son, justifiant l'hypothèse ci-dessus.

Le mécanisme de montée des tubes de flux impose une contrainte sur le champ magnétique généré par la dynamo : son intensité doit être de l'ordre de 10^5 G (Moreno-Insertis et al. 1992; Moreno-Insertis 1992; Schüssler & Rempel 2002)¹⁴. D'une part une intensité moindre aurait pour conséquence que les tubes montant seraient trop fortement affectés par la force de Coriolis et qu'ils apparaîtraient à des latitudes trop grandes (Choudhuri 1989), voire ne pourraient simplement pas émerger (Moreno-Insertis et al. 1992). D'autre part, la montée adiabatique dans un milieu stratifié induit une expansion des tubes de flux (une augmentation de la section) et par conséquent une diminution de l'intensité du champ (le flux étant constant dans un tube de flux, *c.f.* Annexe E.4). Cette diminution de l'intensité du champ est particulièrement importante lors de l'approche de la photosphère (les gradients de pression et température deviennent importants à partir de 10 Mm sous la photosphère; Moreno-Insertis 1986). Or si l'intensité du champ est trop faible, il ne peut plus supprimer les mouvements de convection à l'intérieur du tube, qui ont pour conséquence la destruction de celui-ci (par dissipation aux petites échelles turbulentes). Il est donc nécessaire qu'un champ initial suffisamment important soit présent dès la formation du tube de flux au niveau de la tachocline, pour que ce tube de flux puisse émerger au niveau photosphérique.

2.2.2.2 Une nécessaire hélicité magnétique

D'autres mécanismes tel que les forces de Coriolis (Moreno-Insertis et al. 1992), l'érosion (Petrovay & Moreno-Insertis 1997), le développement de vortex (Moreno-Insertis & Emonet 1996; Emonet et al. 2001; Cheung et al. 2006) viennent compliquer ce modèle simple de transport du flux magnétique (pour plus de détails voir Cheung 2006; Fan 2004; van Driel-Gesztelyi 2002). En particulier il est nécessaire qu'une certaine

¹⁴. soit une intensité supérieure d'un facteur 10 à celle donnée par l'équipartition avec la densité d'énergie cinétique

torsion des lignes de champ, et donc une certaine quantité d'hélicité, soit présente pour permettre au tube de préserver son intégrité.

Les simulations numériques 2D de tubes de flux non torsadés (Schüssler 1979; Moreno-Insertis & Emonet 1996; Krall et al. 1998) montrent en effet que, au cours de leur montée, leur section développe une forme d'ombrelle : deux lobes latéraux sont reliés par une arche, chaque lobe étant formé de vortex tournant en sens opposé. Ces vortex englobent petit à petit la majeure partie du flux magnétique. De plus ils sont soumis à une force descendante, due à la circulation non nulle, qui compense la poussée d'Archimède (Longcope et al. 1996). L'émergence est finalement stoppée.

Pour que les tubes de flux puissent traverser la zone de convection, il est ainsi nécessaire d'empêcher que ces vortex accaparent le flux magnétique. Hors, une certaine tension des lignes de champ permet au tube de flux de résister à la génération de la vorticité. Un des moyens est d'ajouter une composante poloïdale B_ϕ au champ axial B_z . En définissant l'angle de torsion Ψ comme $\tan \Psi = B_\phi / B_z$ entre les deux composantes du champ, il apparaît que si Ψ est suffisamment élevé le tube de flux conserve son intégrité (Moreno-Insertis & Emonet 1996; Emonet & Moreno-Insertis 1998; Cheung et al. 2006). Une torsion minimum est donc nécessaire pour que les tubes de flux conservent leur intégrité et puissent émerger (voir Fig. 2.12).

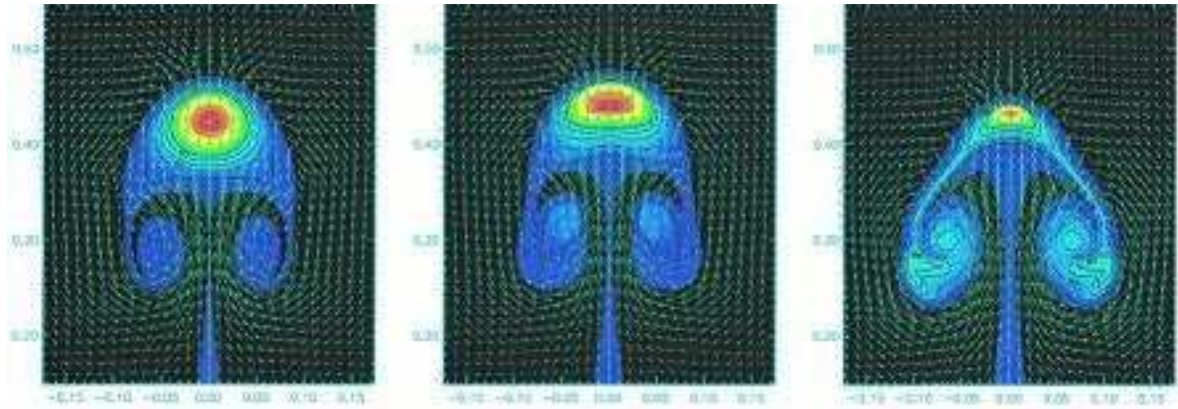


FIG. 2.12 – : *Distribution du champ magnétique axial lors de simulations 2D de montée de tubes de flux torsadés (Moreno-Insertis & Emonet 1996). L'angle de torsion, Ψ décroît de gauche à droite (valant respectivement 20° , 10° et 4°).*

Emonet & Moreno-Insertis (1996) présentèrent un critère de stabilité pour que l'émergence par poussée d'Archimède puisse se poursuivre. Ils définirent le nombre de Weber¹⁵ magnétique comme le rapport de l'inertie à la tension magnétique de surface (au niveau de l'interface entre le tube de flux et le milieu extérieur). Le tube de flux garde sa cohérence si le nombre de Weber magnétique n'excède pas l'unité. Le critère sur l'angle de torsion, Ψ_m , au niveau où le champ transverse est maximum, peut ainsi s'écrire (Emonet & Moreno-Insertis 1998) :

$$\sin^2 \Psi_m \geq \frac{R}{H_p} \frac{\Delta \rho}{\rho} \frac{\beta}{2} \quad (2.8)$$

15. Le nombre de Weber est habituellement utilisé pour comparer l'importance de la tension de surface par rapport aux forces d'inertie dans le cas de bulle d'air

avec R le rayon du tube de flux, H_p la hauteur de pression, $\Delta\rho/\rho$ la différence relative de densité entre le centre du tube et son environnement, et β le paramètre du plasma (*c.f.* Annexe E.2.2.2) au centre du tube. Des simulations numériques 3D (Abbett et al. 2000; Fan 2001; Fan et al. 2003) confirmèrent l'importance de ce critère pour la cohésion des tubes de flux et pointèrent le fait que la torsion nécessaire était en fait moins élevée que celle donnée par (2.8).

L'hélicité magnétique étant fortement liée à la torsion relative des lignes de champ magnétique, cela traduit qu'une certaine quantité d'hélicité magnétique est nécessaire pour permettre au tube de flux d'émerger dans l'atmosphère solaire. Cette hélicité semble être naturellement fournie par la dynamo solaire.

2.3 Le modèle classique d'émergence

Si le critère précédent reste satisfait lors de l'ascension et si le tube de flux ne gonfle pas trop (il faut un champ magnétique suffisamment fort pour garder l'intégrité du tube de flux), il finit par arriver sous la photosphère.

2.3.1 La formation des régions actives

Cependant, à l'approche de la photosphère, la température du milieu décroissant, l'échelle de hauteur de Pression (H_p) diminue fortement (voir tableau E.1) et finit par devenir plus faible que la section du tube initial. A une profondeur de quelques Mm sous la photosphère, celui-ci se fractionne en de multiples tubes de flux étroits (Parker 1979). La section de ces tubes est de l'ordre de plusieurs centaines de kilomètres. La formation d'une région active est due à l'émergence progressive de ces tubes de flux. Au fur et à mesure de l'émergence, ces tubes fins s'agrègent et reforment un tube de flux de plus en plus important (Zwaan 1985, 1987, voir Fig. 2.13). A l'intersection de ce tube avec la photosphère (au niveau des pieds photosphériques des boucles en Ω) se trouvent les taches solaires. La taille des taches solaires, généralement de l'ordre d'une dizaine de Mm (mais pouvant atteindre jusqu'à 60 Mm; Solanki 2003), donne une idée de la section du tube ayant initialement émergé et s'étant fragmenté.

Cette combinaison de plusieurs tubes de flux émergents s'accorde parfaitement avec les observations du développement des régions actives (voir revue de van Driel-Gesztelyi 2002). La figure 2.14 présente un exemple standard d'observation d'une région active émergente tandis que la figure 2.15 résume les caractéristiques observationnelles de cette émergence en lien avec le modèle classique d'émergence de tubes de flux en forme de Ω .

L'émergence d'une région active se traduit d'abord par l'apparition et l'expansion d'une plage bipolaire brillante dans la chromosphère (observée dans les raies H et K du Calcium II; Fox 1908). Au niveau de la photosphère, dans les magnétogrammes, l'émergence d'une région active se traduit initialement par l'apparition de petits dipôles magnétiques dans toute la région (Wang & Zirin 1992; Schmieder et al. 2004b). Le flux de ces bipôles est de l'ordre de 10^{19} Mx (Zwaan 1987). Ils correspondent à l'intersection du sommet des petites tubes de flux (provenant de la fragmentation du tube initial) avec la photosphère.

Puis les polarités de signes opposés se séparent chacune de leur côté, avec des vitesses

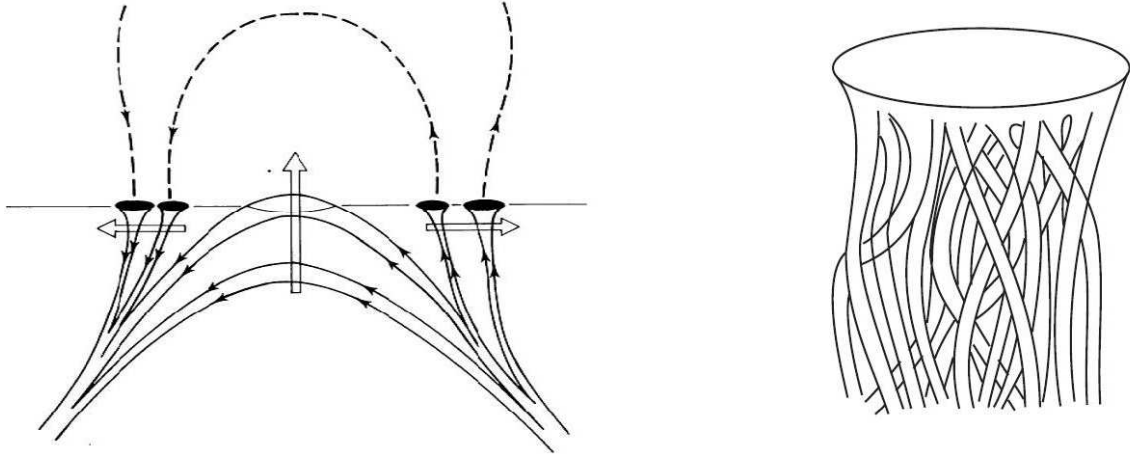


FIG. 2.13 –: **Gauche:** modèle classique d'émergence par tubes de flux en Ω (Zwaan 1985). **Droite:** modèle en “méduse” ou “spaghetti” des taches solaires; sous la photosphère, une tache est formée par de multiples tubes de flux étroits (Solanki 2003).

de l'ordre du km.s^{-1} et constituent deux régions de signes opposés séparées par une ligne neutre (Harvey & Martin 1973, voir Fig. 2.14). Cette séparation correspond à l'émergence des petits tubes de flux en Ω à travers la photosphère. Les polarités se rassemblent et apparaissent comme des structures sombres en lumière blanche: ce sont les pores (de petites taches solaires sans pénombre). Ces structures correspondent à des zones de champ magnétique intense ($\sim 600 \text{ G}$). Les taches solaires se constituent ensuite par la coalescence des pores (Zirin 1972; Zwaan 1985, 1992; Strous 1994). Le flux moyen d'une tache est de l'ordre de 10^{22} Mx , avec des variations importantes d'une région à l'autre. Les taches se forment graduellement, pendant un intervalle de temps allant de quelques heures à plusieurs jours, par le regroupement des polarités magnétiques de même signe (voir Fig. 2.14).

Dans la chromosphère, les observations en $\text{H}\alpha$ montrent des structures sombres allongées, en forme d'arcade, reliant les plages chromosphériques: ce sont les “Arch Filament Systems” (AFS; Bruzek 1967; Georgakilas et al. 1990; Malherbe et al. 1998; Mein et al. 1996; Schmieder et al. 1997b; Spadaro et al. 2004, voir Fig. 2.14). Les AFS sont des structures caractéristiques des régions d'émergences. Leur temps de vie individuel est de l'ordre de 20 minutes. Elles présentent des vitesses ascendantes ($\sim 10 \text{ km.s}^{-1}$) autour de leurs sommets¹⁶ et de fortes vitesses descendantes ($\sim 50 \text{ km.s}^{-1}$) dans leurs pieds¹⁷. Les AFS correspondent à des boucles chromosphériques en Ω en train d'émerger dans la chromosphère (ce qui explique que le sommet de ces boucles monte, voir Fig. 2.15). L'émergence s'accompagne du vidage gravitationnel du plasma confiné dans le tube de flux, ce qui entraîne des flux descendants au niveau des pieds des AFS (Schmieder et al. 1991; Malherbe et al. 1998).

Dans la couronne, peu après l'émergence, les boucles EUV et X apparaissent. La direction de ces boucles est alignée avec celle des AFS (Schmieder et al. 1997b). Les boucles coronales observées par le *Transition Region and Coronal Explorer* (TRACE;

¹⁶. seul le centre des AFS est visible dans l'aile bleu de la raie $\text{H}\alpha$.

¹⁷. Pieds qui sont, eux, uniquement visible dans l'aile rouge.

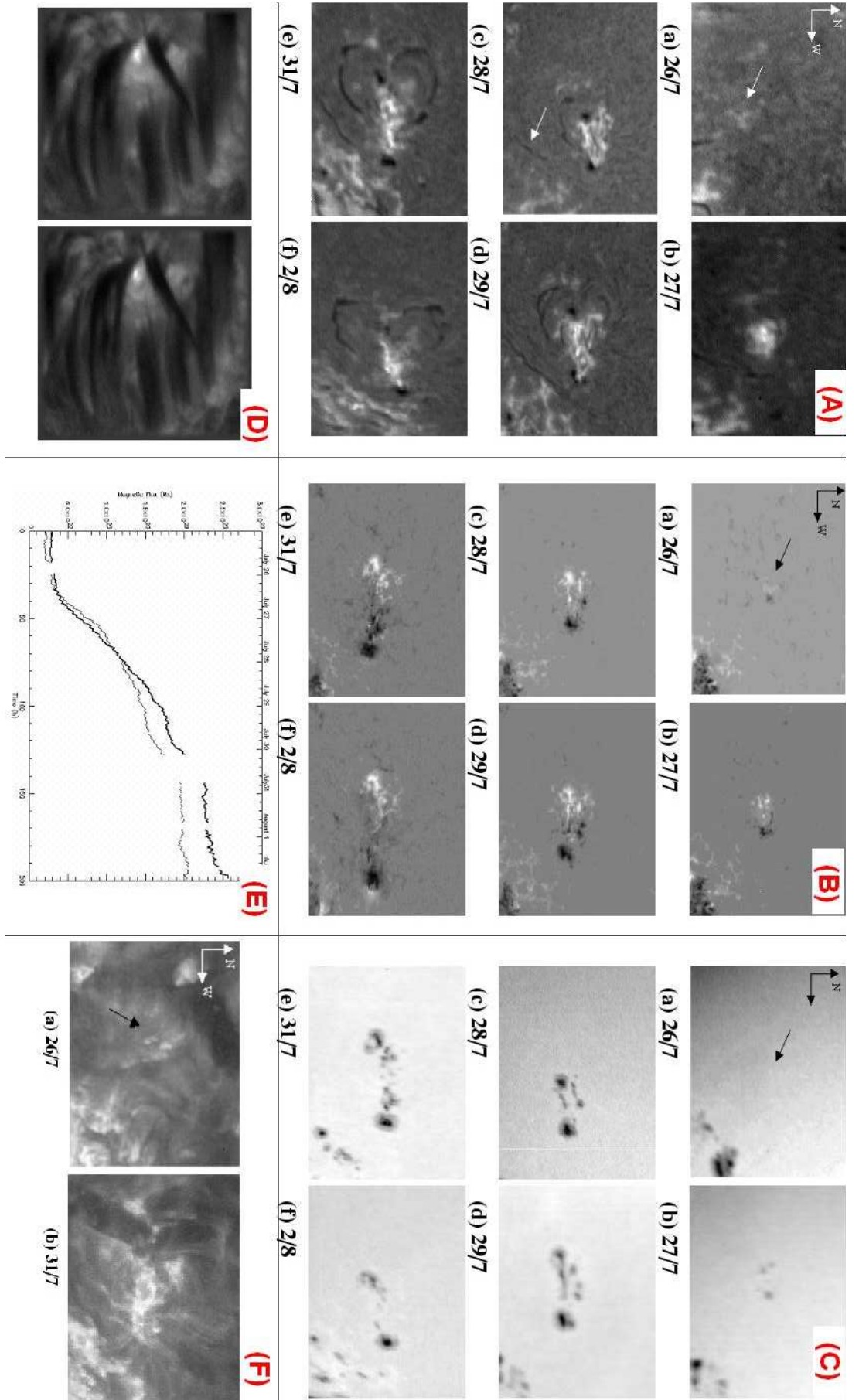


FIG. 2.14 – : Exemple d'émergence d'une région active (AR 10050; Spadaro et al. 2004). (A) : observations chromosphériques en H α (INAF-Catania Observatory). (B) : magnétogrammes du Michelson Doppler Imager (MDI/SoHO; Scherrer et al. 1995). (C) : observations photosphériques en lumière blanche (INAF-Catania Observatory). (D) : observations en H α , détail du centre de la région active le 27/07/02 : "Arch Filament Systems" (THEMIS). (E) : évolution du flux magnétique positif (trait fin) et négatif (trait épais) entre le 26/07/02 et le 02/08/02. (F) : observations en ultraviolet des boucles coronales par l'Extreme ultraviolet Imaging Telescope (EIT/SoHO Delaboudinière et al. 1995).

Handy et al. 1999) avec le filtre à 171\AA de longueur d'onde¹⁸, ont pu être identifiées comme l'étape suivante de l'émergence des AFS : les boucles UV ont une densité en accord avec les AFS co-spatiale (Mein et al. 2001). De même, les boucles observées en X mou avec *Yohkoh* (Tsuneta et al. 1991), de 2 à 4 MK de température, peuvent être associées avec des AFS (Malherbe et al. 1998). Les boucles coronales correspondent ainsi aux tubes de flux ayant terminé leur émergence dans l'atmosphère solaire. Néanmoins les boucles de températures différentes sont formées indépendamment (Schmieder et al. 2004b).

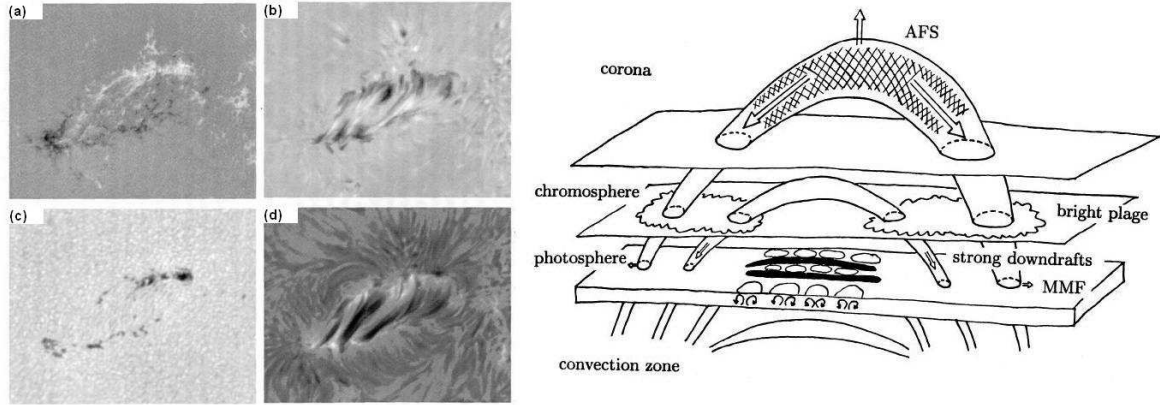


FIG. 2.15 – : **Gauche**: exemple de région active émergente (AR 5617) le 29 juillet 1989 (Strous et al. 1996). (a) magnétogramme. (b) observation dans la raie du Fe I à 5576\AA . (c) observation dans le spectre continu visible. (d) observation en $H\alpha$: “Arch Filament Systems”. **Droite**: schéma résumant les principales observations expliquées par le modèle d'émergence de tubes en Ω (Shibata et al. 1989b)

Le modèle d'émergence par des tubes de flux permet aussi d'expliquer certaines propriétés statistiques et à grandes échelles des régions actives, tellesque :

- la loi de Joy (Hale et al. 1919) : l'axe des régions actives est incliné en direction de l'équateur (la tache de tête¹⁹ est située à une latitude plus basse que la tache de queue).
- la concentration plus importante du flux dans la tache de tête (la tache de queue étant généralement plus fragmentée), due à l'inclinaison du tube de flux émergent (van Driel-Gesztelyi & Petrovay 1990) et à l'écoulement du plasma de la tache de tête vers celle de queue (Moreno-Insertis et al. 1994).

Ces deux propriétés sont dues à l'action des forces de Coriolis sur le tube de flux s'élevant dans la zone convective. La force de Coriolis fait pivoter les tubes de flux (dans le sens horaire dans l'hémisphère nord et dans le sens opposé dans l'hémisphère sud) et l'incline vers l'est. La modélisation numérique de l'émergence de tube de flux a confirmé ces effets (Moreno-Insertis et al. 1994; Caligari et al. 1995; Abbett et al. 2001) apportant de nouveaux arguments en faveur du modèle d'émergence de tube de flux en forme de Ω .

18. Correspondant à la transition Fe IX/X et traceur de plasma ayant une température de l'ordre de 1 MK.

19. La tache située vers l'Est solaire

2.3.2 Les problèmes du modèle d'émergence en Ω

Si ce modèle classique permet d'expliquer de nombreuses observations, quelques incompréhensions théoriques subsistent néanmoins, en particulier concernant le traitement de la traversée de la photosphère. En effet si les conditions thermodynamiques permettent bien l'existence d'une poussée d'Archimède dans la zone convective, son application au niveau et sous la photosphère est beaucoup plus délicate.

La photosphère constitue en effet une zone de gradient vertical fort pour les grandeurs thermodynamiques, en particulier pour la pression et la densité du plasma. Par exemple la pression passe de 10^4 Pa dans le bas de la photosphère à 50 Pa à 600 km d'altitude (Vernazza et al. 1981, modèle C d'atmosphère). Au niveau de la photosphère, il existe donc des gradients de pression très importants par rapport à ceux présents dans la zone convective. Ainsi au niveau de la photosphère l'échelle de hauteur de pression, H_P (définie Eq. 2.6), est de l'ordre de 100 km (voir tableau E.1). Cette échelle augmente d'un facteur 10 à une profondeur de environ 1 Mm (Stix 1991). Lors de l'ascension des tubes de flux dans la zone de convection, le rayon de plus petits tubes devient comparable à H_P au sommet de la zone de convection. De ce fait l'hypothèse de tubes fins ne s'applique plus. L'équilibre mécanique entre le tube de flux et le milieu extérieur n'est plus assuré. Le tube de flux ne peut plus continuer à monter de façon cohérente.

De plus, la densité du plasma chute brutalement, de 10^{-4} à 10^{-6} kg.m⁻³ entre le bas et le haut de la photosphère²⁰ (Vernazza et al. 1981, modèle C d'atmosphère). De ce fait, la densité des couches supérieures devient plus faible que celle du tube de flux ascendant. C'est la raison pour laquelle la progression des tubes de flux est stoppée. Par conservation de la matière à l'intérieur du tube, celui-ci s'étale latéralement, formant ainsi une nappe magnétique sous-photosphérique (Spruit et al. 1987).

Le dernier problème théorique est qu'au niveau de la photosphère, la chute de la pression implique une diminution du paramètre β du plasma, qui devient de l'ordre de l'unité. Même si le champ magnétique est toujours gelé dans le plasma, la dynamique des tubes de flux n'est plus entièrement dominée par les termes de pression. La force de Lorentz entre en jeu et le champ magnétique commence à influencer sur la dynamique du plasma.

Le haut de la région de convection et la photosphère solaire constituent donc une région de transition où il est difficile de prédire analytiquement le comportement des tubes de flux magnétiques. Cette étude requiert des simulations numériques lourdes.

2.3.3 Résultats de simulations numériques d'émergence non résistive

Dû à la présence de forts gradients, l'incrémentatation complète de la physique photosphérique, en tant que région de transition, est très ardue. C'est pourquoi deux grands types de simulations existent :

- celles qui traitent de la zone de convection, et qui introduisent une zone photosphérique proche de la limite supérieure (Abbett et al. 2000, 2004; Cheung 2006)
- celles qui considèrent l'atmosphère solaire avec la photosphère proche de la frontière inférieure (Shibata et al. 1989a,b, 1990; Nozawa et al. 1992; Matsumoto

²⁰. soit deux ordres de grandeurs en 500 km!

et al. 1993; Fan 2001; Magara 2001; Magara & Longcope 2003; Fan & Gibson 2004; Magara 2004; Manchester et al. 2004).

Toutes ces simulations tentent de faire émerger des tubes de flux torsadés (pour satisfaire au critère de cohésion du tube, voir Sect. 2.2.2.2). L'ensemble des simulations, **qui ne tiennent pas en compte les effets résistifs**, quelles soient 2D, 2,5D ou 3D, rencontrent un succès relatif pour faire émerger des tubes de flux. Dans le cas de simulation traitant la reconnexion les résultats sont sensiblement différents, comme nous le verrons à la section 3.3.4.

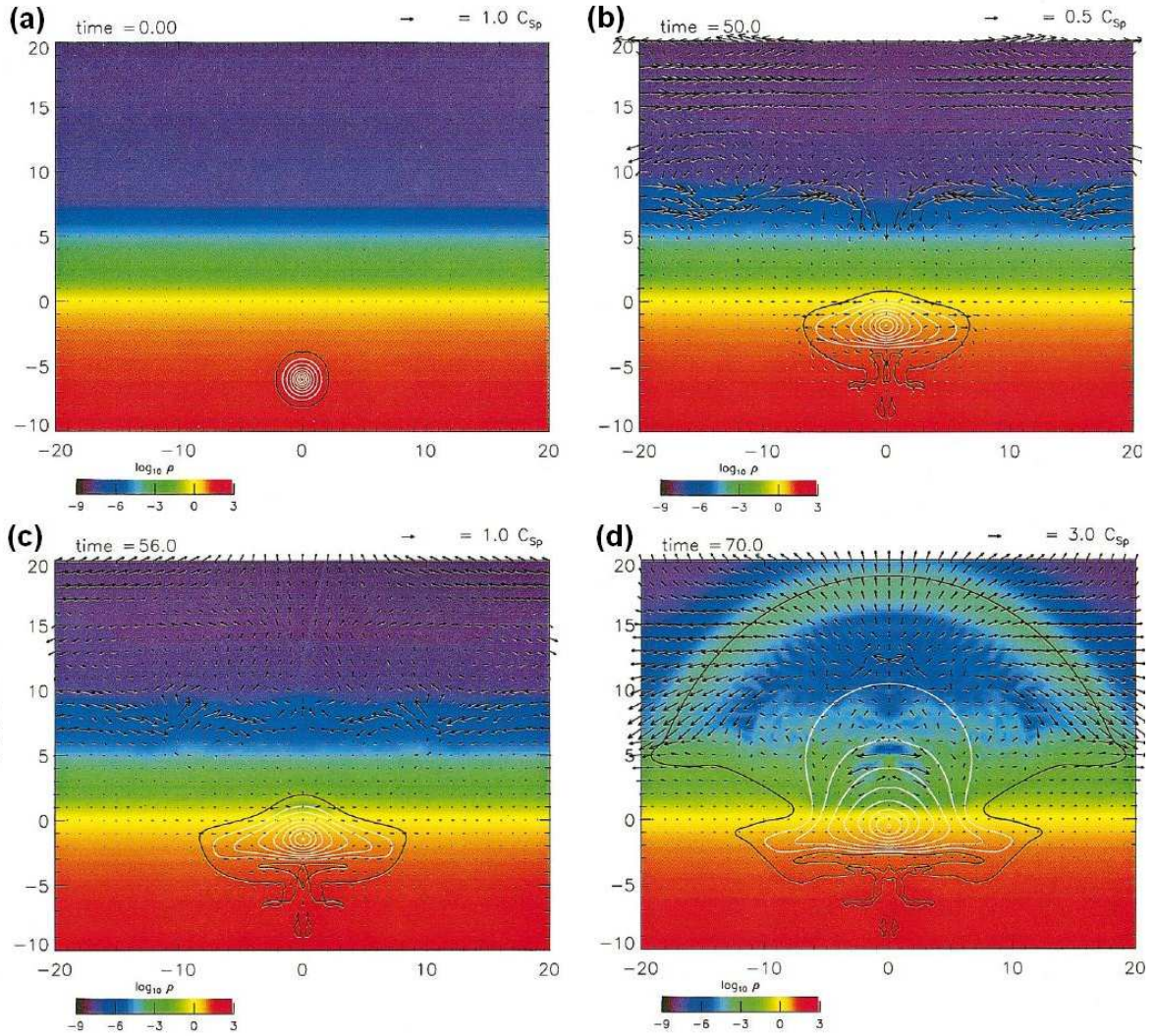


FIG. 2.16 – *Simulation 2,5D d'émergence d'un tube de flux à travers la photosphère (situé entre $z = 0$ et $z = 3$) (Magara 2001). L'échelle de couleur correspond à la densité du plasma, les vecteurs sont ceux de la vitesse du plasma et les contours sont ceux du champ magnétique axial. (a) : configuration initiale. (b) et (c) : étape intermédiaire; aplatissement du tube de flux. (d) : émergence d'une partie du flux par instabilité de Rayleigh-Taylor magnétique.*

Si du champ magnétique émerge bien au-dessus de la photosphère modélisée, certains paramètres choisis ne sont pas physiquement réalistes. Tout d'abord la valeur introduite pour la torsion des tubes de flux, de l'ordre de plusieurs tours pour l'ensemble du tube (à l'exception de Manchester et al. 2004), n'est jamais observée dans l'atmosphère solaire (voir Sect. 4.2.2). De plus le champ magnétique axial doit être très

intense, de l'ordre de 6×10^3 à 10^4 G, soit 2 à 3 fois plus intense que les champs les plus intenses mesurés dans les régions actives. Dans les cas où le champ axial est plus faible, le tube de flux n'émerge pas (Cheung 2006; Magara 2001, modèle Sr, Figure 11). Le tube de flux reste alors sous la photosphère. Il se dilate dans la direction horizontale perpendiculaire à l'axe du tube. La partie basse du tube ayant encore une vitesse ascendante, le sommet du tube de flux ne pouvant pas franchir la photosphère, le tube s'aplatit et forme une couche magnétique sous la surface.

Dans le cas où le champ est plus intense, une partie du flux magnétique arrive néanmoins à traverser la photosphère. Comme le montre la figure 2.16, dans un premier temps le tube de flux atteint la photosphère et s'aplatit horizontalement comme précédemment. Dans une seconde phase, l'instabilité de Rayleigh-Taylor magnétique (voir Sect. G) se développe dans la direction perpendiculaire à l'axe du tube (Magara 2001). Une partie du flux magnétique se retrouve ainsi dans l'atmosphère solaire. Mais il faut remarquer que l'essentiel du flux, concentré au niveau de l'axe du tube, reste sous la photosphère.

Ce type de comportement se retrouve dans le cas des simulations 3D (Fan 2001; Magara & Longcope 2003; Manchester et al. 2004). Dans ces simulations, la torsion du tube étant très importante, les lignes de champ non axiales décrivent plusieurs tours autour de la ligne centrale. Ainsi, si les sommets des lignes de champ, au niveau de chaque tour, arrivent bien à traverser la photosphère, les parties convexes (le fond des lignes en forme de U), restent toujours sous le niveau de la photosphère (voir Fig. 2.17). De même la ligne axiale n'atteint pas la partie supérieure de la photosphère.

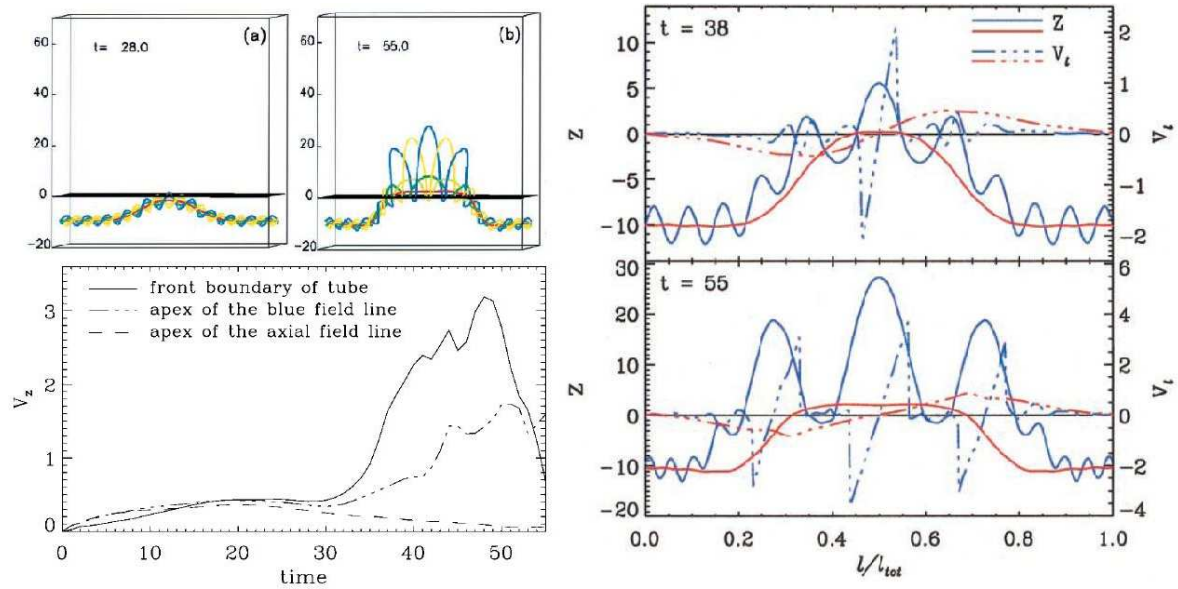


FIG. 2.17 – : *Simulation 3D d'émergence d'un tube de flux dans une atmosphère stratifiée (Fan 2001).* **Gauche-haut :** position du tube de flux à deux instants. Les lignes de champ de colorées matérialisent le tube de flux. **Gauche-bas :** évolution de la vitesse verticale de trois points du tube de flux au cours du temps. **Droite :** position d'une ligne de champ (trait continu bleu) et de la ligne axiale du tube (trait continu rouge) et vitesse horizontale du plasma au niveau de ces lignes de champs (traits pointillés)

Le plasma ne pouvant se déplacer que le long des lignes de champ (dû au gel du plasma, voir Sect. E.4), l'émergence du sommet des lignes de champ est permise par l'écoulement du plasma : lorsque les parties supérieures concaves (en forme de Ω) des

lignes émergent, le plasma s'écoule vers le bas en direction des parties convexes en U, qui forment des creux magnétiques. Ceci peut se voir figure 2.17 où la vitesse transverse du plasma est divergente au niveau des parties émergentes du tube. La densité diminue donc dans le sommet des boucles. Cela leur permet d'émerger plus avant. Au contraire, au niveau du fond des lignes de champ le plasma s'accumule progressivement et empêche l'émergence de cette partie du tube (Parker 1984).

Le modèle d'émergence par poussée d'Archimède, bien qu'il permette d'expliquer certaines observations de la formation de tache solaire, ne permet pas d'expliquer la traversée de la photosphère. Les simulations numériques montrent qu'une grande partie du flux reste sous la photosphère. Elles semblent aussi indiquer que les tubes présentent des ondulations, principalement dues à l'importante torsion des lignes de champ. Mais existe-t-il des traces observationnelles de ces ondulations? De plus si ces ondulations existent, le plasma doit s'écouler vers les parties en U du tube de flux, les creux magnétiques. Ce plasma lesté les tubes, qui ne peuvent plus progresser dans l'atmosphère solaire. Comment le flux magnétique peut-il poursuivre sa progression malgré tout?

2.4 Les questions étudiées dans cette thèse

L'émergence du champ magnétique est un sujet large qui s'inscrit dans le mécanisme global de la dynamo solaire. Le champ émergé, en étant diffusé et annihilé dans l'atmosphère solaire permet l'inversion de polarité du dipôle solaire. L'émergence du champ magnétique permet le transport de l'hélicité magnétique vers l'extérieur, et évite donc son stockage infini dans l'intérieur solaire, et donc la saturation de la dynamo.

Dans notre compréhension de ce processus de nombreux points restent obscurs et des interrogations subsistent. Au cours de ce chapitre d'introduction générale à cette problématique de l'émergence du champ magnétique dans l'atmosphère solaire, j'ai posé plusieurs questions auquel mon travail de thèse va amener sinon des réponses définitives, au moins des éléments d'explications. Résumons les différents problèmes traités :

- ☞ Tout d'abord nous avons vu que le modèle classique d'émergence, basé sur de la MHD idéale, ne permet pas d'expliquer comment les tubes de flux peuvent traverser la photosphère. Mon modèle d'émergence, présenté Section 3.3, basé sur des observations de régions actives émergentes, en incluant des effets résistifs (des reconnexion magnétiques à petites échelles) permet de résoudre naturellement les difficultés du modèle classique.
- ☞ Le deuxième problème traité dans cette thèse concerne le mécanisme de la reconnexion. La reconnexion ne peut avoir lieu que dans des configurations bien particulière du champ magnétique, en particulier lorsque le champ magnétique présente des discontinuités de sa connectivité. Ces topologies sont-elles présentes lors de l'émergence du champ magnétique? Mais avant cela, est-il possible de générer des nappes de courant (base indispensable du mécanisme de reconnexion) dans des configurations typiques de celles où se développent les éruptions? A partir d'une simulation numérique, nous verrons Section 3.4, comment les quasi-séparatrices, qui sont des zones de variations brutales de la connectivité, peuvent effectivement constituer des lieux privilégiés de formation de nappes de courant intense.

➡ Enfin, en restant sur les problèmes liés à la géométrie du champ magnétique, nous avons vu que les structures magnétiques torsadées étaient omniprésentes en physique solaire et que le rôle de cette torsion pouvait être fondamental. Une inconnue est la valeur de la torsion des tubes de flux qui émergent. Une autre inconnue est l'organisation du flux magnétique dans la zone de convection. L'hélicité magnétique, grandeur qui caractérise les propriétés de torsion du champ magnétique, peut maintenant être employée comme un moyen d'analyse de la physique solaire. Mon travail a permis de déterminer la distribution spatiale du flux d'hélicité magnétique photosphérique, en particulier dans les régions émergentes (Section 4.3). De plus, je pose les bases d'une nouvelle méthode pour mesurer l'hélicité dans la couronne solaire (Section 4.4). L'emploi des méthodes que je viens de développer devrait permettre de contraindre les modèles d'émergences du champ magnétique et par conséquent les modèles de dynamo solaire.



Vénus Anadyomène; Tiziano Vecellio dit **Titien**
1525; Huile sur toile, 75,8 x 57,6 cm
Edinburgh, National Gallery of Scotland.

Chapitre 3

Mécanismes d'émergence résistive du champ magnétique

Sommaire

3.1	Des observations à expliquer	34
3.1.1	Des signatures d'ondulation des tubes de flux	34
3.1.2	Les bombes d'Ellerman	37
3.2	Reconnexion et topologie magnétique	41
3.2.1	Points nuls et séparatrices	41
3.2.2	La reconnexion au niveau d'un "Bald Patch"	44
3.3	Le modèle d'émergence résistive	46
3.3.1	De nouvelles observations avec <i>Flare Genesis Experiment</i> . .	46
3.3.2	Résumé de mes travaux: (A.1, B.1, B.2, B.3, B.4, B.8, C.1, C.2)	48
	(A.1): Resistive emergence of undulatory flux tubes . .	53
3.3.3	Extension de mon travail: (A.6, C.3)	68
3.3.4	Simulations d'émergence résistive	72
3.4	La reconnexion au niveau des quasi-séparatrices	75
3.4.1	Définition et propriétés d'une quasi-séparatrice	75
3.4.2	Résumé de mes travaux: (A.3, C.5, C.6)	77
	(A.3): Current sheet formation in quasi-separatrix layers and hyperbolic flux tubes	80

Dans ce chapitre je montrerai comment observations et théorie ont été complémentaires pour avancer sur le sujet de l'émergence du champ magnétique. Après avoir exposé les questions que posent les observations (Sect. 3.1) et la théorie (Sect. 3.2), j'expliquerai pourquoi l'inclusion des effets résistifs permet de comprendre comment les tubes de flux peuvent traverser la photosphère solaire. Section 3.3, je présenterai mon modèle d'émergence résistive du champ magnétique. Je décrirai ensuite quelques confirmations numériques de ce modèle. Enfin je détaillerai comment une topologie très générale du champ magnétique (les quasi-séparatrices) peut effectivement amener à la formation générique de nappes de courant puis à la reconnexion magnétique (Sect. 3.4).

3.1 Des observations à expliquer

La réponse aux questions de la section 2.3.3 réside dans un certain nombre d’observations caractéristiques des régions d’émergence de flux, mais qui n’ont pas, jusqu’ici, été intégrées dans le modèle classique d’émergence du champ magnétique. Parmi ces observations se trouvent ; d’une part l’observation de bandes parallèles de vitesses du plasma, associées à des assombrissements dans le spectre continu du visible ; d’autre part des émissions dans les ailes de la raie $H\alpha$ connues sous le nom de “bombes d’Ellerman”.

3.1.1 Des signatures d’ondulation des tubes de flux

3.1.1.1 Structures en bandes parallèles dans les cartes de vitesse Doppler

Dans certaines raies photosphériques, les apparitions brèves de bandes sombres et parallèles au centre des régions actives émergentes ont été rapportées par de nombreux auteurs (Zwaan 1985; Strous 1994; Strous & Zwaan 1999). Ces assombrissements constituent une signature caractéristique des régions d’émergence de flux magnétique.

Strous & Zwaan (1999) ont identifié 111 événements de ce type dans une région active émergente. Leur temps de vie moyen est de l’ordre de 10 minutes. Strous & Zwaan (1999) ont montré que ceux-ci étaient associés à des vitesses Doppler¹ ascendantes de l’ordre de 0.5 km.s^{-1} (Fig. 3.1).

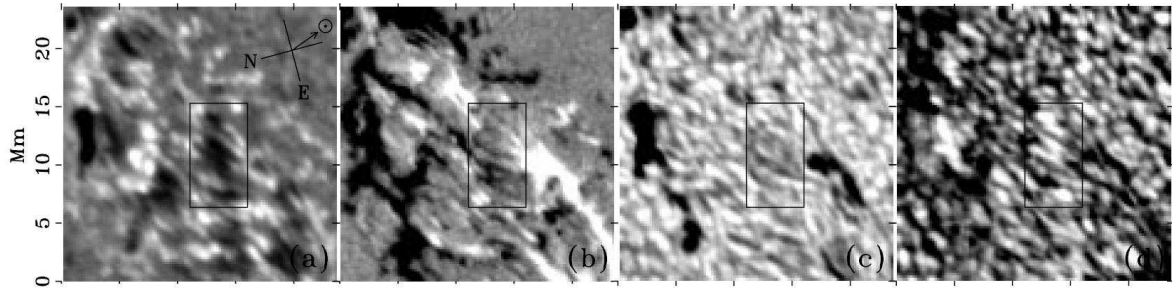


FIG. 3.1 – : Région active émergente 5617 observée en différentes longueurs d’onde (Strous & Zwaan 1999). (a) : observation dans le centre de la raie du FeI à 5576 \AA . (b) : magnétogramme longitudinal. (c) : observation dans le spectre continu visible. (d) : carte des vitesses Doppler (en clair le plasma se rapproche et en sombre il s’éloigne). Le rectangle noir indique plusieurs structures émergentes.

Strous (1994) a montré que des flux de plasma ascendants et descendants étaient régulièrement distribués en bandes parallèles sur l’ensemble de la région active (Fig. 3.2). L’analyse spectrale de ces bandes donne une longueur d’onde de l’ordre de 4.3 Mm . Ceci a suggéré à Strous & Zwaan (1999) l’existence de tubes de flux ondulés, en forme de “serpent de mer”, présentant ainsi une succession de creux et sommets le long du tube (Fig. 3.2, gauche). L’émergence du flux magnétique ne se ferait donc pas sous la forme de tubes en forme de Ω , mais sous la forme de tubes de flux ondulés. Cette géométrie du champ magnétique avait été précédemment suggérée dans le cas du soleil calme, pour expliquer le champ faible “poivre et sel”, qui est un mélange de petites polarités magnétiques positives et négatives (Spruit et al. 1987).

1. Vitesses longitudinales (le long de la ligne de visée) du plasma, déduites de l’observation d’un décalage du centre de la raie d’observation par effet Doppler.

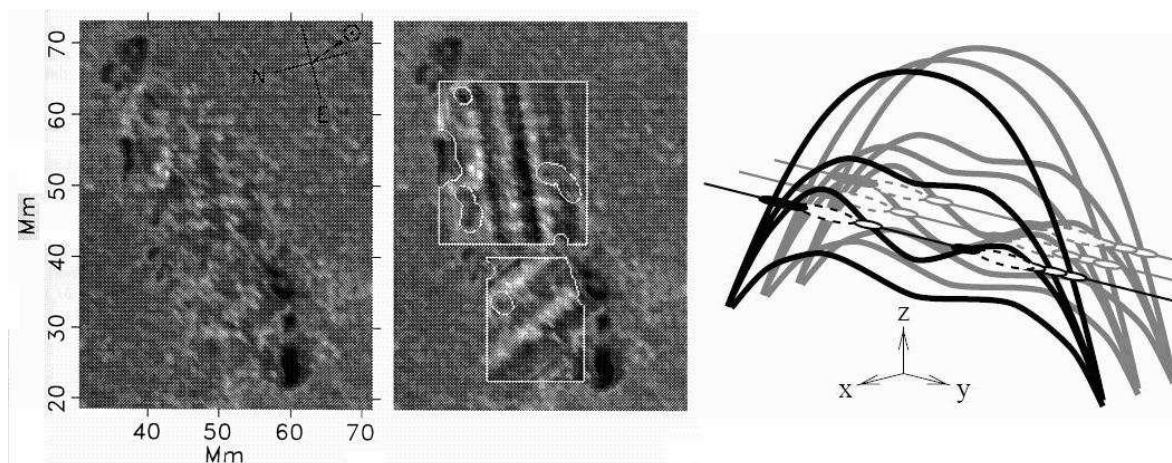


FIG. 3.2 —: **Gauche et centre:** cartes Doppler d'une région active émergente (Strous 1994). Dans la carte du centre le contraste a été augmenté afin de mieux faire apparaître la distribution en bandes parallèles des vitesses longitudinales. **Droite:** schéma hypothétique de la géométrie de lignes de champ dans une région d'émergence: configuration en "serpent de mer" (Strous & Zwaan 1999).

Les sommets (les parties convexes du tube), sont associés à des vitesses positives et correspondent aux assombrissements observés dans le continu. L'intersection des tubes de flux avec la photosphère apparaissent comme des facules brillantes dans le visible. Au niveau des creux magnétiques (les sections en U du tube), le plasma coulant le long des lignes de champ, des vitesses descendantes sont observées. Une des caractéristiques principales de cette émergence, au niveau des magnétogrammes, est l'apparente annihilation du flux magnétique (van Driel-Gesztelyi et al. 2000). En effet lorsqu'une boucle en U émerge au niveau de la photosphère, on assiste au rapprochement de polarités magnétiques de signes opposés, suivi de leur disparition. Mais ces observations peuvent aussi être expliquées par de la submergence de boucles en Ω (Chae et al. 2004b). Seule la mesure vectorielle du champ magnétique permet de connaître la géométrie exacte des lignes de champ au niveau de ces zones d'annihilation du flux magnétique.

Au sein d'une région active², Bernasconi et al. (2002) ont identifié des dipôles magnétiques se déplaçant en translation rectiligne au niveau d'une supergranule. Leur mesure vectorielle du champ magnétique a confirmé la courbure en U des lignes de champ au niveau de ces dipôles (Fig. 3.3, haut droite). Plusieurs dipôles en forme de U se suivant les uns derrière les autres, Bernasconi et al. (2002) ont émis l'hypothèse que ces structures magnétiques ne sont dues qu'à un seul et unique tube de flux ondulé (Fig. 3.3, bas).

La géométrie en U des lignes de champ a aussi pu être associée à d'autres phénomènes classiques des régions actives émergentes. Mandrini et al. (2002) ont lié l'apparition de plusieurs AFS et d'un jet de plasma chromosphérique ("surge") avec des lignes de champ bien particulières, possédant une partie concave au niveau de la photosphère.

Si ces indices semblent attester de l'existence de boucles en U, éventuellement connectées entre elles, à l'heure actuelle aucune observation directe d'une configuration en "serpent de mer" du champ magnétique n'existe. Rien n'indique en effet que les vitesses observées ne sont pas dues à plusieurs tubes de flux en forme de Ω émergeant les uns à côté des autres. Plusieurs boucles en U peuvent-elles véritablement

2. La région active 8844, celle que j'étudierai par la suite

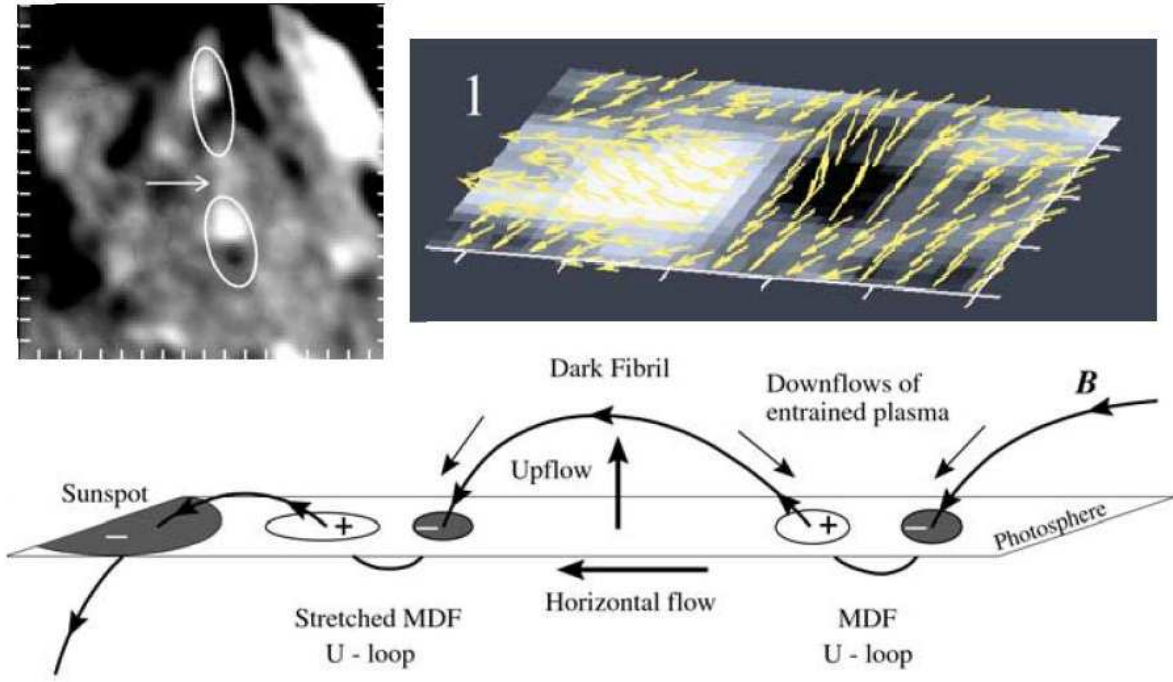


FIG. 3.3 – : **Gauche-haut** : observation de dipôles magnétiques (des “Moving Dipolar Features”, notés MDFs) se déplaçant dans une supergranule (Bernasconi et al. 2002). **Droite-haut** : mesure du champ B au niveau d’un MDF. **Bas** : schéma hypothétique de la configuration du champ magnétique au niveau de ces MDFs.

être liées magnétiquement entre elles? Quelle est l’exacte géométrie des tubes de flux magnétiques au niveau de la basse atmosphère solaire? Ce sont ces questions qui ont motivé mon étude des régions actives émergentes et m’ont amené à vouloir déterminer la configuration du champ magnétique dans la basse atmosphère (voir Sect. 3.3.2).

D’autre part quelle serait l’origine de ces ondulations? Deux explications s’offrent à nous :

- D’une part les ondulations des tubes de flux peuvent être la conséquence de la turbulence convective de la région sous-photosphérique. C’est l’hypothèse retenue par Spruit et al. (1987). Cela impliquerait que l’échelle de la granulation devrait être l’échelle caractéristique de l’ondulation des tubes de flux.
- D’autre part, de même que pour l’initiation de la montée des tubes de flux au niveau de la tachocline (voir Sect. 2.2.1), un mécanisme souvent retenu pour expliquer l’ondulation des tubes de flux au niveau de la photosphère est l’instabilité de Rayleigh-Taylor magnétique. Cette instabilité a été étudiée dans de nombreuses simulations numériques pour expliquer l’émergence du champ magnétique dans l’atmosphère solaire (Shibata et al. 1989a,b, 1990; Nozawa et al. 1992; Matsumoto et al. 1993; Magara 2001). Mais aucun indice observationnel sérieux ne permet d’étayer leurs analyses.

Or la relation de dispersion de l’instabilité de Rayleigh-Taylor fait apparaître une longueur de coupure λ_c (Eq. G.11). Cette longueur de coupure peut donc être employée comme test observationnel afin de discriminer les deux mécanismes pouvant onduler les tubes de flux : l’instabilité de Parker ou la convection. Dans les régions actives, la distribution en longueur d’onde des ondulations présente-t-elle la longueur d’onde

de coupure λ_c ? Ou au contraire l'échelle caractéristique des ondulations correspond elle à celle de la convection photosphérique? Mon travail apportera un véritable argument observationnel en faveur de l'instabilité de Rayleigh-Taylor magnétique (voir Sect. 3.3.2).

3.1.2 Les bombes d'Ellerman

Un autre phénomène typique des régions actives émergentes est connu sous le nom de bombes d'Ellerman (EBs). Ce sont des émissions brèves, spatialement localisées, observables dans les ailes de la raie de l'hydrogène $H\alpha$ à 6563\AA . Elles ont été observées pour la première fois par Ellerman (1917)³. Les EBs ont été l'objet de nombreuses études observationnelles afin de déterminer leur profil spectral, leur taille, leur temps de vie, et leur association avec d'autres phénomènes.

3.1.2.1 Description

Les Bombe d'Ellermans (EBs) sont caractérisées par une émission dans les ailes de la raie $H\alpha$ (Kitai 1983), le centre de la raie restant en absorption (voir figure 3.4). L'excès en émission est maximum à $\pm 1\text{\AA}$ et disparaît vers $\pm 5\text{\AA}$ du centre raie (Engvold & Maltby 1968; Severny 1968). Le profil en excès, corrigé d'un éventuel décalage Doppler, des EBs est généralement asymétrique, l'aile bleue étant généralement plus intense (Kitai 1983; Dara et al. 1997; Fang et al. 2006). Ce profil spectral indique ainsi que les EBs sont des événements qui ont pour origine la basse chromosphère (Severny 1964). L'épaisseur optique, donc la quantité de matière située au dessus du lieu d'émission, dépend de la distance au centre de la raie. L'absorption au centre-raie suppose qu'une quantité importante de plasma absorbant en $H\alpha$ est située au-dessus du lieu d'émission. Le mécanisme détaillé de cette émission est encore très débattu (voir Sect. 3.1.2.2)

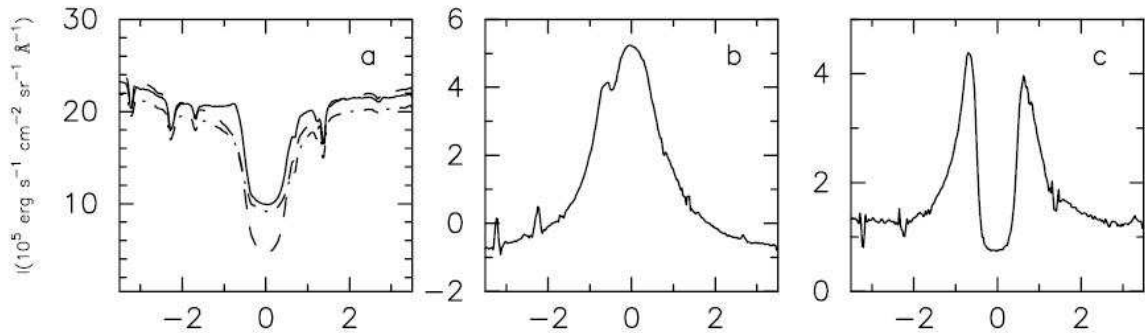


FIG. 3.4 – : *Profils spectraux caractéristiques d'une bombe d'Ellerman (EBs) en $H\alpha$ (Fang et al. 2006).* (a) : *profil observé d'une EB (trait continu), profil du soleil calme (trait - -), et profil d'une région située dans le voisinage de l'EB (trait - · -).* (b) : *différence entre le profil de l'EB et le soleil calme.* (c) : *profil en excès: différence entre le profil de l'EB et le profil moyen de la raie dans le voisinage de l'EB.*

La durée de vie moyenne d'une EB est de l'ordre de 10 à 15 minutes (Kurokawa et al. 1982; Nindos & Zirin 1998; Qiu et al. 2000), même si certaines EBs peuvent durer plus

3. Les EBs sont aussi connues sous le nom de moustaches du fait de la forme caractéristique de leur profil spectral en excès (Fig. 3.4c)

d'une heure (Bruzek 1972). L'estimation du temps de vie des EBs dépend sensiblement de la cadence d'observation car les EBs ont tendance à se reproduire successivement à la même position (Zachariadis et al. 1987). Le profil temporel des EBs est relativement symétrique (Qiu et al. 2000), contrairement aux éruptions classiques.

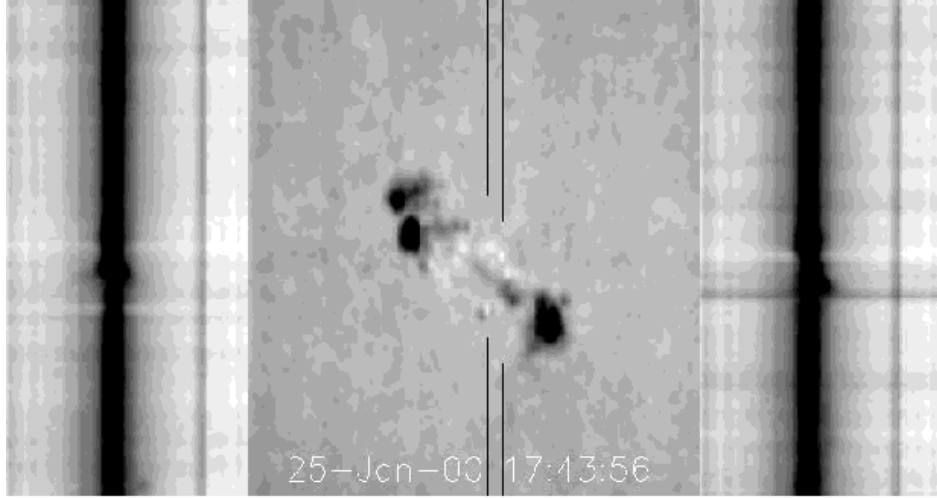


FIG. 3.5 –: Observation en $H\alpha$ de la région active 8844 (c'est la région active étudiée dans la suite de cette thèse). Les deux spectres sur les bords sont ceux observés au niveau des deux traits noirs de l'image. Ceux-ci font apparaître plusieurs bombes d'Ellerman caractérisées par des émissions dans les ailes de la raie $H\alpha$ (Schmieder et al. 2002b, B.2).

Les EBs apparaissent généralement dans les régions d'émergence de flux et de champ magnétique intense, telles que dans la pénombre des taches isolées ou dans la région inter-tache des régions actives émergentes, sous les “Arch Filament Systems” (Zachariadis et al. 1987). Les EBs sont légèrement allongées (Nindos & Zirin 1998), leur taille typique étant de l'ordre de $0.8 \times 1.3 \text{ Mm}^2$ (Georgoulis et al. 2002). Les EBs sont préférentiellement orientées suivant l'axe du champ magnétique global et des AFS (Zachariadis et al. 1987). Les EBs sont souvent associées à des jets de matière, appelés les “surges” (Rust 1968), aux facules (Bruzek 1972; Dara et al. 1997; Kitai & Müller 1984), aux points brillants photosphériques à 3840\AA (Vorpahl & Pope 1972). 60% des EBs sont aussi associées à des points brillants du continu ultraviolet à 1600\AA (Georgoulis et al. 2002; Qiu et al. 2000; Schmieder et al. 2004b, voir Fig. 3.6).

La relation entre les EBs et la vitesse Doppler du plasma n'est pas systématique, le centre raie pouvant statistiquement présenter aussi bien des décalages vers le rouge ou vers le bleu (Dara et al. 1997; Georgoulis et al. 2002). Néanmoins, Georgoulis et al. (2002) ont montré que les EBs sont très fréquemment ($> 86\%$) situées au niveau de minima locaux des vitesses longitudinales (voir Fig. 3.6). Que les vitesses Doppler moyennes soient positives ou négatives, la différence de vitesse du plasma au niveau d'une EB par rapport à son environnement proche est de l'ordre de -0.25 km.s^{-1} .

La conduction thermique étant très faible dans la chromosphère, à cause d'une conductivité thermique faible (Payne 1993), l'essentiel de la perte d'énergie au niveau des EBs est dû au refroidissement radiatif. En observant un nombre statistiquement significatif d'EBs, Georgoulis et al. (2002) ont montré que la perte d'énergie radiative des EBs présente un spectre en loi de puissance: $dN(E)/dE \propto E^{-2.12}$. La perte totale d'énergie radiative dans une EB est comprise entre 10^{19} et 10^{21} J (Bruzek 1972; Geor-

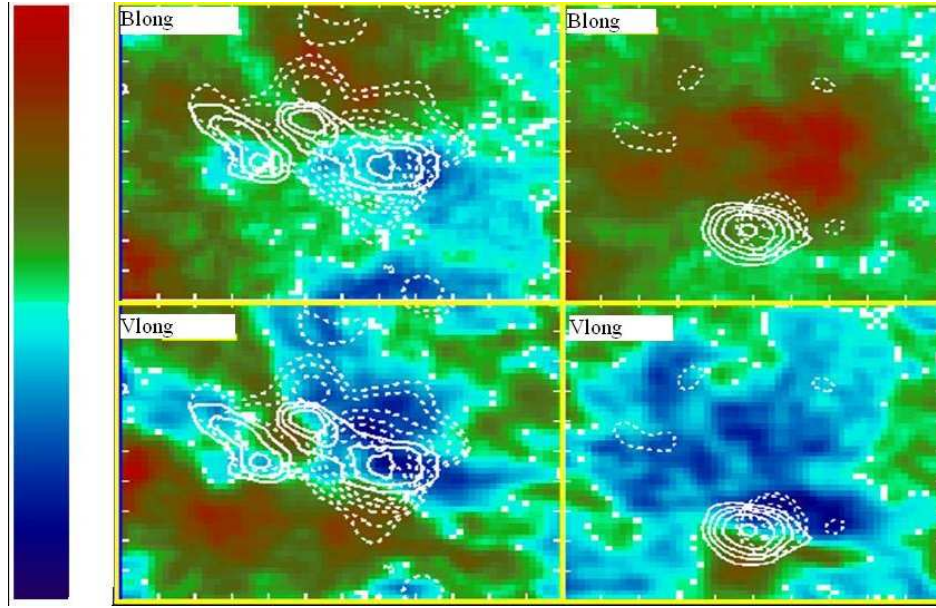


FIG. 3.6 –: Deux exemples du lien entre bombes d’Ellerman (EBs, représentées par les contours continus), les points brillants UV (observés par TRACE à 1600\AA , contours en pointillés), la distribution du champ magnétique (cadrans du haut), et la distribution des vitesses Doppler (cadrans du bas). Les EBs sont situées au niveau de lignes d’inversion du champ longitudinal et au niveau de minima locaux de vitesse (Georgoulis et al. 2002).

goulis et al. 2002; Fang et al. 2006). Les EBs étant parfois liées aux jets de plasma, la perte radiative d’énergie peut ne représenter qu’une part de l’énergie produite. L’énergie émise lors des éruptions solaires étant de l’ordre de 10^{22} à 10^{25} J, les EBs peuvent ainsi être classées dans la catégorie des milli-éruptions.

3.1.2.2 Origine

Si l’origine magnétique des éruptions solaires ne fait plus aucun doute (Sect. 2.1.2), dans le cas des bombes d’Ellerman (EBs), cette origine est beaucoup plus controversée.

Severny (1968) supposa initialement que les EBs étaient dues à une couche opaque s’expandant dans un milieu turbulent. L’élargissement de la raie serait ainsi produit par de la diffusion incohérente. Une simple augmentation de température de l’ordre de 10^3 K dans la chromosphère permet de rendre compte de l’énergie radiative émise et d’expliquer l’élargissement de la raie $H\alpha$ dans une atmosphère dense (Kitai 1983). Ce chauffage peut se produire au niveau de tubes de flux isolés en forme d’entonnoir (Kitai & Müller 1984). Diver et al. (1996) supposèrent que le déclenchement du chauffage était lié à l’instabilité de Kelvin-Helmholtz à l’interface entre deux couches de plasma ayant des vitesses différentes.

Mais le chauffage peut aussi être lié à la dissipation ohmique d’une nappe de courant formé lors de reconnexion (Hu et al. 1995; Ji et al. 2001). Le profil en $H\alpha$ présentant de la polarisation linéaire (Firstova et al. 1997), Ding et al. (1998) suggérèrent que ce n’est pas le chauffage thermique mais l’interaction entre l’atmosphère et un faisceau de particules qui explique le profil observé. L’émission est due à l’interaction proton-hydrogène (Hénoux et al. 1998). Le faisceau est accéléré suite à une reconnexion ayant lieu dans la basse chromosphère (Ding et al. 1998). Fang et al. (2006) concluent que

si l'on inclut les effets non thermiques, une simple augmentation de température de l'ordre de 300 K explique parfaitement les profils observés. Enfin, Hénoux et al. (1998) notent que l'asymétrie bleue du profil en excès est due à de la polarisation et quelle est compatible avec des particules se propageant le long de lignes de champ magnétique horizontales.

Le rôle de la reconnexion comme source des EBs est en particulier corroboré par les observations reliant les EBs et la distribution du champ magnétique. Rust (1968) remarqua que les EBs sont fréquemment associées à des polarités satellites, situées près des taches solaires, mais de signe magnétique opposé. Rust & Keil (1992) et Dara et al. (1997) observèrent que les EBs ne sont pas localisées au niveau d'une zone de champ magnétique intense mais au contraire aux frontières des structures magnétiques, sur la ligne d'inversion du champ longitudinal (voir Fig 3.6). Les EBs sont ainsi très fréquemment associées à des "Moving Magnetic Features". En particulier, Georgoulis et al. (2002) ont montré que des EBs étaient localisées au niveau des dipôles magnétiques observés par Bernasconi et al. (2002) (voir Fig. 3.3). Ils ont montré que les EBs se déplaçaient avec les "Moving Magnetic Features", et qu'elles semblaient donc être liées aux boucles en U (*c.f.* Fig. 3.3). Pourtant, bien qu'une majorité d'EBs soient bien situées sur la ligne neutre du champ longitudinal, ce n'est pas systématiquement le cas, des EBs étant aussi observées dans des régions unipolaires (Qiu et al. 2000; Georgoulis et al. 2002; Fang et al. 2006).

Ceci suggère donc que le mécanisme de formation des EBs n'est pas associé à une topologie magnétique unique. Georgoulis et al. (2002) ont donc proposé plusieurs scénarios de formation (voir Fig. 3.7).

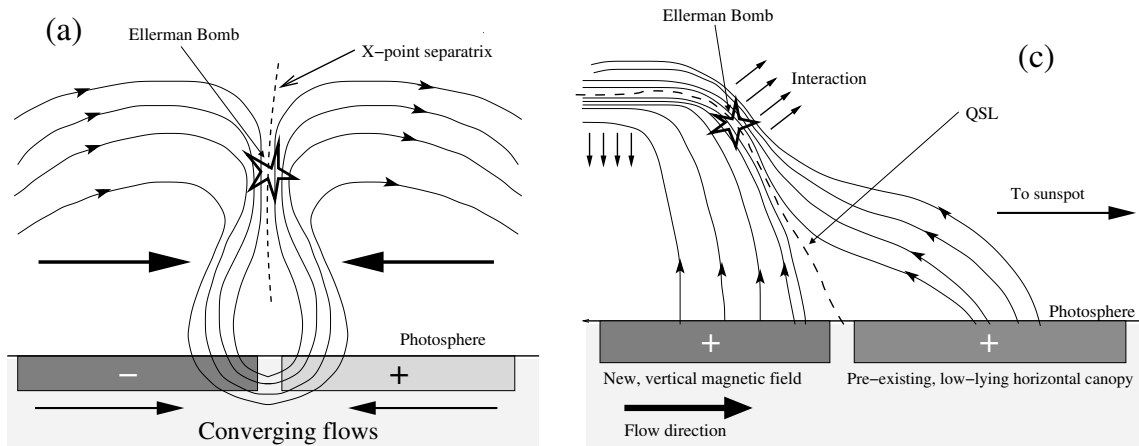


FIG. 3.7 –: Scénarios de formation des bombes d'Ellerman proposés par Georgoulis et al. (2002). **Gauche:** au niveau d'un "Bald Patch". **Droite:** au niveau de quasi-séparatrices (QSLs).

Certaines EBs, celles associées à une ligne neutre, doivent être formées au niveau de boucles en U ancrées dans la photosphère. En effet cette topologie du champ magnétique, nommée "Bald Patch" définit un site préférentiel pour la reconnexion magnétique (voir Sect. 3.2). Les EBs sont-elles liées aux tubes de flux ondulés se formant lors de l'émergence du champ magnétique? Les EBs étant principalement observées dans les régions actives émergentes, quel est le lien exact entre les EBs et le mécanisme global d'émergence du champ magnétique?

L'ensemble des analyses ont été faites en utilisant des magnétogrammes longitudi-

naux. Or c'est la ligne neutre de la composante verticale du champ qui permet de définir la localisation des "Bald Patches". Existe-t-il un lien entre les EBs et la ligne neutre de la composante verticale du champ? Pour répondre à cette question, il est nécessaire de disposer de magnétogrammes vectoriels (voir Sect. 3.3.1). Néanmoins comme toutes les EBs ne sont pas situées au niveau de lignes d'inversion, Georgoulis et al. (2002) évoquent une topologie plus générale permettant la reconnexion : les quasi-séparatrices (QSLs, voir Sect. 3.4). Mais existe-t-il véritablement deux mécanismes pour expliquer les EBs? Mon travail tend à unifier leur mécanisme de formation (voir Sect. 3.3.2).

3.2 Reconnexion et topologie magnétique

La topologie du champ magnétique en lien avec les bombes d'Ellerman (EBs) n'ayant jamais été étudiée précisément, les scénarii proposés par Georgoulis et al. (2002) sont-ils valides? Un des moyens de répondre à cette question consiste à comparer la position des EBs avec la topologie du champ magnétique à partir d'observations. Au préalable, revoyons brièvement pourquoi les "Bald Patches" constituent des sites préférentiels de reconnexion, particulièrement adaptés à l'explication de la formation des EBs.

3.2.1 Points nuls et séparatrices

Dans un milieu à fort nombre de Reynolds magnétique, comme l'atmosphère solaire, la dissipation d'énergie magnétique se fait par reconnexion magnétique. Celle-ci nécessite des gradients du champ magnétique sur de petites échelles spatiales et donc la formation de nappes de courant (voir Sect. 2.1.2.4). Ainsi, peu importe les détails du déroulement de la reconnexion, que ce soit purement MHD (Sweet 1958; Parker 1963), qu'il y ait des ondes de chocs (Petschek 1964) ou des effets Hall (Bhattacharjee et al. 2001; Bhattacharjee 2004), tous les modèles nécessitent une topologie magnétique complexe. Ainsi, tous les modèles d'éruptions solaires,

- que ce soient par reconnexion entre lignes de champ ouvertes et antiparallèles (Carmichael 1964; Sturrock 1966; Kopp & Pneuman 1976, modèle CSKP),
- par reconnexion entre arcades cisailées (Amari et al. 1996; Choe & Lee 1996)
- ou par interaction entre le champ coronal et des tubes de flux émergeant (Heyvaerts et al. 1977),

ont un certain nombre de points communs relatifs à la configuration du champ magnétique.

Dans le cas le plus simple, celui des configurations 2D ou 2,5D⁴, une nappe de courant est génériquement formée en présence d'un point nul, point où le champ magnétique est nul (Fig. 3.8). Les lignes de champ passant par ce point nul sont nommées séparatrices.

Les séparatrices sont définies comme les lignes de discontinuités de la connectivité du champ magnétique. Les séparatrices définissent des domaines dans lesquels les lignes de champ ont le même type de connectivité. Il est possible de passer continûment d'une ligne de champ à l'autre à l'intérieur d'un même domaine. Par contre la connectivité

4. Invariance selon un des axes

des lignes de champ est discontinue à la traversée d'une séparatrice (Sweet 1958). Par exemple, considérons deux lignes de champ ancrées en A_1 et A_2 dans la polarité A (Fig. 3.8). Ces lignes de champ rejoignent la frontière (la photosphère) dans une polarité de signe opposé, respectivement en B_1 et B_2 . Si A_1 et A_2 sont de part et d'autre de la séparatrice (cas de la figure 3.8), alors même lorsque A_1 et A_2 convergent l'un vers l'autre, les points d'ancrage en B_1 et B_2 resteront à distance finie. Il y a discontinuité dans la connectivité.

Il en découle que si l'on déplace les pieds des lignes de champ autour du pied d'une séparatrice, tout en gardant les autres régions fixes, une discontinuité du champ magnétique va systématiquement apparaître au niveau des séparatrices et créer des nappes de courant électrique. Par exemple, figure 3.8, si l'on déplace les pieds des lignes de champ au niveau de A , perpendiculairement à la direction des lignes de champ (cisaillement), tout en gardant les autres pieds fixes, les lignes de champ bleue et rouge se déplacent tandis que les autres restent fixes. Il apparaît ainsi une discontinuité entre l'orientation de la ligne bleue et celle de la ligne verte, donc une discontinuité du champ magnétique le long de la séparatrice, et une nappe de courant se forme ($\nabla \times \mathbf{B}$ devient non nul).

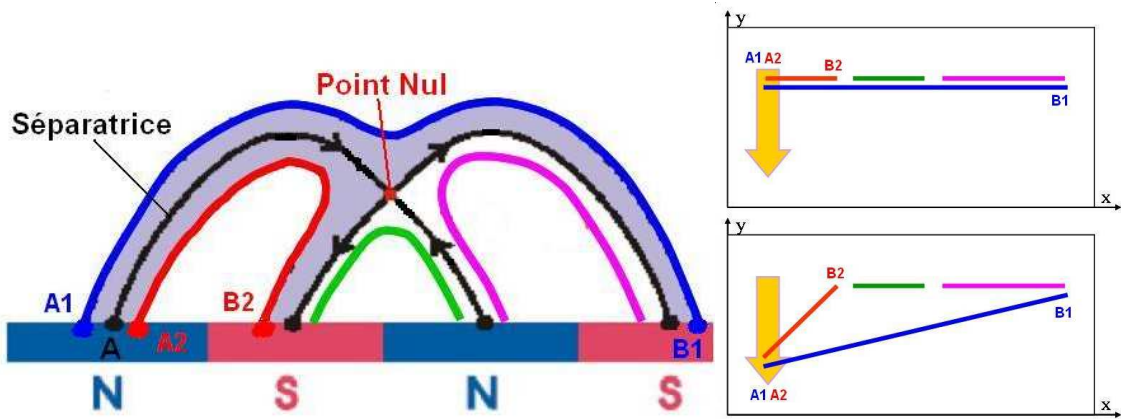


FIG. 3.8 – : **Gauche :** schéma de la topologie associée à un point nul 2D. **Droite :** modification de la géométrie des lignes de champ lors du déplacement par translation d'un groupe de pieds de lignes de champ.

Dans la couronne, où le paramètre β du plasma est de l'ordre de $10^{-2} - 10^{-4}$, la force de Lorentz domine la dynamique du plasma (voir Annexe E.2.2.2). De plus le milieu est peu résistif et les mouvements de plasma vont donc principalement transporter les tubes de flux magnétique. Le paramètre β étant supérieur à 1 dans la zone sous-photosphérique, ce sont les mouvements lents du plasma qui régissent l'évolution du champ magnétique dans cette région. A l'échelle des lignes de champ coronales, de l'ordre de plusieurs dizaines de Mm de hauteur, la photosphère, d'une épaisseur de l'ordre de 0.5 Mm, représente ainsi une région de transition fine. Il est ainsi possible de supposer que les lignes de champ sont "ancrées" au niveau de la photosphère. C'est l'hypothèse du "line-tied". Les mouvements photosphériques vont déplacer les pieds des lignes de champ coronal, sans qu'il y ait en général de corrélation entre les mouvements aux deux pieds d'une même ligne de champ. Le déplacement d'un pied d'une ligne de champ n'entraîne donc pas nécessairement le déplacement de l'autre pied. Ces mouvements mènent inévitablement à la formation de nappes de courant le long

des séparatrices (Sweet 1958; Zwingmann et al. 1985; Low 1987; Aly & Amari 1997). Du point de vue des observations, Hagyard et al. (1984) ont montré que la présence d'un fort cisaillement magnétique est une condition nécessaire aux éruptions. Le déclenchement de la reconnexion est intimement lié aux mouvements photosphériques du plasma en particulier des mouvements de cisaillement ou de torsion (Schmieder et al. 1997a). Les séparatrices constituent donc des sites préférentiels pour la reconnexion magnétique.

En 3D la situation est plus complexe (Cowley 1974). Au voisinage d'un point nul magnétique positif, la configuration magnétique la plus simple est celle de la figure 3.9. Il existe une direction privilégiée où les lignes de champs s'approchent du point nul (le "spine", ou épine) puis s'éloignent du point nul en suivant une surface appelée "fan" (éventail). Un reversement du champ magnétique donne des lignes de champ qui convergent vers le point nul et s'éloignent le long du "spine", définissant un point nul négatif. Il n'existe alors plus que deux régions topologiquement distinctes, situées de part et d'autre du "fan", définissant une unique séparatrice. Si deux points nuls de signes opposés sont présent et si leurs "fans" ont une intersection alors on a une généralisation 3D du cas 2D (et 2.5D) décrit ci-dessus. Les séparatrices forment des surfaces qui séparent le volume en domaines de connectivité distincte (Baum & Bratenahl 1980). La ligne joignant les deux points nuls est nommée le séparateur. Celle-ci est localisée à l'intersection des surfaces séparatrices, à l'intersection des "fans" de chaque point nul. La reconnexion a préférentiellement lieu au niveau du séparateur (Priest & Lee 1990).

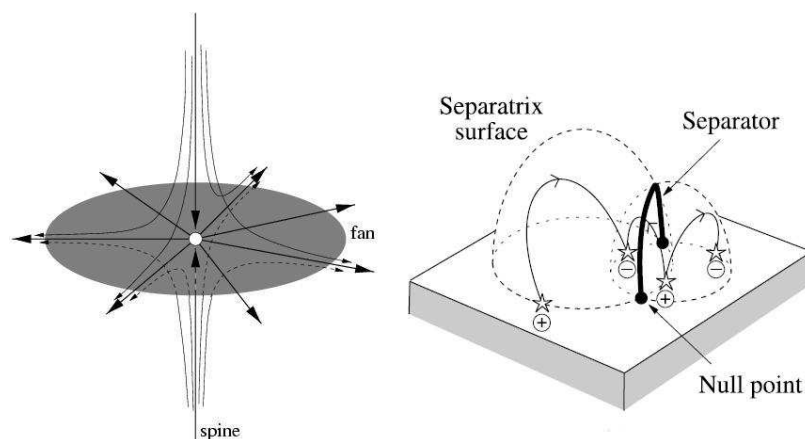


FIG. 3.9 – : **Gauche :** topologie d'un point nul en 3D : "spine" et "fan" (Longcope 2005). **Droite :** point nuls, séparatrices et séparateurs formés par quatre polarités magnétique photosphérique (Priest et al. 2005).

De nombreuses éruptions solaires ont ainsi pu être associées à la topologie liée aux point nuls (Mandrini et al. 1993; Gaizauskas et al. 1998; Aulanier et al. 2000; Fletcher et al. 2001b; Longcope et al. 2005). Mais les points nuls ne sont pas systématiquement présents lors d'une éruption solaire (Démoulin et al. 1994). Des points nuls sont naturellement engendrés par un ensemble discret de polarités magnétiques. Mais une configuration magnétique formée par un ensemble continu de tubes de flux, telle que celle présente dans la couronne, n'amène pas nécessairement à la présence de point nuls. Il existe néanmoins une autre topologie du champ magnétique qui engendre des régions de connectivités distinctes sans pour autant nécessiter des points nuls : celle

due à des “Bald Patches”.

3.2.2 La reconnexion au niveau d’un “Bald Patch”

Les “Bald Patches” (régions chauves, notées BPs) sont des régions où le champ magnétique est tangent à la photosphère et où la courbure de la ligne de champ est positive (Titov et al. 1993). Un BP est situé à la base d’une ligne de champ en forme de U, sur une ligne d’inversion de la composante normale à la photosphère. Cette inversion de la courbure, par rapport à une arcade connectant directement la polarité positive à la polarité négative, entraîne un renversement du signe de la composante du champ magnétique orthogonale à la ligne d’inversion (*c.f.* Figs. 3.10 et 3.11). Un BP est donc défini par :

$$\begin{cases} B_n|_{\text{Phot.}} = 0 \\ (\mathbf{B} \cdot \nabla) B_n|_{\text{Phot.}} > 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

avec B_n la composante du champ normale à la photosphère.

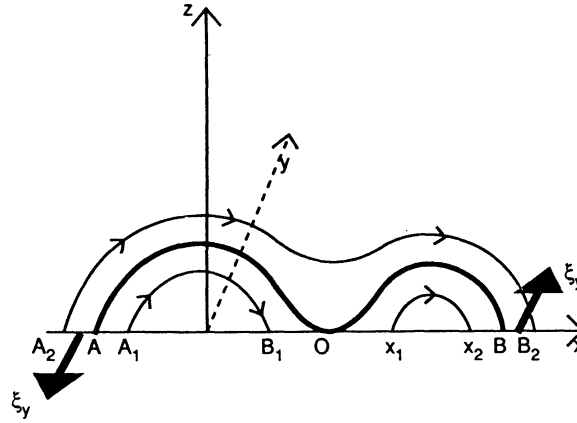


FIG. 3.10 – : Schéma de la topologie d’un “Bald Patch” 2D (Vekstein & Priest 1992).

En 2D, la ligne de champ particulière qui passe au niveau d’un BP est une séparatrice. Puisqu’elle est ancrée dans la photosphère en deux autres points, elle définit trois zones de topologie différente : deux régions sont situées sous chacun des lobes de la séparatrice, et la dernière région est au dessus de la séparatrice (voir Fig. 3.10). La connectivité des lignes de champ est discontinue lors du passage d’une région à l’autre. En 3D, la séparatrice forme aussi une surface de discontinuité de la connectivité magnétique mais la séparatrice ne s’étend pas forcément entièrement jusqu’à la photosphère (voir Fig. 3.11). Elle ne définit donc pas systématiquement des régions topologiquement distinctes. On peut alors “passer” continûment de la région sous le lobe à la région au-dessus du lobe en contournant la séparatrice. Dans le cas où 2 BPs sont présents, l’intersection éventuelle des séparatrices définit un séparateur (Bungey et al. 1996).

Des nappes de courants intenses peuvent facilement se former au niveau d’un BP (Low & Wolfson 1988; Vekstein et al. 1991; Aly & Amari 1997). Des mouvements convergents au niveau de la ligne d’inversion mettent en contact des lignes de champ

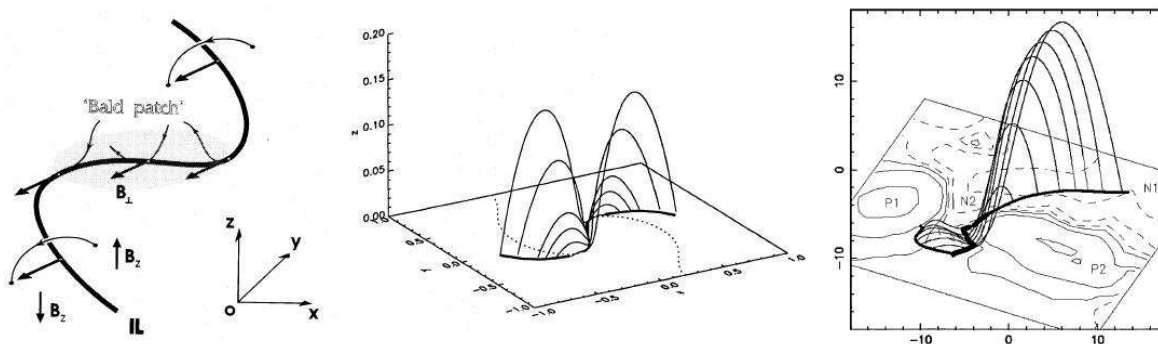


FIG. 3.11 — **Gauche**: géométrie des lignes de champ au niveau de la ligne d'inversion (IL) de la composante normale du champ magnétique photosphérique. Le “Bald Patch” (BP) est localisé au centre de la configuration et des arcades magnétiques sont présentes de part et d'autre (Titov et al. 1993). **Centre**: géométrie 3D de la surface séparatrice formée au niveau d'un BP généré par une configuration magnétique théorique (Bungey et al. 1996). **Droite**: surface séparatrice 3D générée au niveau d'un BP déterminé à partir d'observations. Au niveau de la photosphère les isocontours sont ceux de la composante longitudinale du champ (Aulanier et al. 1998).

de directions opposées. Plus précisément, un point nul, situé initialement sous la photosphère (sous le BP), s'élève dans l'atmosphère lors du mouvement de convergence. Lorsqu'il remplace le BP au niveau photosphérique, une nappe de courant se forme et s'étend progressivement dans la couronne (en MHD idéale).

Par contre, dans le cas de la figure 3.7 (gauche), le point nul se forme au dessus du BP, par “pincement” des lignes de champ dans l'atmosphère solaire même. La réalisation de ce processus n'est pas évidente, car il nécessite qu'une force de pincement soit induite dans le volume par les mouvements à la frontière. De plus une grande perturbation de la configuration initiale est nécessaire. Seule une simulation numérique pourrait confirmer ce processus.

Plus généralement, des nappes de courants peuvent se former au niveau de la séparatrice d'un BP, sans présence de point nul. Dans l'hypothèse du “line-tied” (c.f. Sect. 3.2.1), de la même façon qu'avec la topologie engendrée par un point nul, du cisaillement photosphérique peut engendrer naturellement des courants électriques le long de la séparatrice (Billinghurst et al. 1993). En effet la connectivité étant différente dans chaque domaine topologique, le déplacement des pieds d'un groupe de lignes de champ de part et d'autre d'un des pieds de la séparatrices, les autres pieds restant fixes, provoque une discontinuité de \mathbf{B} le long de la séparatrice, et donc la formation d'une nappe de courant.

La présence d'une séparatrice au niveau d'un BP suppose l'existence d'une frontière rigide infiniment fine. Une telle frontière n'existe bien évidemment pas dans l'atmosphère solaire. Cependant, le changement de régime brutal se produisant au niveau de la photosphère permet d'introduire une telle frontière dans l'étude de la couronne solaire.

Néanmoins l'hypothèse de la formation de courant dans ce type de topologie a longtemps été controversée. Pour Karpen et al. (1990, 1991), les courants engendrés au niveau des BPs sont localisés dans des régions d'épaisseur finie relativement importante. La faible concentration des courants ne devrait pas permettre d'engendrer une libération d'énergie suffisante pour une éruption. Billinghurst et al. (1993) ont cependant montré que la nappe de courant peut être bien plus fine que la photosphère.

Observationnellement des BPs ont pu être associés à des petits événements éruptifs (Aulanier et al. 1998), à des embrillancements de la région de transition (Fletcher et al. 2001a), et à des jets chromosphériques, les “surges” (Mandrini et al. 2002). Les bombes d’Ellerman (EBs) peuvent-elles également être liées à cette topologie du champ magnétique comme le suggèrent Georgoulis et al. (2002)? Le problème est que pour les EBs, le site de reconnexion doit se trouver dans la basse chromosphère. Les EBs seraient formées au niveau de lignes de champ entièrement contenues dans un milieu où le β du plasma est proche de 1. L’hypothèse de lignes de champ ancrées fermement dans la photosphère n’est plus simplement validée. Une nappe de courant suffisamment intense et fine peut-elle se développer dans la chromosphère pour générer des EBs? J’apporterai des preuves observationnelles le confirmant (voir Sect. 3.3.2).

3.3 Le modèle d'émergence résistive

Pour répondre à la question de la section précédente on peut comparer la position des bombes d’Ellerman (EBs) avec la topologie du champ magnétique déterminée à partir d’observations. Les EBs étant des événements brefs et de relativement petite dimension (de l’ordre de la seconde d’arc), un des principaux défis de ce type d’étude est d’obtenir des observations avec une résolution temporelle et spatiale suffisamment importante. De plus, afin de déterminer si une EB est située au niveau d’un “Bald Patch” (BP), il est nécessaire de connaître la composante horizontale du champ magnétique. La mesure vectorielle du champ photosphérique est donc indispensable. La mission *Flare Genesis Experiment* (FGE; Bernasconi et al. 2001) m’a fourni de telles observations (*c.f.* Annexe D pour la description de cette mission) qui m’ont permis de mener à bien ce travail (A.1, B.1, B.2, B.3, B.4, B.8, C.1, C.2, C.3, *c.f.* Annexe A).

3.3.1 De nouvelles observations avec *Flare Genesis Experiment*

La région active 8844 est apparue au niveau de la photosphère le 22 janvier 2000. Jusqu’au 24 janvier, elle ne présentait que deux petites taches solaires. A partir du 24 janvier, une brusque augmentation du flux magnétique a été constatée (voir Fig. 3.12). Les taches de polarité opposées ont commencé à grossir et à s’éloigner l’une de l’autre.

La mission FGE a observé cette région le 25 janvier entre 15h19 UT et 19h13 UT (Fig. 3.12). Le vol FGE a permis d’obtenir 55 magnétogrammes vectoriels, 28 Dopplergrammes de la photosphère et 28 images dans l’aile bleue de la raie $H\alpha$ (à -0.8\AA). Les méthodes de réduction des données sont présentées dans Bernasconi et al. (2002). La résolution pratique de FGE a été de l’ordre de $0.5''$ en $H\alpha$ et de $0.8''$ pour les magnétogrammes. Le vol FGE a ainsi permis d’obtenir des données avec une résolution spatiale inégalée jusqu’alors.

Conjointement, cette région a été observée par d’autres instruments : au sol par le *Imaging Vector Magnetograph* d’Hawaii (Mickey et al. 1996), dans l’espace par le *Transition Region and Coronal Explorer* (TRACE; Handy et al. 1999), par le magnétographe *Michelson Doppler Imager* (MDI; Scherrer et al. 1995) du satellite *Solar and Heliospheric Observatory* (SoHO), ainsi que par le *Soft X-ray Telescope* (SXT; Tsuneta et al. 1991), instrument mesurant le rayonnement X, embarqué sur *Yohkoh*.

L’observation en $H\alpha -0.8\text{\AA}$ montre la présence de nombreuses bombes d’Ellerman

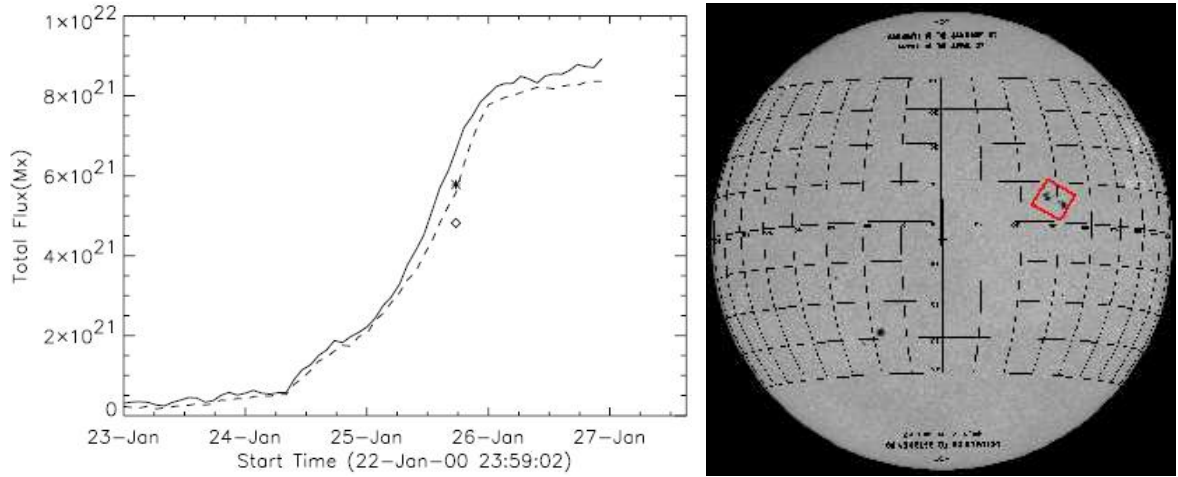


FIG. 3.12 –: **Gauche:** évolution du Flux magnétique de la région active 8844 (Schmieder et al. 2004b). **Droite:** position de la région active 8844 : $5^{\circ}N$ et $30^{\circ}W$.

(EBs) dans la région inter-taches (voir Fig. 3.13). La zone sombre au centre correspond au sommet d'un “Arch Filament” (AF) caractéristique d'un flux magnétique émergeant (*c.f.* Sect. 2.3.1). La taille, la position, les flux, l'énergie et les propriétés statistiques des EBs ont été étudiées dans Georgoulis et al. (2002) à partir des données FGE (voir la description de leurs résultats Sect. 3.1.2).

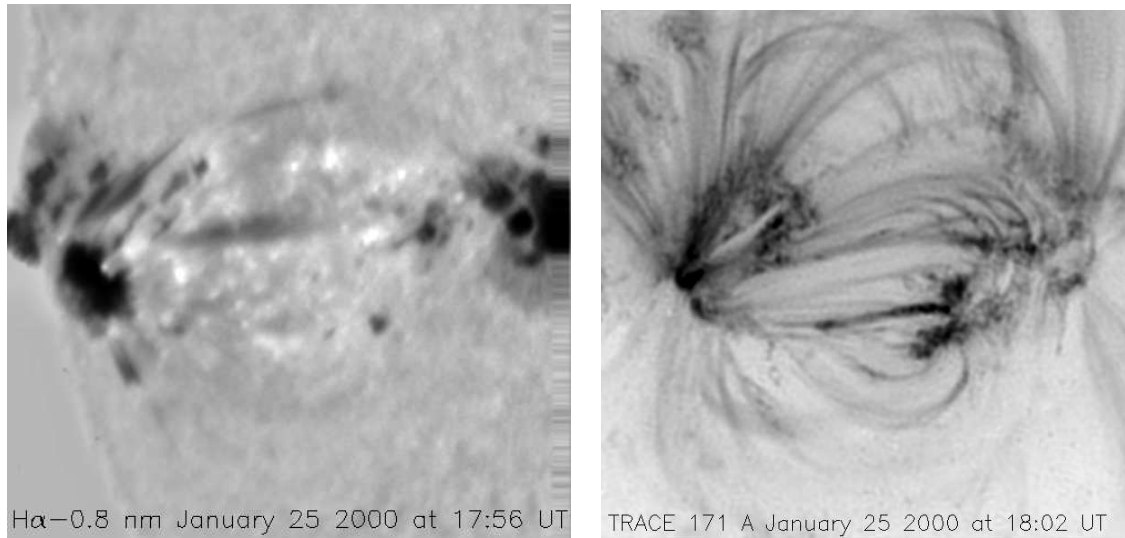


FIG. 3.13 –: Région active 8844 (Schmieder et al. 2002a, B.1). **Gauche:** image en $H\alpha - 0,8\text{\AA}$ (FGE) à 17h56 le 25/01/2000. Les régions sombres correspondent aux concentrations les plus intenses du champ magnétique et les régions claires correspondent à l'émission des bombes d'Ellerman. **Droite:** image en UV à 171\AA (TRACE) le 25/01/2000 à 18h02. Cette longueur d'onde correspond à la transition Fe IX/X (correspondant à une température de $\sim 1\text{ MK}$). L'image est en contraste inversé avec les boucles coronales en gris moyen et l'émission intense à leurs pieds en sombre.

Le principal intérêt de la mission FGE a résidé dans sa capacité à produire des mesures vectorielles à haute résolution spatiale du champ magnétique photosphérique. Les 4 paramètres de Stokes (I,V,U,Q) ont été déterminés par des mesures spectro-polarimétriques successives de l'intensité de la lumière polarisée dans le centre de la raie

du Ca I à 6122.2\AA et à $\pm 0.08\text{\AA}$ dans ses ailes. L'intensité de la composante longitudinale (le long de la ligne de visée) du champ magnétique, $B_{//}$, et l'intensité et la direction de la composante transverse (perpendiculaire à la ligne de visée), \mathbf{B}_{\perp} , sont calculées par les formules de Ronan et al. (1987).

La calibration des mesures de FGE a été faite par comparaison avec les mesures du magnétographe vectoriel IVM. La limite inférieure mesurable au-dessus du bruit est de 55 G pour le champ longitudinal et de 80 G pour le champ transverse (Bernasconi et al. 2002). L'erreur sur la direction du champ transverse dépend sensiblement de l'intensité du champ. L'erreur moyenne est de 5° alors qu'elle est de 12° lorsque \mathbf{B}_{\perp} est de l'ordre de 200 G⁵.

Du fait des propriétés de symétrie de l'effet Zeeman, le sens du vecteur \mathbf{B}_{\perp} ne peut pas être déterminé⁶: c'est l'ambiguïté de 180° . La résolution de l'ambiguïté a été réalisée sur un magnétogramme de référence par comparaison avec l'orientation des vecteurs donnés par une extrapolation en champ potentiel. L'orientation de \mathbf{B}_{\perp} sur les autres magnétogrammes a ensuite été choisie de sorte à minimiser la variation de direction entre deux magnétogrammes successifs (Bernasconi et al. 2002).

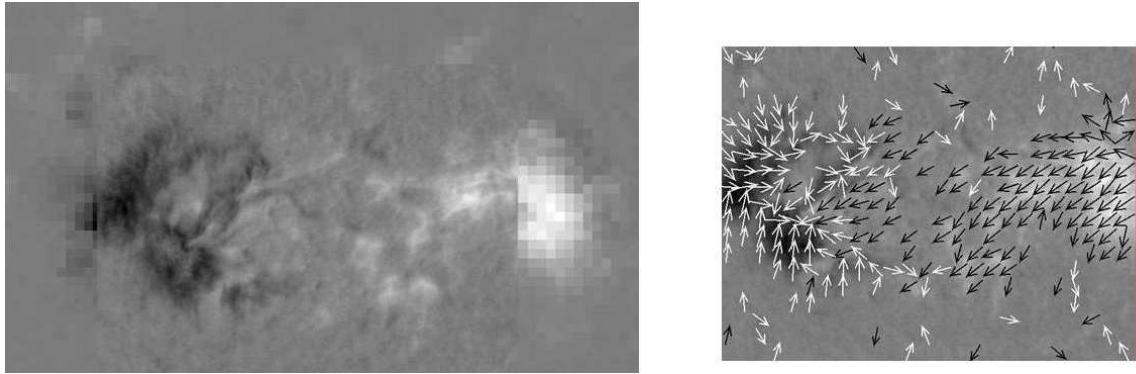


FIG. 3.14 –: *Champ longitudinal et transverse de la région 8844 à 17h52. Gauche: magnétogramme de la composante longitudinale du champ magnétique mesuré par FGE, inséré dans un magnétogramme longitudinal de MDI/SoHO. Droite: magnétogramme longitudinal de FGE et direction de la composante transverse du champ aux points où $B > 200$ G.*

3.3.2 Résumé de mes travaux: (A.1, B.1, B.2, B.3, B.4, B.8, C.1, C.2)

3.3.2.1 Preuves observationnelles d'une émergence par reconnexion

La haute résolution angulaire a ainsi permis de constater que le champ magnétique longitudinal est très intermittent: de multiples polarités de signes opposés sont présentes dans toute la région active (voir Fig. 3.14). A partir de ces mesures du champ magnétique dans le repère de l'observation, j'ai déterminé les composantes du champ magnétique dans le repère local de la région observée, afin de localiser les “Bald Patches” (BPs, ces régions où le champ photosphérique est en forme de U). La matrice de

5. Dans mon travail sur ces données, en particulier lors de la détection de la position des “Bald Patches”, je ne me suis donc intéressé qu'aux points où l'intensité du champ est supérieure à 200 G.

6. Les champs magnétiques $\mathbf{B} = \mathbf{B}_{//} \pm \mathbf{B}_{\perp}$ produisent strictement les mêmes effets sur la polarisation de la lumière émise. La mesure par effet Zeeman du champ magnétique ne permet donc de déterminer que la direction du vecteur et non son sens.

transformation entre les deux systèmes de coordonnées est donnée par Gary & Hagyard (1990).

La distribution du champ normal à la photosphère est encore plus intermittente que celle du champ longitudinal (Fig. 3.15). Le bruit sur la composante normale, provenant des erreurs de mesure du champ transverse ne suffit pas à expliquer cette intermittence. En effet, le seuil minimum de détection d'un signal est de l'ordre de 100 G sur le champ horizontal. Cependant certaines polarités nouvelles, dont l'intensité du champ normal est supérieure à 100 G, apparaissent, en particulier près de la tache de tête dans la carte du champ normal. Ces polarités n'étaient pas présentes dans les magnétogrammes longitudinaux.

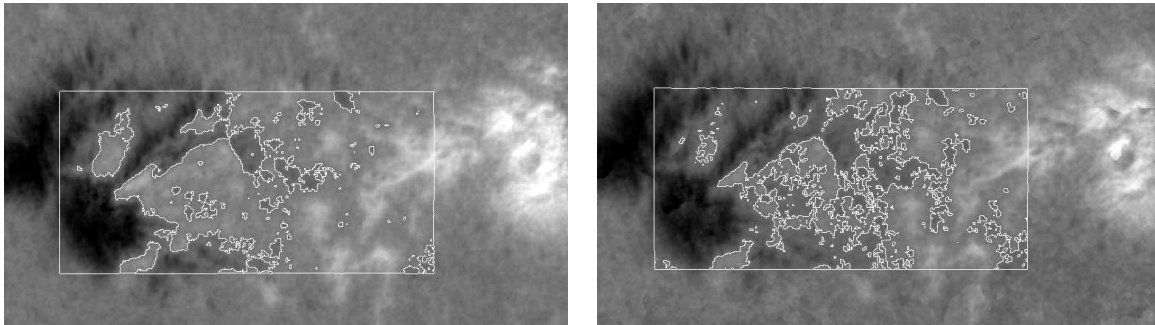


FIG. 3.15 – : **Gauche :** magnétogramme de la composante longitudinale (le long de la ligne de visée) et ligne d'inversion du champ longitudinal. **Droite :** magnétogramme de la composante normale (perpendiculaire à la photosphère) et ligne neutre du champ normal.

Or certaines de ces nouvelles polarités magnétiques se situent dans des zones où des EBs sont visibles. Ainsi certaines des EBs que Georgoulis et al. (2002) situaient dans des zones de signe uniforme du champ longitudinal, sont en réalité situées au niveau de lignes d'inversion du champ vertical. Ceci montre l'importance d'utiliser la composante verticale du champ, et donc la nécessité d'obtenir des mesures vectorielles du champ magnétique. Même si un nombre significativement plus grand d'EBs sont bien situées au niveau de lignes neutres du champ normal, cela ne signifie pas que ces points sont effectivement des BPs. Il est nécessaire de déterminer le signe de la courbure des lignes de champ. La position des BPs peut être obtenue directement par des mesures vectorielles du champ magnétique photosphérique (en cherchant les points qui satisfont l'Eq. 3.1).

Dans Pariat et al. (2004a,c,b), j'ai comparé la localisation des EBs avec celles des BPs. L'observation en $H\alpha$ que j'ai utilisé (obtenue à 17h56, le 25 janvier 2000, présentant une résolution élevée), montrait la présence de 47 EBs. Une EBs est détectée lorsque l'intensité en $H\alpha$ dépasse de 4% l'intensité moyenne du voisinage de l'EB. Les positions des BPs sont déterminées directement en résolvant l'Eq. (3.1), à partir des mesures les plus proches du champ magnétique vectoriel (à 17h52), transformées dans le référentiel local de la région active. J'ai ainsi constaté que 74% des EBs sont situées exactement au niveau d'un BP, à la résolution des images en $H\alpha$ près. Cette corrélation a été retrouvée pour d'autres instants. En gardant la même distribution de BP et en simulant une distribution aléatoire d'EBs⁷, placées dans la même région que les EBs

7. J'ai pour cela généré près de 30 distributions d'EBs de taille moyenne égale à celle des EBs observées.

observées, la corrélation n'est que de 50% (voir Fig. 3.16). Une majorité des EBs sont ainsi localisées au niveau de régions photosphériques où le champ magnétique est en forme de U.

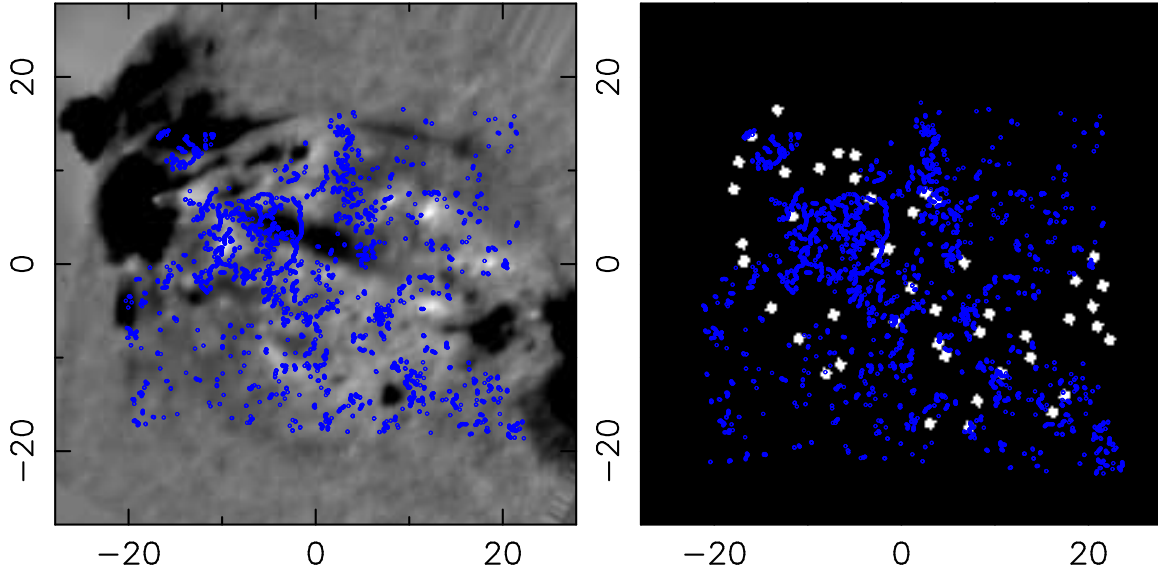


FIG. 3.16 – **Gauche :** positions des “Bald Patches” (BPs) déterminés à partir des mesures du champ magnétique vectoriel sur l’image en $H\alpha -0.8\text{\AA}$ à 17h56. La corrélation BPs/bombes d’Ellerman (EBs) est de 74%. **Droite :** distribution aléatoire d’EBs. La corrélation moyenne BPs/EBs est de 50%.

Une fraction des EBs restent localisées sur des polarités magnétiques. Ceci n’est pas nécessairement en contradiction avec le modèle comme décrit ci-dessous. Lorsqu’un BP est présent, la nappe de courant se forme tout le long de la séparatrice (*c.f.* Sect. 3.2.2). L’énergie magnétique peut être libérée par reconnexion tout le long de la séparatrice. De plus, la conduction thermique et les faisceaux de particules transportent l’énergie principalement le long du champ magnétique. Ceci peut conduire à une émission tout le long du voisinage de la séparatrice (dans le flux reconnecté). Or les observations sont réalisées dans les ailes de la raie $H\alpha$, ce qui correspond aux couches inférieures de la chromosphère. Donc, le site d’émission des EBs doit se trouver préférentiellement au niveau des parties les plus basses de la séparatrice liée au BP, à savoir : le “Bald Patch” lui-même et aussi les pieds de la séparatrice. Contrairement au cas des BPs, la position des pieds des séparatrices ne peut pas être déterminée sans la connaissance du champ magnétique dans tout le volume de la région active. Ceci nécessite donc une extrapolation du champ magnétique.

Pour voir si les EBs restantes pouvaient être liées aux pieds des séparatrices, j’ai réalisé une extrapolation avec un champ sans force linéaire (*c.f.* Annexe F.1). La valeur du facteur de cisaillement α que j’ai choisie, α_f , est celle qui minimise la différence entre le champ photosphérique horizontal observé et le champ horizontal modélisé. J’ai ensuite calculé des lignes de champ afin de m’assurer qu’elles reproduisaient bien les boucles coronales observées par TRACE (Fig. 3.13), en particulier celles de faible altitude, reliées à l’émergence du flux.

L’hypothèse du champ sans force linéaire semble *a priori* une mauvaise approximation pour étudier les régions basses de l’atmosphère solaire, où l’hypothèse d’un équilibre purement magnétique n’est pas justifiée ($\beta \sim 1$). Metcalf et al. (1995) ont néan-

moins montré que les courants électriques devenaient approximativement colinéaires avec le champ magnétique dès 400 km au-dessus de la photosphère. De plus Aulanier et al. (1998) ont montré que l'inclusion des effets de gravité ne modifie pas sensiblement la topologie du champ magnétique associée aux BPs. Les BPs étant situés au niveau de la photosphère, où le champ est mesuré précisément, l'ancrage des lignes de champ associées aux BPs doit rester relativement invariant au modèle employé pour l'extrapolation. En utilisant d'autres valeurs de α que α_f , comprises dans la barre d'erreur de l'estimation de α_f (soit $\sim 3 \times 10^{-3} \text{ Mm}^{-1}$), je me suis assuré que la géométrie globale des lignes de champ étudiées dans la suite du travail, ne changeait que très faiblement. Ceci est principalement dû au fait que les lignes de champ que nous étudions sont relativement courtes comparées à la taille de la région active. Or α affecte avant tout les grandes échelles (voir Annexe F.2).

Le principal avantage de l'hypothèse du champ sans force linéaire vient du fait que la méthode de calcul par transformée de Fourier est la seule qui rende proprement compte des effets des petites échelles spatiales. L'hypothèse du champ sans force non linéaire nécessite d'utiliser des méthodes numériques aux différences finies et donc de lisser les petites échelles spatiales afin de rester dans des temps de calcul raisonnables (Amari et al. 1997; Wiegelmann 2004). Or ce qui nous intéresse dans cette étude réside principalement dans les petites échelles spatiales, en particulier les petites polarités magnétiques de signes opposés à leur environnement.

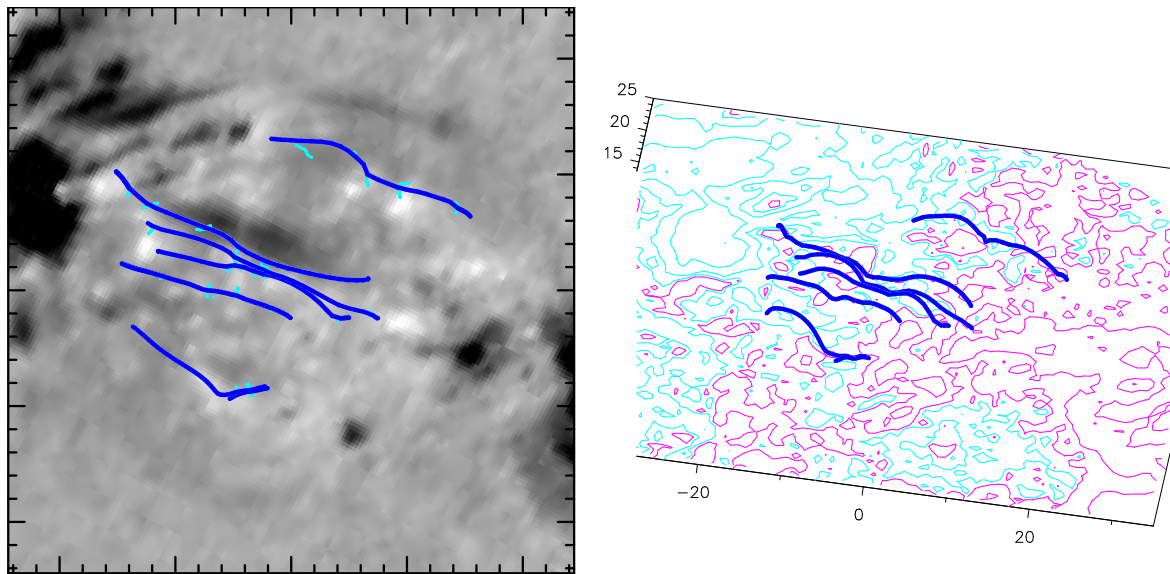


FIG. 3.17 – : Répartition des 6 tubes de flux ondulés présents dans la région active. Chaque tube est représenté par une unique ligne de champ de couleur bleue (voir aussi Pariat et al. 2004c, B.8, Annexe B). **Gauche** : position des tubes de flux sur l'image en $H\alpha -0.8\text{\AA}$ à 17h56. Les points bleu clair indiquent la position des “Bald Patches” et des creux magnétiques par lesquelles les tubes de flux ondulés passent. **Droite** : vue en perspective des tubes de flux. Le plan représente la photosphère. Les isocontours sont ceux de la composante verticale du champ magnétique photosphérique.

L'extrapolation du champ magnétique a ainsi permis de comparer les positions des EBs avec celles des pieds des séparatrices associées aux BPs. J'ai ainsi montré que 87% des EBs peuvent être associées à une structure magnétique liée à un BP. Avec la même distribution de BPs et de pieds de séparatrices, la corrélation descend à 50% lorsqu'on

utilise une distribution aléatoire d'EBs. **Ceci constitue donc un argument très favorable à l'hypothèse que les EBs sont bien dues à des reconnexions au niveau de BPs.**

Hormis le fait d'étudier la topologie associée aux EBs, l'extrapolation nous permet aussi d'étudier la géométrie générale dans la zone d'émergence. **J'ai mis en évidence pour la première fois l'existence de tubes de flux ondulés**, conformément à la prédiction de Strous & Zwaan (1999) (voir Sect. 3.1.1) : 6 tubes de flux ondulés (noté "sea-serpent") sont répartis dans la région inter-taches (voir Fig. 3.17). Ces tubes de flux sont ancrés dans la photosphère au niveau de plusieurs BPs, et plus généralement possèdent des creux magnétiques à des altitudes variables.

Ces tubes de flux font partie de toute une hiérarchie de lignes de champ (Fig. 3.18). Sous les lobes des tubes de flux ondulés se trouvent des petits tubes de flux présentant une seule ondulation. Les tubes de flux eux-mêmes sont situés dans le lobe (noté "dôme") d'autres séparatrices associées à des BPs.

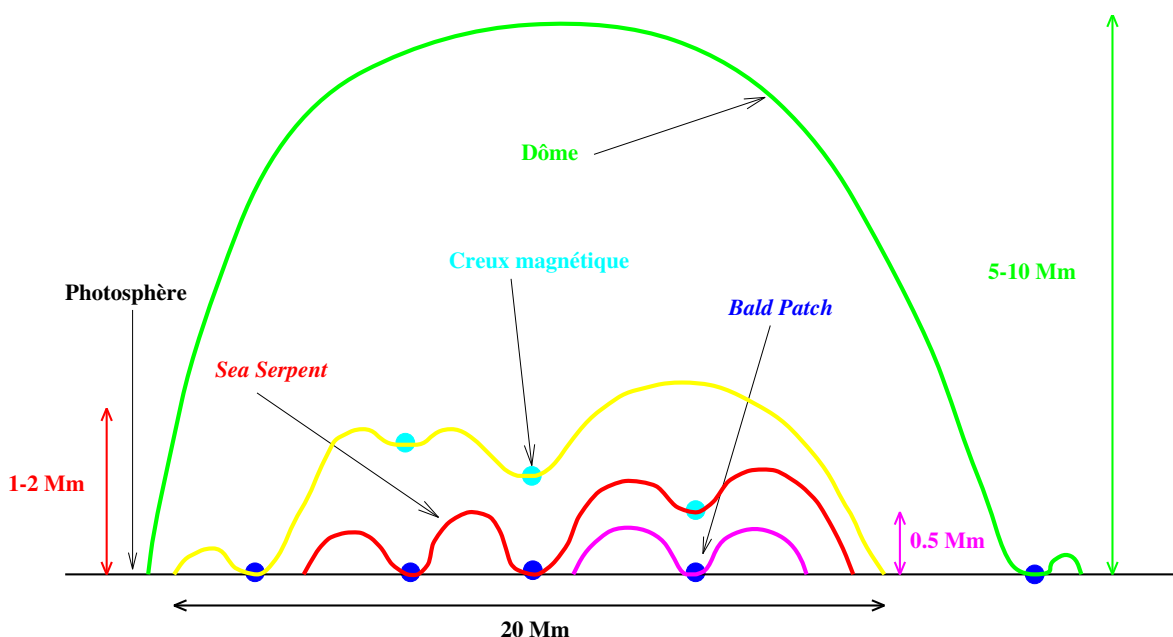


FIG. 3.18 – : Schéma présentant la hiérarchie des lignes de champ dans les zones d'émergence.

Cette hiérarchie de lignes de champ laisse supposer qu'elles constituent les différentes étapes de l'émergence du champ magnétique. Lors de l'émergence du champ magnétique dans l'atmosphère solaire, et en particulier lors de la traversée de la photosphère, les tubes de flux adoptent effectivement une forme ondulée.

L'étude de la distribution de distance entre deux BPs consécutifs au sein d'un même tube de flux ondulés, a mis en évidence l'existence d'une longueur de coupure des ondulations de l'ordre de 2 Mm. Or cette longueur correspond à la longueur de coupure de l'instabilité de Rayleigh-Taylor (*c.f.* Annexe G). **L'ondulation des tubes de flux est donc vraisemblablement due à cette instabilité et non à la convection photosphérique.**

Ce résultat, qui avait été prédit par les simulations numériques, pose le problème de la matière piégée au niveau des creux magnétiques, les parties en U des tubes de flux (*c.f.* Sect. 2.3.3). Or nous observons que des bombes d'Ellerman, signature de

reconnexion magnétique, sont présentes au niveau des creux magnétiques. Lors de la reconnexion, une réorganisation des connections magnétiques a lieu et le plasma n'est plus gelé dans le champ magnétique. Ainsi les évènements de reconnexion peuvent permettre l'évacuation du plasma dense qui leste les tubes de flux. Le tube de flux reconnecté peut alors continuer son ascension dans l'atmosphère.

Dans Pariat et al. (2004a), je présente donc un modèle d'émergence du champ magnétique à travers la photosphère dans lequel des mécanismes résistifs sont nécessaires. Les EBs constituent ainsi les marqueurs de l'émergence du champ magnétique dans l'atmosphère. Cela explique que ces EBs sont des structures caractéristiques des zones d'émergence.

3.3.2.2 Article (A.1) : Resistive emergence of undulatory flux tubes

RESISTIVE EMERGENCE OF UNDULATORY FLUX TUBES

E. PARIAT, G. AULANIER, AND B. SCHMIEDER¹

Laboratoire d’Etudes Spatiales et d’Instrumentation en Astrophysique (LESIA), Observatoire de Meudon, 5 place Jules Janssen,
 F-92195 Meudon Cedex, France; etienne.pariat@obspm.fr

AND

M. K. GEORGIOULIS, D. M. RUST, AND P. N. BERNASCONI

Applied Physics Laboratory, Johns Hopkins University, 11100 Johns Hopkins Road, Laurel, MD 20723-6099

Received 2004 May 11; accepted 2004 June 23

ABSTRACT

During its 2000 January flight, the Flare Genesis Experiment observed the gradual emergence of a bipolar active region, by recording a series of high-resolution photospheric vector magnetograms and images in the blue wing of the $H\alpha$ line. Previous analyses of these data revealed the occurrence of many small-scale, transient $H\alpha$ brightenings identified as Ellerman bombs (EBs). They occur during the flux emergence, and many of them are located near moving magnetic dipoles in which the vector magnetic field is nearly tangential to the photosphere. A linear force-free field extrapolation of one of the magnetograms was performed to study the magnetic topology of small-scale EBs and their possible role in the flux emergence process. We found that 23 out of 47 EBs are cospatial with bald patches (BPs), while 15 are located at the footpoints of very flat separatrix field lines passing through distant BPs. We conclude that EBs can be due to magnetic reconnection, not only at BP locations, but also along their separatrices, occurring in the low chromosphere. The topological analysis reveals, for the first time, that many EBs and BPs are linked by a hierarchy of elongated flux tubes showing aperiodic spatial undulations, whose wavelengths are typically above the threshold of the Parker instability. These findings suggest that arch filament systems and coronal loops do not result from the smooth emergence of large-scale Ω -loops from below the photosphere, but rather from the rise of undulatory flux tubes whose upper parts emerge because of the Parker instability and whose dipped lower parts emerge because of magnetic reconnection. EBs are then the signature of this resistive emergence of undulatory flux tubes.

Subject headings: MHD — Sun: magnetic fields — Sun: photosphere

1. INTRODUCTION

The standard model for the formation of classical bipolar active regions relies on the gradual emergence through the photosphere of a more or less homogeneous large-scale subphotospheric flux tube, whose curvature always points downward during the emergence process. During the emergence, the upper parts of the flux tube are believed to form growing chromospheric arch filament systems (AFSSs), as observed in $H\alpha$ (e.g., Malherbe et al. 1998), which later result in a system of large Ω -loops, as observed in UV when they expand into the corona (Magara & Longcope 2001; Fan 2001). In this frame, the two intersections of the flux tube with the photosphere form pores, sunspots, and faculae, with a concentrated leading region and a more dispersed trailing part (Zwaan 1985). MHD models indeed show that a large-scale flux tube generated in the tachocline can travel through the whole convection zone under the action of magnetic buoyancy (Spruit 1981) and that solar rotation deforms it during its travel, resulting in a more concentrated and more radial flux distribution in the leading part of the active region than in its trailing part, as observed (Caligari et al. 1995 and references therein). Emonet & Moreno-Insertis (1998) have shown that the flux tube must have a certain twist in the convection zone to maintain its coherency during its rise, because magnetic tension tends to prevent the disruption of the flux tube by vortices that form in its wake because of strong shear flows on the tube edges. Recent

2.5-dimensional MHD models that couple the subphotospheric region and the corona show that when the twisted flux tube reaches the photospheric layer, its passage through smaller and smaller pressure scale heights and its arrival in a convectively stable layer tend to decelerate its upward motion, to flatten its upper parts (leading to nearly uncurved and horizontal magnetic fields), and eventually to stop its emergence, which in fact only continues because of the development of a magnetized Rayleigh-Taylor instability (Parker 1966) in the upper parts of the flux tube (Magara 2001).

Unfortunately, in MHD calculations the whole flux tube never emerges: Magara (2001) shows in 2.5 dimensions that after some time, small-scale spatial undulations develop in the photosphere that eventually stop the Parker instability and thus the emergence, because magnetic tension locally balances the buoyancy. The situation seems less dramatic in three dimensions, but even there, Magara & Longcope (2001) and Fan (2001) show that the bottom of the flux tube never emerges because of the very dense material that is trapped in the dipped portions of the magnetic twisted field lines. In both cases, the question that finally arises is how can dipped field lines (also called U-loops) emerge through the photosphere?

The objective of this paper is to address this question by analyzing some data obtained from the balloon-borne Flare Genesis Experiment (FGE) during the emergence of a young active region. Using the same FGE data set, Georgoulis et al. 2002 (hereafter GRBS02) and Bernasconi et al. (2002) have shown that many small-scale, intermittent $H\alpha$ brightenings, called Ellerman bombs (EBs), occurred during the emergence phase. They analyzed their relationship with the underlying

¹ Also at Institute of Theoretical Astrophysics, University of Oslo, Blindern, N-0315 Oslo, Norway.

photospheric magnetic field, and they proposed two triggering scenarios for EBs implying reconnection. In this paper, we pursue the analysis of these EBs with a calculated three-dimensional magnetic field model, and we address the following three issues: What is the magnetic topology of EBs? Can EBs be sympathetically linked to one another, and why? What is their relation with the flux emergence on the larger scale of the active region?

Here we recall what EBs are, and we briefly review the current understanding of their physical processes. EBs (Ellerman 1917), also known as moustaches because of the shape of their spectral profile in $H\alpha$, are small intermittent brightening events that are observed in $H\alpha$ wings ($1\text{--}10\text{ \AA}$) within young emerging active regions, in particular around their sunspots and under their growing AFSs. EBs have a typical length of $\sim 1''$ (Kurokawa et al. 1982), are commonly elongated (their dimensions are $1''.1 \times 1''.8$), and are associated with photospheric downflows. Their loci follow the transverse mass flows on the photosphere (GRBS02). Their lifetime depends on the observation cadence, but Qiu et al. (2000) have shown that their brightening lasts about 10–20 minutes. EBs can sometimes be associated with chromospheric surges and with parasitic polarities whose vertical magnetic field is opposite in sign to the larger scale surrounding magnetic field (Rust 1968). EBs are also observed in other wavelengths: in 3840 \AA as bright features in the network (Vorpahl & Pope 1972) and in 1600 \AA ; the latter observations are all well correlated with $H\alpha$ EBs (Qiu et al. 2000; GRBS02). These events occur at the temperature-minimum region, which is at a small height difference ($\sim 100\text{ km}$) from the location of EBs. GRBS02 recently found that EBs occur in clusters that exhibit fractal properties, and their typical parameters obey power-law distribution functions, as in case of flare events, with an index of approximately -2.1 in the case of EBs. The total energy of a typical EB is estimated in the range $[10^{27}, 10^{28}]$ ergs, which indicates that EBs are subflaring events, and their temperature enhancement in the radiative volume is $\sim 2 \times 10^3\text{ K}$. The mechanism of formation for EBs is still controversial. Different possibilities have been proposed, based on the existence of individual flux tubes with funnel effect (Kitai & Muller 1984) and magnetic reconnection. About the latter mechanism a first question comes up: where does the magnetic reconnection occur? In a reconnection model in the high corona, EBs would be associated with increases of temperature in the corona, but they are not observed. Hénoux et al. (1998) proposed that at the reconnection site, there is a strong emission of particles whose impact with the low chromosphere leads to heating of its dense plasma. More recently, Chen et al. (2001) have presented numerical simulations of magnetic reconnection occurring in the deep atmosphere, based on a previous work by Li et al. (1997) on magnetic reconnection in a weakly ionized plasma. Litvinenko & Somov (1994) have proposed the occurrence of magnetic reconnection at the temperature minimum in the case of the formation of prominences. GRBS02 have shown that EBs occur and recur in preferential locations in the low chromosphere, mostly above, but also in the absence of, photospheric neutral lines. GRBS02 have presented different possible scenarios showing how magnetic reconnection could occur in different magnetic configurations, either in separatrices associated with field lines tangential to the photosphere on the edge of neutral lines—defined in this paper as “bald patches” (BPs; Titov et al. 1993)—or at the interfaces of different magnetic flux systems separated by quasi-separatrix layers (defined in Priest & Démoulin 1995 and Démoulin & Priest

1997). Bernasconi et al. (2002) studied peculiar moving dipolar features, using data from the FGE, as well. They proposed a U-loop model around the moving dipolar features, with emerging flux ropes still tied to the photosphere by trapped dense plasma.

The plan of the paper is as follows. In § 2, we describe the treatment that we applied to an FGE vector magnetogram and the modeling procedure to calculate the magnetic field above the photosphere. In § 3, we calculate the magnetic topology around EBs, and we statistically analyze the relations between the observed EBs and BPs (calculated from either the observed vector magnetogram or the extrapolated magnetic field) and the calculated magnetic separatrices. We then describe a reconnection scenario for EBs that is consistent with the observations. In § 4, we analyze the magnetic connections between various EBs. Through the model we provide evidence for the occurrence of several long, serpentine flux tubes, and we analyze their hierarchical organization with altitude. In § 5, we discuss the results in the frame of large-scale flux emergence through the photosphere. Section 6 provides a summary of the whole paper.

2. FROM PHOTOSPHERIC VECTOR MAGNETIC FIELDS TO CORONAL FIELDS

The data used in this work were collected during the 2000 January FGE flight (Bernasconi et al. 2000, 2001). FGE is a balloon-borne 80 cm Cassegrain telescope with an $f/1.5$ ultralow-expansion glass primary mirror and a crystalline silicon secondary mirror. The observations were obtained through a polarization analyzer unit to give the four Stokes parameters in the red and blue wings of the Ca I line at 6122.2 \AA . Unpolarized observations were sequentially obtained at 0.8 \AA in the blue wing of the $H\alpha$ line at 6562.8 \AA .

NOAA Active Region (AR) 8844 appeared on 2000 January 23, and rapid growth of emerging flux in its center was observed early on 2000 January 25, characterized by fast-moving mixed polarities with a horizontal flow of $0.3\text{--}0.8\text{ km s}^{-1}$ (Bernasconi et al. 2002). FGE observed NOAA AR 8844 on January 25 between 15:50 and 19:16 UT. It obtained 55 vector magnetograms, 28 Dopplergrams of the photosphere, and 28 $H\alpha\ 0.8\text{ \AA}$ filtergrams of the low chromosphere. The FGE magnetograms were calibrated by comparing the longitudinal and transverse fields with the magnetic field maps obtained by the Imaging Vector Magnetograph (IVM; Mickey et al. 1996). Extended information about the data acquisition, the data reduction, and the resolution of the 180° ambiguity can be found in Bernasconi et al. (2002). Schmieder et al. (2004) have used these data, as well as *Yohkoh* (Tsuneta et al. 1991), *Solar and Heliospheric Observatory* (SOHO; Scherrer et al. 1995), and *Transition Region and Coronal Explorer* (TRACE; Handy et al. 1999) observations, in order to provide a unified scenario of the magnetic evolution and the energy released in this active region. In the following we only focus on a data set corresponding to a snapshot of the evolution of the active region. We use the magnetogram taken at 17:52 UT and the $H\alpha$ filtergram taken at 17:56 UT.

2.1. Reconstruction of the Photospheric Vertical Field

The FGE magnetic vector data are given in the observer coordinate system: the longitudinal field gives the strength of the magnetic field along the line of sight, the zenith angle is the angle between the field vector and the line of sight, and the azimuth angle gives the direction of the projection of the field

vector on the plane perpendicular to the line of sight. In order to extrapolate the magnetic field above the active region, we need to know the magnetic field vector, expressed in the heliographic system of coordinates. Extrapolations often use the longitudinal field as a boundary condition, but the vertical field is essential to determine where there are structures such as fields tangent to solar surface.

On 2000 January 25, NOAA AR 8844 was located at N5° E30°, and the solar disk center longitude was S5°5. The FGE images must be rotated by 62° counterclockwise with respect to the heliocentric reference system. Thus, the reference system transformation matrix \mathcal{M} (Gary & Hagyard 1990) to pass from the FGE image reference system to the heliospheric reference system is

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 0.36 & -0.79 & -0.50 \\ 0.85 & 0.50 & -0.17 \\ 0.38 & -0.36 & 0.85 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

It appears that the normal field distribution is more complex than the longitudinal one in the interspot area. This is partly due to the fact that the normal field takes into account the transverse field, which is noisier than the longitudinal field. Nevertheless, near the leading spot, the normal field magnetogram presents some small-scale polarity reversals that are above the normal field noise threshold. These polarities, which were not conspicuous in the longitudinal magnetograms, will be important for the comparison of the modeled field topology with the EBs located in this region.

The FGE field of view is relatively small ($\sim 92''$) and does not contain the entire flux-balanced magnetic configuration of the active region. This limitation forbids the use of the FGE magnetogram alone as boundary conditions for a magnetic extrapolation. Since the FGE calibration procedure uses IVM magnetograms as a reference (Bernasconi et al. 2002), we included the FGE normal magnetogram in a larger IVM longitudinal magnetogram taken the same day at 18:00 UT (8 minutes later than the FGE magnetogram). It allows us to have a larger field of view with a very small spatial scale and the normal component of the field vector in the center of the active region, where the flux emergence takes place. This composite magnetogram is used for extrapolation in § 2.2. Because our extrapolation code only accepts a limited input data size, we had to rebin the image; thus, our new magnetogram has a typical pixel size of 0.31 Mm (the original FGE pixel size is 0.13 Mm). This is still lower than the FGE actual spatial resolution, which is 0.36 Mm for magnetograms.

2.2. Extrapolation

We used the linear force-free approximation to extrapolate the field with the Fast Fourier Transform (FFT) method (Alissandrakis 1981; Démoulin et al. 1997). In this approximation the equation for the field is

$$\Delta \mathbf{B} + \alpha^2 \mathbf{B} = 0, \quad (2)$$

where α is the force-free parameter, assumed to be constant in the entire region. Using the vertical magnetic field as the boundary condition, we calculate the three-dimensional linear force-free magnetic field in the active region atmosphere. For the extrapolation, the vertical magnetogram is included in a box with $L_x = L_y = 160$ Mm and $L_z = 60$ Mm ($z = 0$

corresponds to the photosphere, and the center of the box corresponds to the center of the active region). The Fourier transform is done using $n_x = n_y = 1024$ points. The results are saved on a nonuniform mesh with $n_x = n_y = 401$, $n_z = 60$, with cell sizes (in Mm) varying from (0.25, 0.25, 0.02) to (0.6, 0.6, 5.6). The size of the cell in the center of the active region is sufficiently small to resolve the small-scale polarities observed.

For this size of the box the maximum $|\alpha|$ we can use to ensure that the field is asymptotically null with increasing height is

$$|\alpha_{\max}| = \frac{2\pi}{L_x} = 3.92 \times 10^{-2} \text{ Mm}^{-1}. \quad (3)$$

Here α is the free parameter of our extrapolation. It is chosen so that the electric currents of the extrapolation best fit the active region real electric currents. We used two ways to find α :

1. We first compared the extrapolated and observed horizontal fields (the component of the field tangential to the photosphere, at the level of the photosphere). We selected the value of α for which the orientation of the extrapolated horizontal field best matched the orientation of the observed horizontal field, especially in the interspot region. The comparison was restricted to horizontal fields stronger than 200 G (well above the noise threshold). Figure 1 compares the observed horizontal field with the best-fit extrapolated one. The differences between the observations and the extrapolation can be explained by different facts: in the observations there may be a relatively important error on the azimuth angle—and consequently for the tangential field—in weak-field regions. Bernasconi et al. (2002) gives an average error of 12° for a transverse field of 200 G. For extrapolation, our code assumes periodic boundary conditions, which induce a multipolar environment on large scales that modifies the field topology, especially near the sides of the box. The extrapolated horizontal field best matches the observed one for a force-free parameter α_f :

$$\alpha_f = 2.2 \times 10^{-2} \text{ Mm}^{-1}. \quad (4)$$

In order to confirm this value, we have used an algorithmic method (the minimum residual method described in Leka & Skumanich 1999) to compute the value of α that minimizes the difference between the FGE observed horizontal field and the horizontal field extrapolated using the IVM longitudinal magnetogram. This method gave an α equal to $2.07 \times 10^{-2} \text{ Mm}^{-1}$, which is only 7% less than the value we found with the FGE magnetograms.

2. Then we tried to fit the low EUV loops of *TRACE* with some extrapolated field lines computed with the force-free parameter α_f (see Fig. 2). Matching field lines with observed EUV, X-rays, or H α loops is a common method used to constrain the force-free parameter (see, e.g., Schmieder et al. 1997). Since EUV loops are structures located in the corona, this method tends to give an accurate extrapolation of the magnetic field above the photosphere. Because we focus on low-lying magnetic features in the following, we used this method only secondarily. Looking at the horizontal field first, we make sure that the force-free value we use gives a good fit to low fields. However, with α_f , we see that the *TRACE* loops can be very well fitted by field lines in the center and in the southern part of

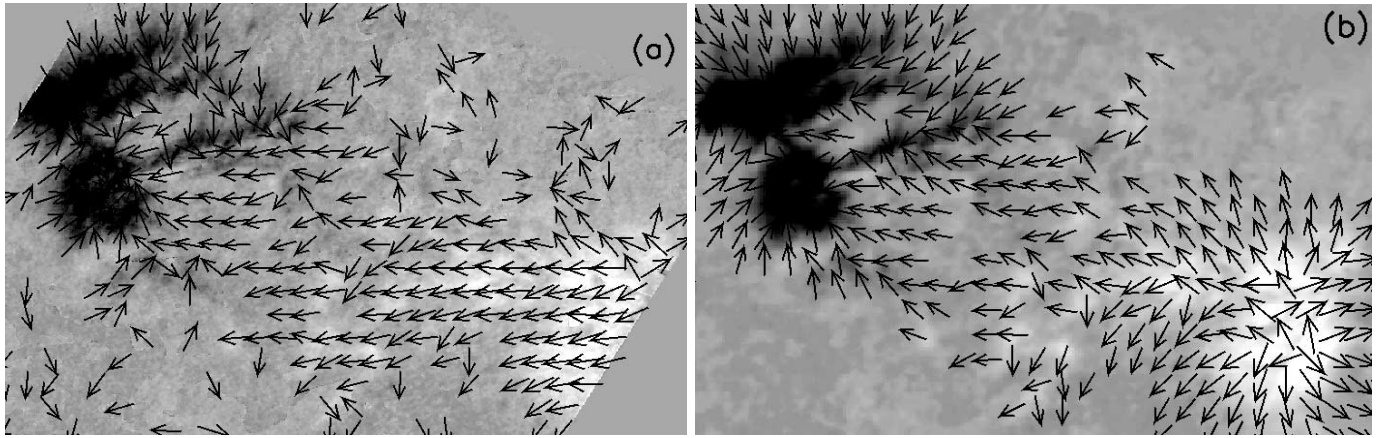


FIG. 1.—(a) Observed horizontal field. The background image is the B_z magnetogram, as deduced from the FGE magnetogram. (b) Extrapolated horizontal field on the vertical field magnetogram used as an input in the extrapolation. One notes the inclusion of the FGE magnetogram in the IVM magnetogram. In both panels the arrows give the orientation of the horizontal field, and their length is proportional to the logarithm of the field amplitude. These arrows are only plotted in regions where the total field is stronger than 200 G.

the active region. Schmieder et al. (2004) have shown that the highest loops and the northern loops of the region were best fitted with a lower parameter: $\alpha = 9.4 \times 10^{-3} \text{ Mm}^{-1}$. This shows that the hypothesis that the whole region has the same twist is not perfectly true, which is not surprising, since α is strictly constant only along a field line. Schmieder et al. (1996) had already pointed out the existence of a gradient in the magnetic shear above an active region. But since the lines computed with α_f fit well the central low loops, where our study takes place, we keep this value of the twist for the following.

We wish to point out that the linear force-free field (LFFF) approximation may not a priori give a good representation of the magnetic field at low altitudes: in the photosphere and chromosphere, pressure and gravity can substantially modify a

force-free field, since $\beta \sim 1$. Linear magnetohydrostatic models could have been computed, but we did not use them for two reasons: first, Aulanier et al. (1998) have shown that these models did not significantly affect the BP topologies; second, we wanted to highlight purely magnetic effects. In this context, nonlinear force-free field models should be used. But we chose to restrict ourselves to the linear approximation because of the strong efficiency of the Fourier transform method in dealing with the very small-scale features that we are interested in, as opposed to numerical finite-difference methods that are required to compute nonlinear models, which typically require many more grid points than we used and have never been tested at this high spatial resolution and with BP topologies (see, e.g., Régnier et al. 2002 for an application to large-scale coronal structures).

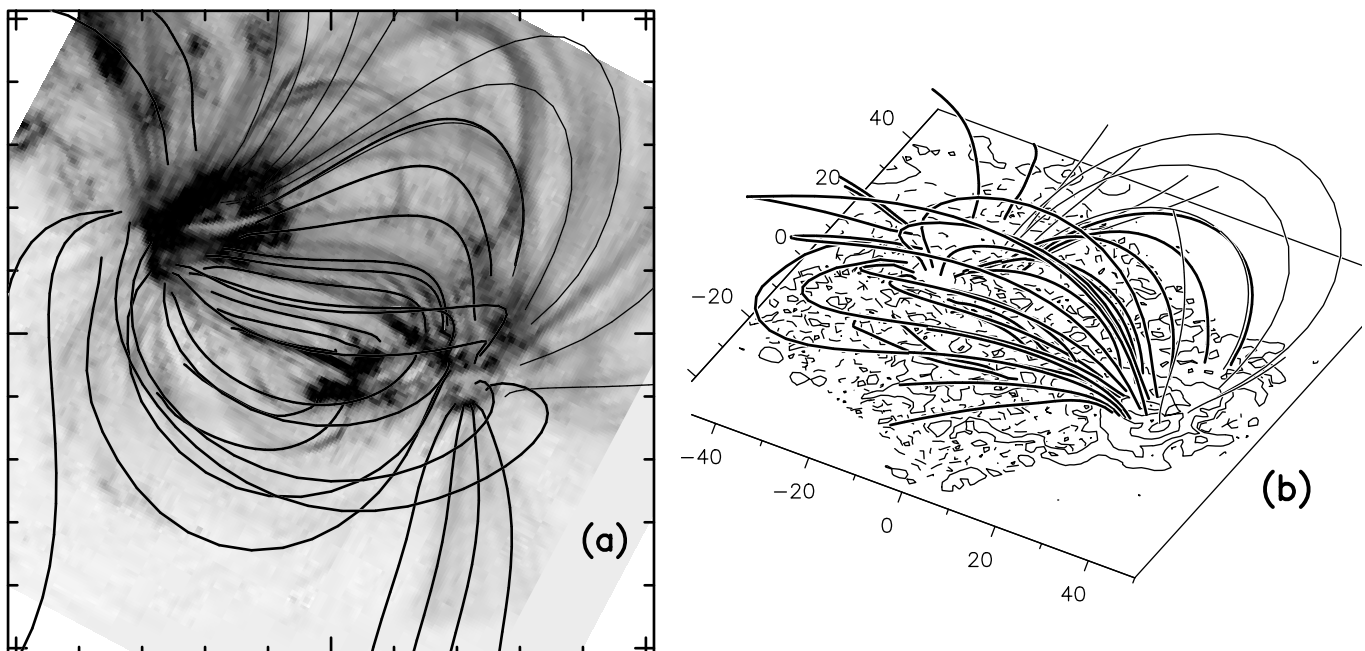


FIG. 2.—(a) Extrapolated field lines on a TRACE image (inverse color table) taken at 171 \AA on 2000 January 25 at 18:02 UT. The thick lines fit the TRACE loops best. (b) Projection view of the extrapolated field lines. On the base plane, the thin solid (dashed) lines represent isocontours of the vertical component of the magnetic field of 50, 300, 900, and 1800 G positive (negative) values.

3. ELLERMAN BOMBS AND MAGNETIC TOPOLOGY

3.1. *Bald Patches*

Separatrix surfaces are locations where current layers might be formed, and thus where reconnection can take place. Classically, a separatrix is a three-dimensional surface defined by all the field lines passing through one null point. If there are no null points, another class of separatrix can be considered: they are defined by field lines passing through BPs (Titov et al. 1993). BPs are regions where the vector field is tangent to the boundary (photosphere) along a magnetic inversion line. On a BP the field line curvature must be positive, so a BP is a region of the photosphere ($z = 0$) where

$$B_z = 0 \quad \text{and} \quad \mathbf{B} \cdot \nabla B_z > 0. \quad (5)$$

If the field satisfies the above condition at a point above the photosphere, this point is called a magnetic dip.

The separatrix field lines passing through these BPs are likely sites for magnetic reconnections (see, e.g., Low & Wolfson 1988). This issue has been disputed by Karpen et al. (1991), who have shown that the thickness of the low chromosphere can prevent thin current sheets from forming in such configurations. But Billingham et al. (1993) have explained why strong currents can still develop—at least—near the footpoints of the separatrix, because of the strong concentration of the flux tubes in these regions. In addition, Delannée & Aulanier (1999) provided analytical arguments in favor of current sheet formation right above BPs, since gravity can result in a quasi-line tying in a concave field line located in a photosphere that is denser than the atmosphere considered in Karpen et al. (1991). Finally, extrapolated BPs have already been related to various types of observed flares (e.g., Aulanier et al. 1998; Fletcher et al. 2001; Mandrini et al. 2002; Wang et al. 2002), which adds observational evidence in favor of reconnection along BP separatrices. In this frame, we wish to compare the EB positions with BPs and separatrix footpoint positions.

3.2. *Ellerman Bomb–Bald Patch Correlation*

The $H\alpha$ observations reveal the occurrence of numerous EBs in the interspot region of NOAA AR 8844. In order to determine how many EBs can be found in the 17:56 UT $H\alpha$ filtergram, two simple methods can be used. GRBS02 relied on the contrast, $I_c(\mathbf{x}) = [I(\mathbf{x}) - I_0]/I_0$, calculated for each location to identify individual EBs: $I(\mathbf{x})$ is the intensity of a pixel with vector position \mathbf{x} and I_0 is the background mean intensity averaged over the whole field of view. An EB is considered to exist where the contrast is above a fixed threshold. At 17:56 UT, one can detect six EBs for a threshold of 0.08 (i.e., the intensity of the EB must be at least 8% above the background). For a threshold of 0.04, 38 EBs can be detected.

But the mean threshold value method tends to neglect EBs that could occur where the local background is darker than the mean background. These EBs would create a local enhancement of brightness, but if the intensity is not above the threshold, these EBs would not be detected. We finally consider 47 EBs with the local contrast enhancement method. For these EBs the contrast with the local background is above 0.04, using a definition similar to that for the mean threshold method.

In Figure 3a, we first compare the EB position with the BPs directly computed using the observed vector field (B_x , B_y , B_z)

(we refer to these BPs as “observed BPs” in the following). The BPs are computed on a mesh whose typical cell size is 0.1 Mm, which is smaller than the field data resolution. For the computation of BPs the field is linearly interpolated between cells of the extrapolation. Then, in Figure 3c, we compare the EB locations with BPs computed from the extrapolated field (these BPs are named “extrapolated BPs”). The extrapolated and observed BPs are only computed in regions where the tangential magnetic field is stronger than 200 G, well above the noise threshold, to improve the signal-to-noise ratio.

There are some differences between these two figures (Figs. 3a and 3c). Figure 3a presents a sparser distribution of BPs than Figure 3c. This is mainly due to the fact that when we compute the BPs directly from the observation the magnetogram pixel size is half that of the extrapolated magnetogram. The BP distribution given by the extrapolation is thus smoother than the one obtained directly from observations. Despite this difference, the location of the large groups of BPs is in a rather good agreement between the extrapolation and the observation.

In Figure 3b, we can see that 35 out of 47 EBs (74%) are associated with observed BPs. We only associate an EB with a BP if both are strictly cospatial. The typical velocities of horizontal motions being $\leq 1 \text{ km s}^{-1}$, the plasma could have moved about 0.24 Mm during the 4 minutes that separate the $H\alpha$ image and the magnetograms, which is less than the spatial resolution of the $H\alpha$ image (which is 0.58 Mm). Thus, only a BP located in the emission area of the EB can be linked to this EB. That is why we decided not to associate the bright EB in the center of the rectangle in Figure 3c with the really close BPs. Figure 3d shows that 23 EBs coincide with extrapolated BPs. The observed and extrapolated BPs disagree for 16 EBs (i.e., the EBs that are related to either observed or extrapolated BPs).

In these figures, one can notice the existence of some BPs near the leading spot, in the region delimited by a rectangle in Figure 3a. These BPs are due to the presence of small negative polarities that were not present in the longitudinal field. More interesting is the fact that some EBs are located on some of these BPs. Using line-of-sight vector magnetograms, GRBS02 supposed that the EBs located in this region were triggered by the interaction of two topologically different, unipolar, magnetic configurations (see Fig. 12c in GRBS02). One can see that the use of heliographic magnetic field components may explain the triggering of some of these EBs by the same mechanism as for the EBs located in the interspot region.

By computing the observed BPs at three other times, we have found some similar results, which are presented in Table 1. The first column gives the times of the $H\alpha$ filtergrams. The time of the vector magnetograms is given in the second column. The third column indicates the total number of EBs detected for each $H\alpha$ image, and the fourth column gives the number of EBs that can be spatially related to BPs directly computed with the magnetograms. The fifth column gives the ratio of the number of EBs that can be linked with observed BPs to the total number of EBs. The spatial correlation between the EBs and the BPs directly computed from the observation is always between 70% and 75%.

3.3. *Ellerman Bomb–Separatrix Footpoint Correlation*

With the extrapolated field it is possible to compute the separatrices associated with the extrapolated BPs. The latter are shown in Figure 4a. Thus, we can compare the EB positions

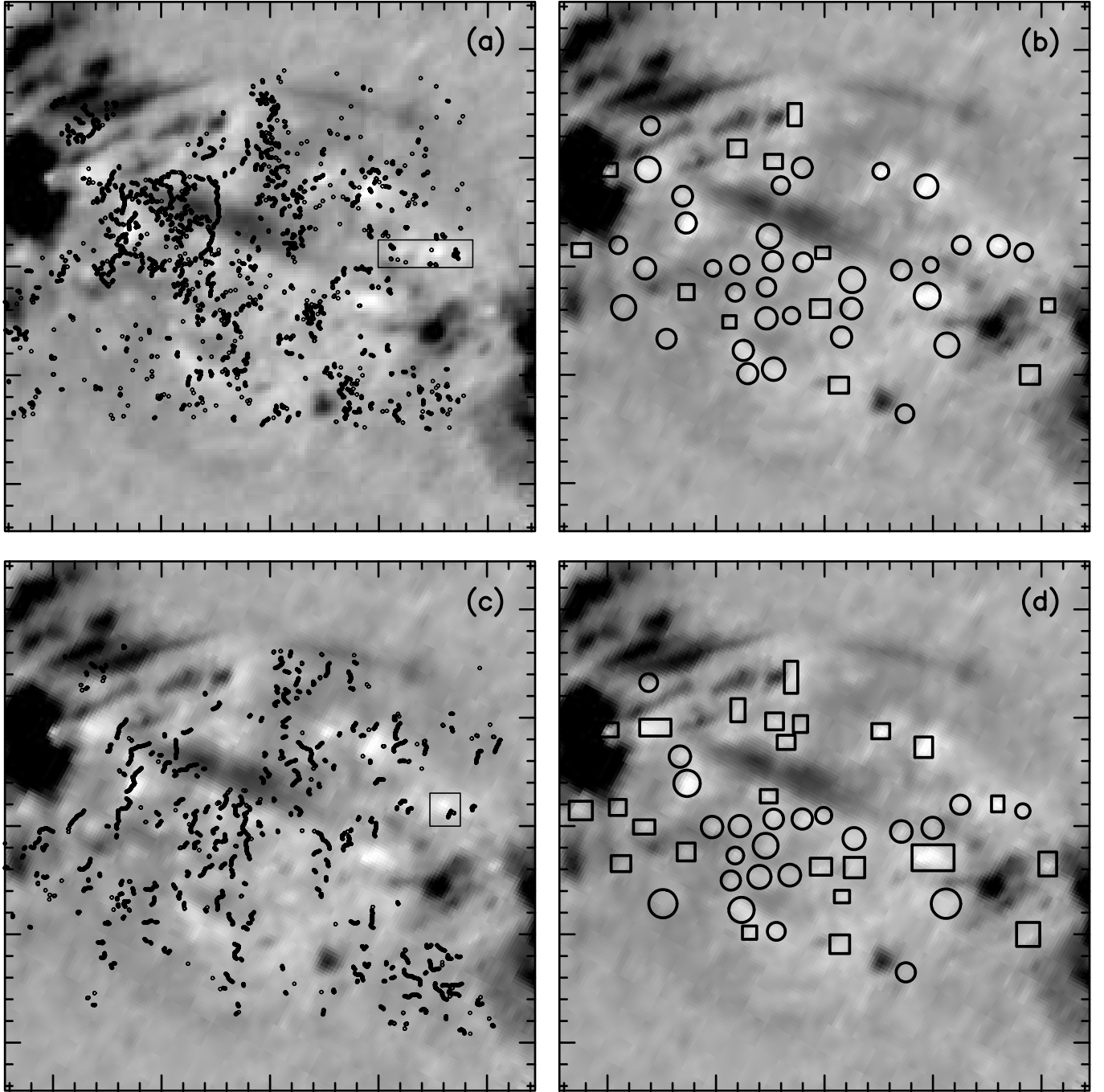


FIG. 3.—*Background:* The 17:56 UT FGE $H\alpha$ 0.8 Å image. See § 3.2 for the EBs located in the rectangles. (a) Observed BPs (*dots*), directly computed from the observed full vector field. (b) Correlation between EBs and observed BPs. The 35 circles represent the EBs that coincide with a BP directly computed from the observation, and the 12 squares show EB locations where no BP can be found. (c) Extrapolated BPs (*dots*) computed with the extrapolated field. (d) Correlation between EBs and extrapolated BPs. The symbols are the same as in (b): 23 circles and 24 squares.

TABLE 1
EBs ASSOCIATED WITH (\Leftrightarrow) OBSERVED BPs ON 2000 JANUARY 25

$H\alpha$ Filtergram (UT)	Magnetogram (UT)	Total EBs	EBs \Leftrightarrow Obs. BPs	(EBs \Leftrightarrow BPs) / Tot. EBs (%)
16:25	16:27	40	28	70
16:47	16:49	44	33	75
18:49	18:50	42	31	74
17:56	17:52	47	35	74

NOTE.—Obs. BPs: observed BPs.

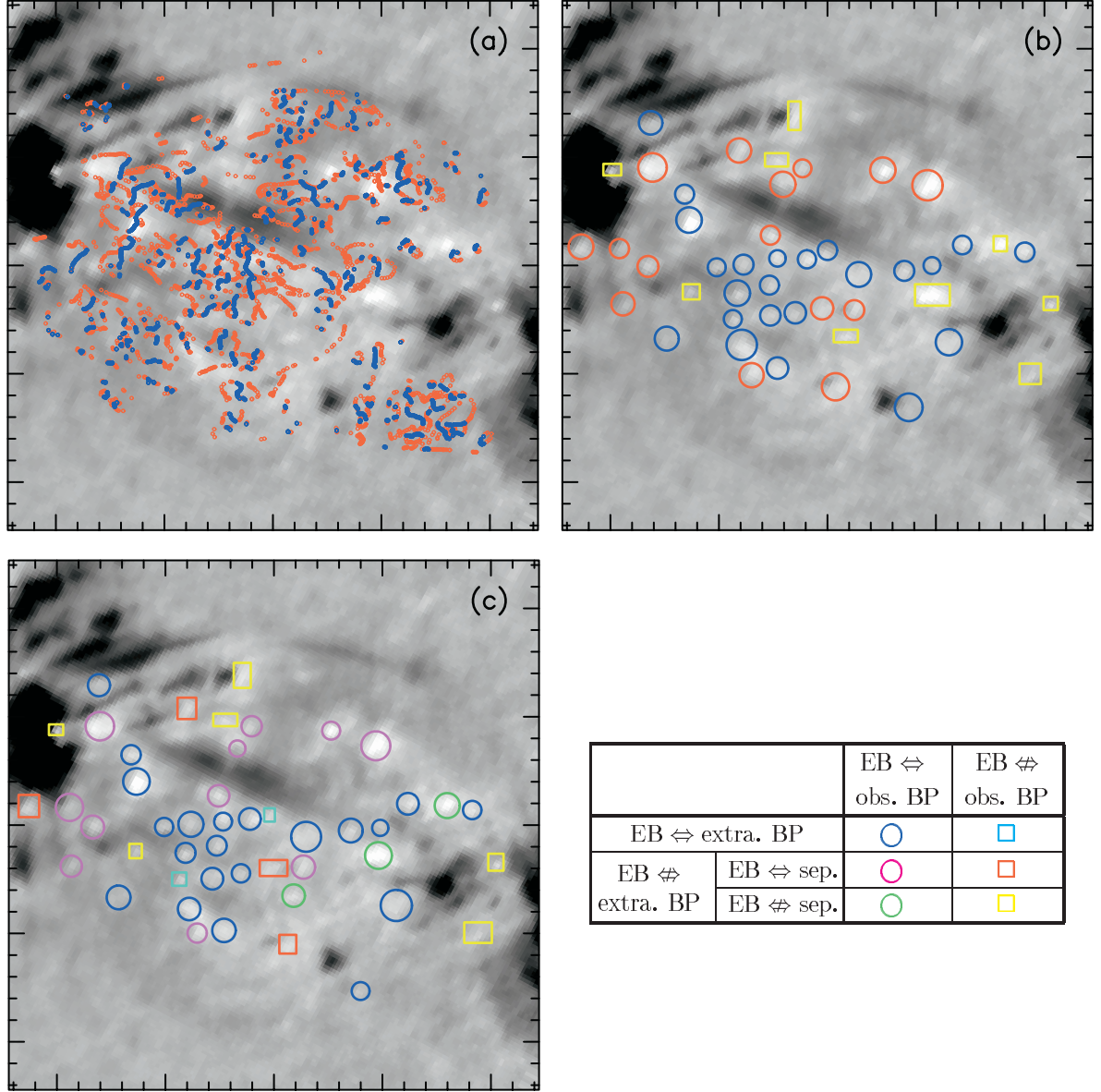


FIG. 4.—*Background:* The 17:56 UT FGE $H\alpha$ 0.8 Å image. (a) Extrapolated BPs (blue dots) and the footpoints of the field line passing by these extrapolated BPs (red dots). (b) Correlation between EBs, extrapolated BPs, and the separatrix footpoints associated with the BPs. The 23 blue circles represent the EBs associated with (\leftrightarrow) extrapolated BPs (see the circles in Fig. 3d); the 15 red circles are for the EBs that can be associated with separatrix footpoints; the nine yellow squares are for the EBs not associated with any special magnetic feature. (c) Synthesis of the three previous BP computations: the 21 blue circles are for the EBs related to BPs in both the observations and the extrapolation; the three green circles are for the EBs that can be associated with an observed BP but with no extrapolated magnetic features; the 11 pink circles are for the EBs that coincide with an observed BP and the footpoint of an extrapolated separatrix (but not to any extrapolated BP); the two light blue squares are for the EBs related to extrapolated BPs but not to observed BPs; the four red squares are for the EBs linked only with footpoints of extrapolated separatrices (and not to any observed or extrapolated BP); the six yellow squares are for the EBs that can be associated with no observed or extrapolated special magnetic feature.

with the positions of the extrapolated BPs and the locations of the footpoints of the associated separatrices, which are preferential sites for reconnection. Among the 47 EBs that we selected, 23 are on extrapolated BPs. Among the 24 remaining EBs, 15 are located near the footpoints of separatrices associated with BPs. Only nine EBs (less than 20%) are not related to any specific topological magnetic feature.

To assure ourselves that our results about the correlation between magnetic features and EB are not coincidental, we compared the distribution of extrapolated BPs and separatrix footpoints with random distributions of EBs (a so-called Monte Carlo test). We created 30 artificial $H\alpha$ images. Each

image contains 47 EBs randomly distributed in the interspot region whose area is the same as the mean area of the real EBs ($1''.1 \times 1''.8$; see GRBS02). For random distributions of EBs, we found that on average 30% of EBs can be associated with extrapolated BPs, only 20% can be associated with separatrix footpoints, and 50% cannot be linked with any magnetic feature. Even in the case that gives us the strongest correlation between random EBs and extrapolated magnetic features, we did not reach the value of 80% correlation that we obtained between extrapolated BPs and $H\alpha$ observations. The same kind of Monte Carlo test has been made for the observed BP distribution. With 47 randomly distributed EBs, an average of

TABLE 2
SUMMARY OF EB CORRELATIONS

Category	Total	EBs \Leftrightarrow Obs. BPs	EBs \nleftrightarrow Obs. BPs
All EBs	47	35	12
EBs \Leftrightarrow extra. BPs.....	23	21	2
EBs \nleftrightarrow extra. BPs.....	24	14	10
EBs \Leftrightarrow sep.	15	11	4
EBs \nleftrightarrow sep.	9	3	6

NOTE.—Obs. BPs: observed BPs; extra. BPs: extrapolated BPs; sep.: separatrix footpoints. The symbols \Leftrightarrow and \nleftrightarrow mean “associated with” and “not associated with,” respectively.

23 EBs (50%) are cospatial with observed BPs, which is significantly less than the result given with the observations.

In Figure 4c and Table 2, we summarize the results of the previous BP and separatrix computations. Among the 16 EBs for which there was a disagreement between the two methods we used (observation and extrapolation), one can see that 11 EBs that could be associated with observed BPs but not with extrapolated BP can be linked with separatrix footpoints in the extrapolation. That suggests that the lack of resolution in the extrapolated magnetogram may be accountable for this difference, especially if we consider the serpentine field topology described in § 4: a BP that is normally linked to other BPs and is not detected as a BP in the extrapolation will be located really close from a separatrix footpoint.

Only six EBs out of 47 were not related to any kind of BP or separatrix. The lack of relationship between these EBs and any magnetic feature may be due to the difference in time between the $H\alpha$ image and the magnetograms—4 minutes. This slight mismatch may be due to local strong departures from the LFFF approximation (see § 3.2). Another possibility may be a different reconnection process that does not need the presence of BPs. However, 87% of the EBs (41 out of 47) are directly related to preferential sites of reconnection. This clearly emphasizes the close link that exists between EBs and BP field lines. EBs seem to be subflares associated with BP reconnection sites. Thus, what we present here is strong evidence for reconnection taking place in the low chromosphere.

4. SERPENTINE FIELD LINES

4.1. Undulatory Connections

By studying the photospheric plasma motions in an active region, Strous (1994) showed an area where the plasma presented an interesting pattern: parallel bands, perpendicular to the emerging flux, of successive downflows and upflows. This suggested that the magnetic flux did not emerge in the shape of an Ω -loop, but rather presented some undulations. We studied the magnetic topology of the center of the active region, in order to investigate whether the low field lines present this specific serpentine shape. Because parts of the undulatory field lines must have a U-loop shape typical of the field lines passing through BPs, we computed the separatrix field lines associated with each BP in the active region to see if some of them present a serpentine form, i.e., if some of these field lines are passing through several BPs or low-lying dips.

With the 17:52 UT magnetogram, we identify at least six groups of undulatory flux tubes (or serpentine field lines) connected to several points of the photosphere or low chromosphere ($z < 1$ Mm). Indeed, the serpentine lines often go through dips located in the lower part of the chromosphere, never more than 0.5 Mm high and very often less than

0.2 Mm. In this region β is still important, and consequently the magnetic field line motions are due to the plasma motions, as in the photosphere. Metcalf et al. (1995) have shown that in an active region, the field only becomes force-free above 0.4 Mm high. Consequently, the physics of these low-lying dips is very similar to the physics around photospheric BPs.

4.2. Examples of Serpentine Field Lines

In the following we display three examples of these serpentine field lines—Figures 5, 6, and 7—and show how they are related to other chromospheric features, such as EBs.

Figure 5 presents the first example of an undulatory flux tube. This very flat serpentine line goes through two BPs (BP 1 and BP 2) and two low-lying dips (BP 3 and BP 4). It is 20 Mm long, and its maximum height is 1.3 Mm. Figure 5a shows that this serpentine line is connected to a border of the supergranule (at BP 4) and is also linked to one of the moving dipolar features studied by Bernasconi et al. (2002). In Figure 5b, we can see that BP 2 and BP 4 are located at the exact positions of EBs and that some of their footpoints are over one bright EB near the trailing spot.

In Figure 6, we can see another serpentine field line. This group of field lines is about 30 Mm long and 1.7 Mm in height at its top. The serpentine line goes through two BPs (BP 6 and BP 9) and three dips (BP 5, BP 7, and BP 8). Figure 6b shows that BP 5, BP 6, BP 8, and BP 9 are close to EBs. The footpoints of the BP separatrix (and especially the footpoints near the trailing spot) are on EBs, too.

The third example of undulatory flux shows this close connection between EBs and emergent flux tubes, too. This example is presented in Figure 7. This small serpentine line has one BP (BP 10) and one dip (BP 11). It is 15 Mm long and 2 Mm high. What is particularly striking about this example is the similarity between the shape of the field line and the positions of a series of EBs. In Figure 7b, one can see that BP 10 and BP 11 are located around some EBs that present a V-shape. The serpentine field line has exactly the same V-shape. This clearly emphasizes the close link between EBs and serpentine field lines.

The fact that several EBs cospatial with BPs that are magnetically linked by the same field line might suggest that the EBs can be sympathetically linked. Since the temporal resolution of our data is not sufficient to study the exact temporal triggering of the different EBs located along a unique field line, it is impossible for us to go beyond this suggestion.

4.3. Serpentine Field Line Environment

Figures 6c, 6d, 7c, and 7d allow us to understand better the magnetic topology in the neighborhood of serpentine lines. All represented lines are separatrix lines, passing through one or several BPs. Under the folds of serpentine lines there are small lines (*yellow lines*) connected to the photosphere by one or two BPs. These lines rarely exceed 5 Mm in length. Over serpentine lines, there are some BP-connected field lines, too (*green lines*). These lines are 20–35 Mm long and 2–10 Mm high and are formed of two very asymmetric lobes. Serpentine field lines are lying under the biggest lobes of these separatrices; that is why we refer to them as “domes” in the following. This complex topology, as shown in Figure 8, is summarized in Figure 9.

5. THE NATURE OF FLUX EMERGENCE

As pointed out in § 1, MHD simulations show that the emergence of a magnetic flux tube from beneath the

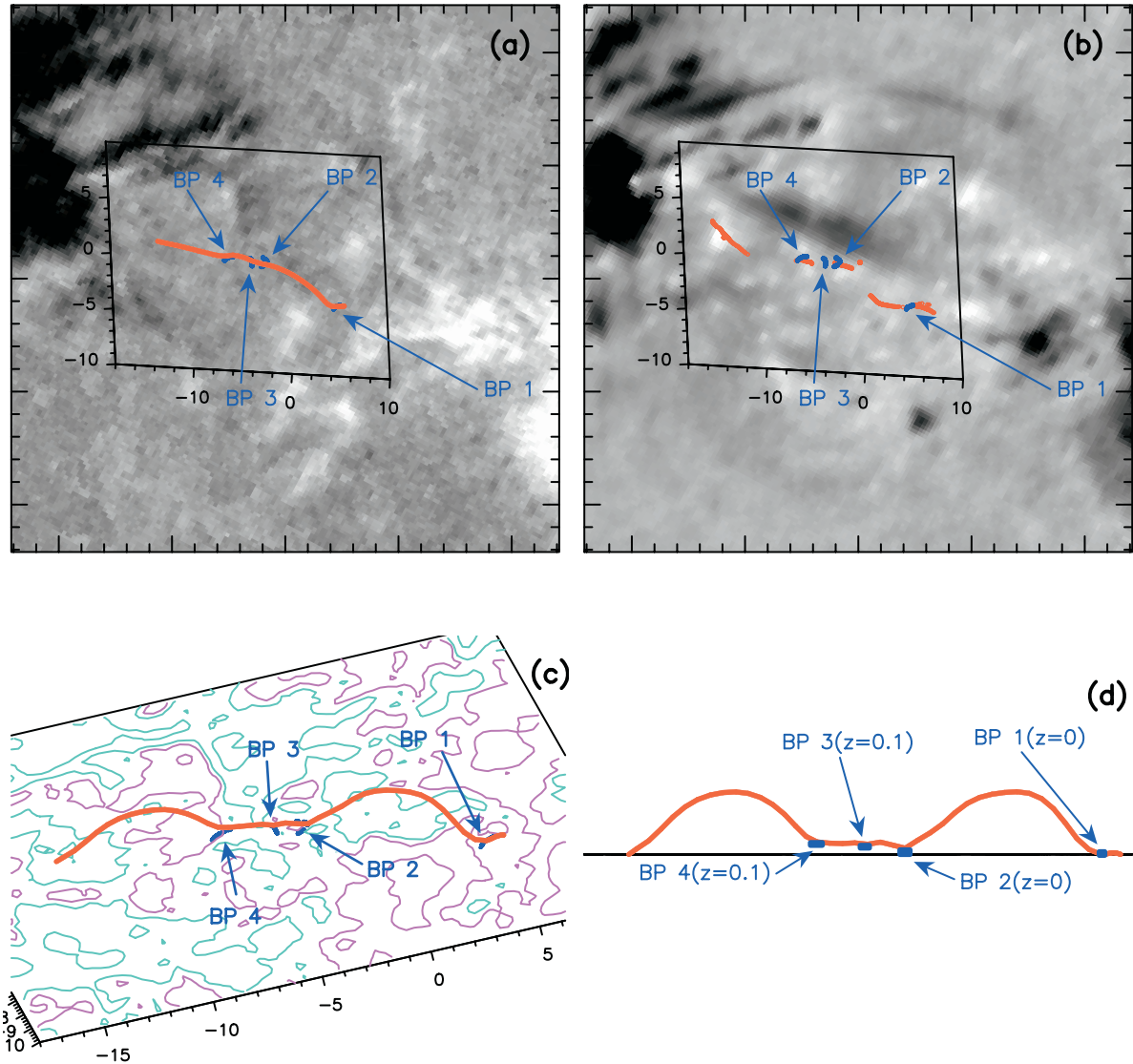


FIG. 5.—First example of an undulatory flux tube: only one field line of the serpentine flux tube (red line) is represented on these figures. The blue dots (denoted BP 1–BP 4) represent the BPs and dips through which the serpentine line is passing. (a) Position of the undulatory field line on the vertical magnetogram. (b) Positions of the footpoints of the serpentine line (red dots) on the $H\alpha$ 0.8 Å filtergram. In (c) and (d), a multiplicative factor of 3 for vertical extension of the field line is used for a better viewing of the configuration. (c) Projection view of the undulatory flux. On the base plane, the isocontours represent $B_z(z=0) = \pm 50, 300, 900$, and 1800 G, pink for positive and blue for negative values. The base plane boundaries are represented in (a) and (b). (d) Side view of the undulatory field line. The height of the BPs and dips are indicated in Mm.

photosphere is not simple: first, Magara (2001) shows that the emergence stops after some time because the flattened emerging flux tube becomes stable to the Parker instability; and second, Fan (2001) shows that the emergence of the lower (dipped) parts of an emerging twisted flux tube is impossible because of the weight of the subphotospheric trapped plasma. In the following, we explain how our results suggest the way the Sun resolves both these difficulties.

We found a hierarchy of serpentine, undulatory flux tubes located below chromospheric altitudes. This hierarchy can suggest that the field lines located at increasing altitudes represent different stages of a gradual flux emergence. Small arcades separated by BPs gradually rise from the photosphere and form longer and longer arcades when they reach the chromosphere.

They finally rise in the low corona, forming the observed elongated AFSs. Two questions naturally arise from this scenario, which follows from the difficulties addressed above: why do the flux tubes have undulatory shapes at low altitude, and how can they dispose of the dense material trapped in (and below) their photospheric dips (i.e., BPs)?

The answer to the first question lies in the wavelengths of the spatial undulations of the serpentine field lines, which are given by the distances between two BPs taken sequentially along the flux tube. These distances can be typical of either convective scales present between both sunspots of the active region—such as 1 Mm for granulation and 10 Mm for supergranulation—or of some MHD instability. In the first case, convection is the main driver of undulations, whereas in the

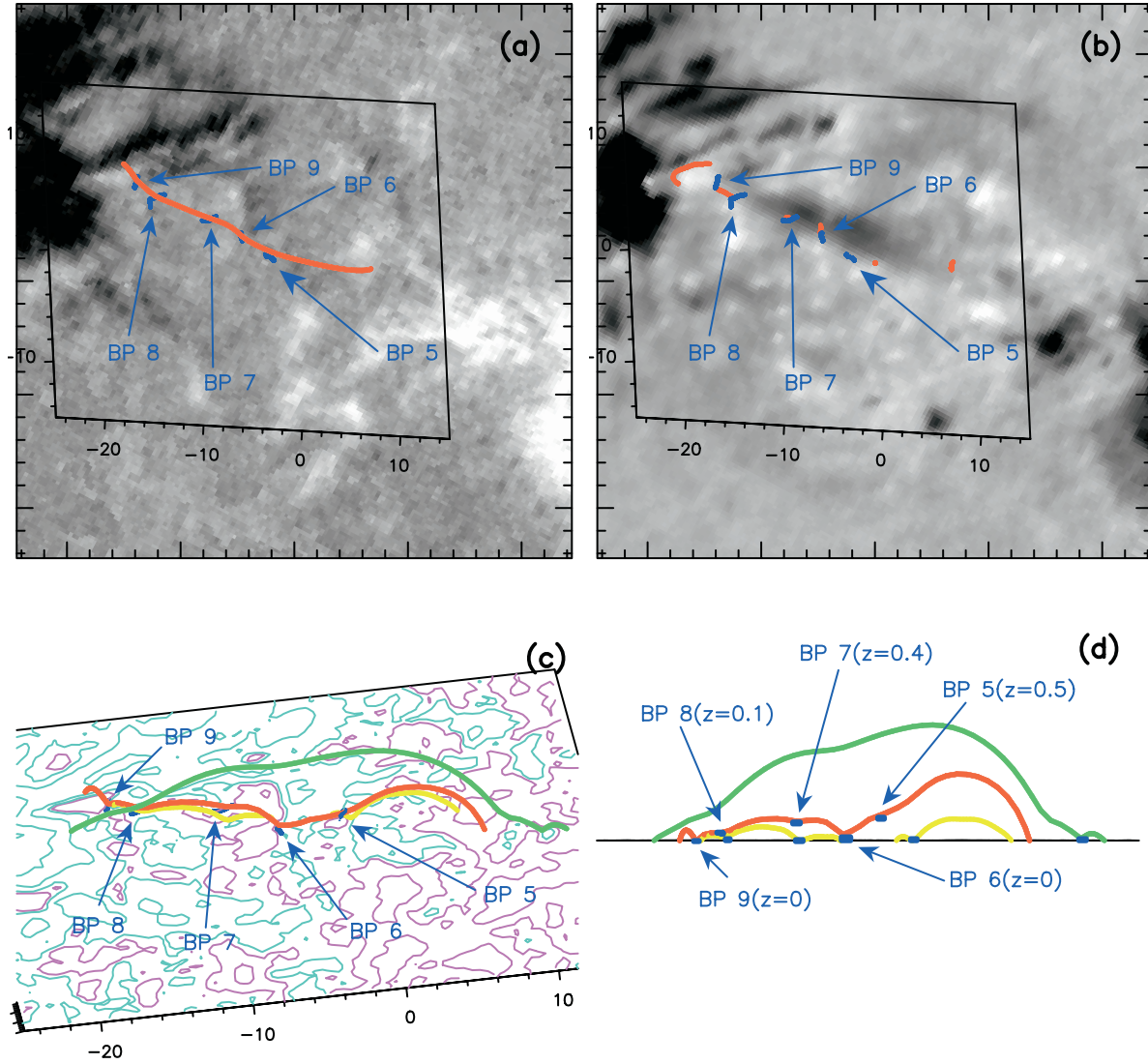


FIG. 6.—Second example of an undulatory flux tube. Panels and symbols are as in Fig. 5. In (c) and (d), in addition to the main serpentine line (red line), other field lines passing through BPs are shown: the yellow lines are located beneath each fold of the serpentine line; the green line is above the main serpentine field line.

second case the serpentine shape originates from some instability, which has to be identified. The flux tube must be less dense than the surrounding medium, to ensure that buoyancy made possible its rise through the convection zone (see, e.g., Caligari et al. 1995); in addition, it is probably very flat, with mostly horizontal magnetic fields below the photosphere (Magara 2001). So in the absence of magnetic field, the upper interface between the subphotospheric flux tube and the photosphere should be Rayleigh–Taylor–unstable to any perturbation of any wavenumber k_x , where $x(z)$ is the horizontal (vertical) direction. Qualitatively, this horizontal interface can be stabilized by magnetic forces for perturbations having high k_x , resulting in highly curved field lines whose magnetic tension can prevent the instability from developing. Quantitatively, there is a critical wavenumber k_x^c below which magnetic tension is not sufficient to prevent the instability: this is the Parker instability (Parker 1966). The value of k_x^c can be evaluated by linearizing the Euler equation, assuming total pressure balance

and constant temperature between the inner and the outer parts of the flux tube. It gives

$$k_x^c \simeq 1/(2H), \quad (6)$$

where H is the pressure scale height. These assumptions lead to a result that is independent of the magnetic field amplitude, because the latter is directly related to the density depletion in the flux tube (see, e.g., Magara 2001). Using a typical photospheric temperature ($T = 5800$ K), one then finds that undulatory flux tubes will be Parker-unstable if their wavelength λ_x satisfies

$$\lambda_x > 4\pi H \simeq 2 \text{ Mm}. \quad (7)$$

Among the six identified serpentine lines in our extrapolation, we measured 29 values for λ_x , which are plotted in the form

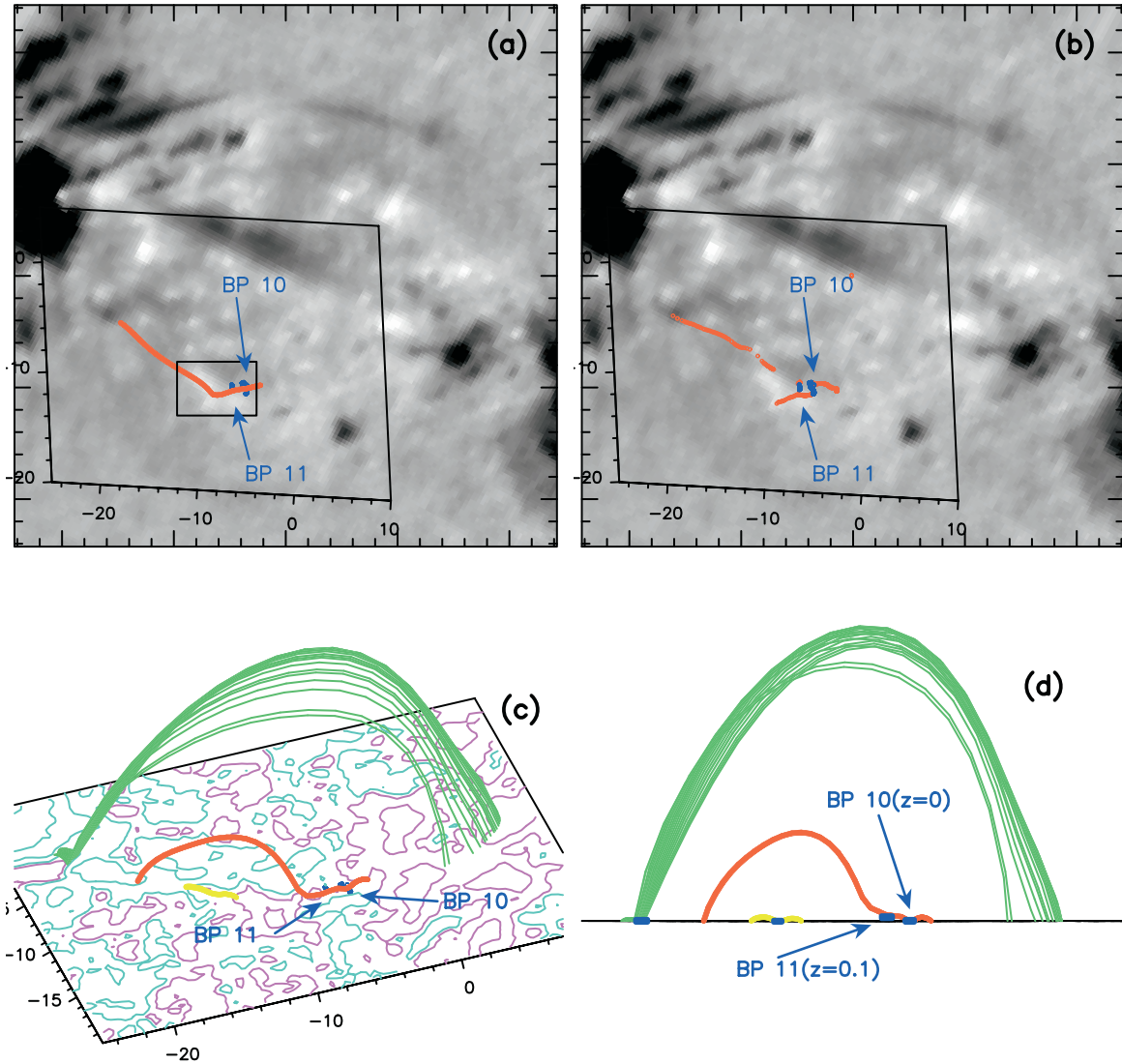


FIG. 7.—Third example of an undulatory flux. Panels and symbols are as Fig. 5, except for (a), where the background image is an $H\alpha$ 0.8 \AA filtergram. In the small rectangle one can note the V-shape of the EBs, which matches the shape of the field line.

of a histogram in Figure 10. Even though one small peak is identified around 8 Mm (which is the size of the small supergranule on the eastern side of the trailing sunspot), there is a very clear asymmetric peak around 3 Mm that has a sharp cutoff for values below 2 Mm. This cutoff does not come from a coarse spatial resolution, since the FGE resolution was $0''.5$ and the extrapolation was calculated with the FFT on a uniform mesh with $0.16 \text{ Mm cell}^{-1}$ and analyzed on a non-uniform mesh of $0.25\text{--}0.42 \text{ Mm cell}^{-1}$ between the two sunspots. Even though the statistics are not absolutely sufficient, this distribution very clearly supports that the Parker instability is at the origin of the emerging undulatory flux tubes, with wavelengths that are larger than those developing in the MHD calculations of Magara (2001) after his flux tube stopped emerging. Our results are then consistent with the persistence of the Parker instability at small scales in the early stages of active region emergence. They are also consistent with the results of Bernasconi et al. (2002), who found that the EBs were associated with moving dipolar features. They show

that a pair of moving features were constantly separated by $\sim 3 \text{ Mm}$ during the whole time of observation.

The answer to the second question is given by the good correlation that we found between EBs and BP separatrices, calculated from either the vector magnetogram or the magnetic field extrapolation. This suggests that impulsive, resistive effects do occur in the photosphere in field lines that have portions tangential to the photosphere, i.e., in field lines having dips that are filled by dense subphotospheric material. The material flows along the serpentine field lines down into the dips. This agrees with the observation of GRBS02 that more than 80% of EBs are associated with downflows. This is also consistent with the results of Bernasconi et al. (2002), who found that the moving dipolar features (which present a BP topology) they studied had a net downflow, whereas the region between the moving dipolar features presents an upflow (see Fig. 9 in Bernasconi et al. 2002).

Even though our work does not address the details and the precise altitude of the resistive effects, the associated magnetic

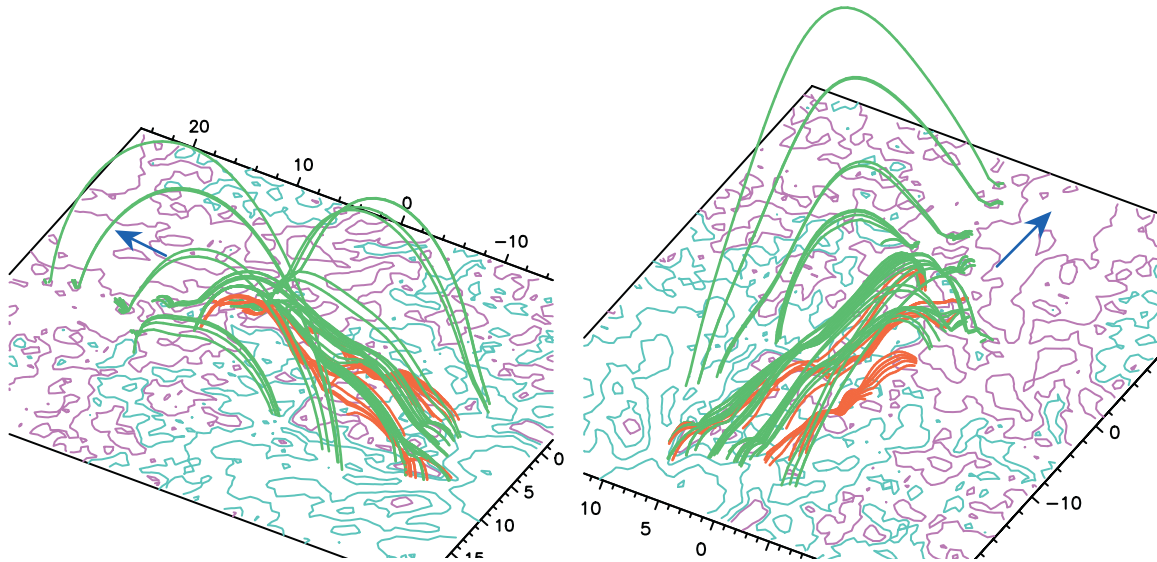


FIG. 8.—Projection view of the serpentine field lines and their surrounding environment in the center of the active region. The red lines represent the serpentine lines presented in Figs. 5 and 6. The green lines represent the domes. On the base plane, the isocontours represent $B_z(z=0) = \pm 50, 50, 300, 900,$ and 1800 G, pink for positive values and blue for negative. The blue arrows mark the direction of the leading spot. A multiplicative factor of 3 for vertical extension of the field lines is used for a better viewing of the configuration.

reconnection is a good mechanism for restructuring the field lines so that the dense material stays below in small reconnected field lines, whereas the large reconnected field lines, released from their weight, get detached from the photosphere and become free to expand. In the case of serpentine field lines, where several BPs are well matched with EBs, we conjecture that local reconnections occur more or less sequentially all along the flux tube, at every BP, so that the serpentine field lines gradually become a standard Ω -loop.

In conclusion, our results on the shape of serpentine lines and on their association with chromospheric brightenings is strong evidence in favor of a multistep flux emergence and Ω -loop formation process: once the subphotospheric large-scale flux tubes becomes flattened and stop their large-scale emergence, small-scale undulations develop and emerge because of the Parker instability. Then magnetic reconnection proceeds at low altitudes in BP separatrixes, allowing the release of the dense material that prevents the emergence of the whole flux tube, so that all the small-scale emerged flux tubes sequentially rejoin above the photosphere, forming a large-scale loop, which then becomes free to expand in the corona in the form of AFSs, which then turn into standard coronal loops.

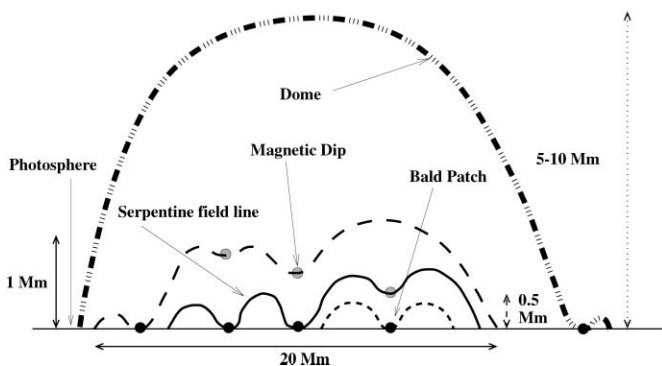


FIG. 9.—Sketch of the field lines overlying the emerging flux.

6. SUMMARY

During the whole emergence of an active region, the balloon-borne Flare Genesis Experiment (FGE) observed in the $H\alpha$ blue wing the occurrence of many small-scale, intermittent brightenings, defined as Ellerman bombs (EBs), which have been observationally studied by detail in GRBS02 and Bernasconi et al. (2002). In particular, they have shown, using FGE vector magnetograms, that some EBs are cospatial with neutral lines where the field lines could present a U-loop shape (which we defined in this paper as bald patch [BP] regions). So they proposed that some EBs could be due to magnetic reconnection where field lines present a U-loop shape, while the other ones, which were not associated with neutral lines, were probably due to reconnection along quasi-separatrix layers in apparently monopolar regions.

In this paper, we pursued the analysis of EBs observed by FGE, and we tried to tackle the issue of the possible role of these EBs in allowing the emergence of magnetic fields through the

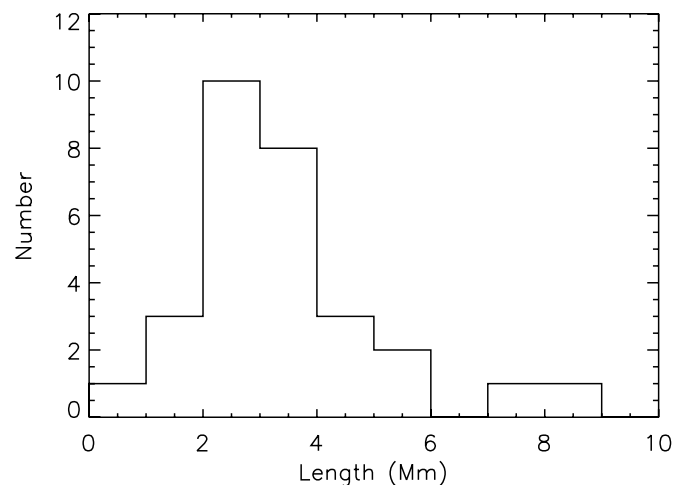


FIG. 10.—Histogram of the distribution of the distance between two consecutive BPs within serpentine field lines.

photosphere. Indeed, MHD simulations have recently shown that the direct emergence of smooth Ω -loops from the convection zone seemed to be more difficult than thought (see, e.g., Zwaan 1985), as a result of both the development of small-scale spatial undulations in subphotospheric flattened flux tubes (stable to the Parker instability; see Magara 2001) and the existence of magnetic dips at the bottom of emerging twisted flux tubes (in which dense material is trapped; see Magara & Longcope 2001 and Fan 2001).

We focused our analysis on one vector magnetogram, observed by FGE nearly coterminally with one of the $H\alpha$ images showing EBs. From the vector magnetogram, we calculated the three components of the magnetic field in local heliographic coordinates. This permitted us to calculate BP locations from the observations. From this, we not only confirmed the results of GRBS02 and Bernasconi et al. (2002) regarding the good match between EBs and BPs, but we also extended them, since we showed that the apparently monopolar regions in which a few EBs were observed were in fact multipolar and also corresponded to BPs when the magnetic field components were projected onto the heliographic frame. So we unified the two reconnection scenarios proposed by GRBS02 into a single one based on magnetic reconnection along BP separatrices. Nevertheless, there are still a few EBs that cannot be directly explained by the BP scenario and for which the quasi-separatrix layer scenario may be relevant.

In order to calculate the magnetic separatrices, we then performed a linear force-free field extrapolation of the magnetogram, using the true vertical field as the boundary condition. The force-free parameter α was fine-tuned so as to obtain a good match between the observed and extrapolated horizontal components of the magnetic field. We checked a posteriori that the extrapolated high-altitude field lines did not deviate too much from the overall orientation of coronal loops observed in EUV by *TRACE*. Using the results from the extrapolation, we analyzed the three-dimensional topology of the magnetic field at low altitude in the vicinity of EBs. We noticed some subtle differences in the EB-BP correlation, whether calculated from the vector magnetic field data only or from the extrapolation, in which the horizontal fields are calculated so as to satisfy the force-free field equation. With the extrapolation in particular, we found a nonnegligible fraction of EBs that were colocated with the footprint of a BP separatrix, instead of always being located on top of a BP. These results extended the reconnection scenario for EBs, by locating their brightening either in BPs or at the footpoints of flat BP separatrices, in regions where the magnetic field is horizontal. This result is in fact fully consistent with radiation model predictions by Zhao et al. (1998) and Hénoux et al. (1998).

A further study of the BP separatrices has revealed that the latter were not randomly organized. In several places within the active region, we found some flat, elongated flux tubes linking several BPs (or very low altitude photospheric magnetic dips) and showing spatial undulations with a succession of two to five concave and convex portions. This finding is consistent with the predictions by Strous et al. (1996) on the existence of

magnetic serpentine field lines based on the observation of $H\alpha$ upflows and downflows located one after the other on top of complex multipolar photospheric magnetic fields. Moreover, we identified a whole hierarchy of serpentine field lines, located on top of one another up to chromospheric altitudes, having very small BP separatrices under them and being overlaid with a “dome flux tube” rooted in a single BP region near one of the active region sunspots. This hierarchy of serpentine field lines also seems to be consistent with the results of Mandrini et al. (2002) on the topology of emerging arch filament systems (AFSSs), which in the frame of the present study could be interpreted as a dome flux tube under which many serpentine field lines could still be present, even though they did not appear in this past study, maybe because of the poor resolution of their magnetogram, as compared to those from the FGE.

Based on the results of the extrapolation, on the association of EBs with BP and separatrix footpoints, and on the existence and organization of serpentine flux tubes whose wavelengths are typically above (with a sharp cutoff) the criterion for the Parker instability ($\lambda \sim 2$ Mm), we finally conjectured that EBs could be the manifestation of the successive resistive emergence of flattened and undulatory subphotospheric, Parker-unstable flux tubes, which without resistive effects would not fully emerge because of the weight of the material trapped within the (sub)photospheric dips. This interpretation is somehow consistent with the scenario proposed by Strous & Zwaan (1999), but it highlights the crucial role of resistive effects in BP separatrices.

Theoretically, this scenario will need to be confirmed by high-resolution MHD simulations, because even though our observations and extrapolation seem to support BP reconnection for EBs (which also has been shown for a few small flares and surges, e.g., by Aulanier et al. 1998 and Mandrini et al. 2002), the possibility of developing sufficiently thin electric current sheets within flux tubes that have a photospheric dip, so that not only diffusion but impulsive reconnection can occur, is still a debated issue (Low & Wolfson 1988; Karpen et al. 1991; Billinghurst et al. 1993). Our whole analysis, which is as yet only based on a single emerging active region, will have to be reconducted observationally on several regions, for which higher spatial resolution vector magnetograms with high polarimetric sensitivity will be mandatory. This will be required to measure the statistical relevance of our model for the resistive emergence of Parker-unstable undulatory flux tubes in the early stages of active regions.

The authors thank R. Grappin and F. Atlán for insightful discussions about the Parker instability and are grateful to Pascal Démoulin for all the work he did to create the extrapolation and visualization codes that have been used in this paper. B. S. and E. P. thank the APL group for warm hospitality and for funding during their respective visits. This work has been done in the frame of the ESMN network (contract HPRN-CT-2002-00313) and has received partial support from NSF grant ATM 02-08104.

REFERENCES

- Alissandrakis, C. E. 1981, *A&A*, 100, 197
- Aulanier, G., Démoulin, P., Schmieder, B., Fang, C., & Tang, Y. H. 1998, *Sol. Phys.*, 183, 369
- Bernasconi, P. N., Rust, D. M., & Eaton, H. A. C. 2001, in *ASP Conf. Ser. 236, Advanced Solar Polarimetry—Theory, Observation, and Instrumentation*, ed. M. Sigwarth (San Francisco: ASP), 399
- Bernasconi, P. N., Rust, D. M., Eaton, H. A. C., & Murphy, G. A. 2000, *Proc. SPIE*, 4014, 214
- Bernasconi, P. N., Rust, D. M., Georgoulis, M. K., & Labonte, B. J. 2002, *Sol. Phys.*, 209, 119
- Billinghurst, M. N., Craig, I. J. D., & Sneyd, A. D. 1993, *A&A*, 279, 589
- Caligari, P., Moreno-Insertis, F., & Schüssler, M. 1995, *ApJ*, 441, 886

- Chen, P.-F., Fang, C., & Ding, M.-D. 2001, *Chinese J. Astron. Astrophys.*, 1, 176
- Delannée, C., & Aulanier, G. 1999, *Sol. Phys.*, 190, 107
- Démoulin, P., Bagalá, L. G., Mandrini, C. H., Hénoux, J. C., & Rovira, M. G. 1997, *A&A*, 325, 305
- Démoulin, P., & Priest, E. R. 1997, *Sol. Phys.*, 175, 123
- Ellerman, F. 1917, *ApJ*, 46, 298
- Emonet, T., & Moreno-Inseris, F. 1998, *ApJ*, 492, 804
- Fan, Y. 2001, *ApJ*, 554, L111
- Fletcher, L., López Fuentes, M. C., Mandrini, C. H., Schmieder, B., Démoulin, P., Mason, H. E., Young, P. R., & Nitta N. 2001, *Sol. Phys.*, 203, 255
- Gary, G. A., & Hagyard, M. J. 1990, *Sol. Phys.*, 126, 21
- Georgoulis, M. K., Rust, D. M., Bernasconi, P. N., & Schmieder, B. 2002, *ApJ*, 575, 506 (GRBS02)
- Handy, B. N., et al. 1999, *Sol. Phys.*, 187, 229
- Hénoux, J.-C., Fang, C., & Ding, M. D. 1998, *A&A*, 337, 294
- Karpen, J. T., Antiochos, S. K., & DeVore, C. R. 1991, *ApJ*, 382, 327
- Kitai, R., & Muller, R. 1984, *Sol. Phys.*, 90, 303
- Kurokawa, H., Kawaguchi, I., Funakoshi, Y., & Nakai, Y. 1982, *Sol. Phys.*, 79, 77
- Leka, K. D., & Skumanich, A. 1999, *Sol. Phys.*, 188, 3
- Li, X. Q., Song, M. T., Hu, F. M., & Fang, C. 1997, *A&A*, 320, 300
- Litvinenko, Yu. E., & Somov, B. V. 1994, *Sol. Phys.*, 151, 265
- Low, B. C., & Wolfson, R. 1988, *ApJ*, 324, 574
- Magara, T. 2001, *ApJ*, 549, 608
- Magara, T., & Longcope, D. W. 2001, *ApJ*, 559, L55
- Malherbe, J. M., Schmieder, B., Mein, P., Mein, N., van Driel-Gesztelyi, L., & von Uexküll, M. 1998, *Sol. Phys.*, 180, 265
- Mandrini, C. H., Démoulin, P., Schmieder, B., Deng, Y. Y., & Rudawy, P. 2002, *A&A*, 391, 317
- Metcalf, T. R., Jiao, L., McClymont, A. N., Canfield, R. C., & Uitenbroek, H. 1995, *ApJ*, 439, 474
- Mickey, D. L., Canfield, R. C., Labonte, B. J., Leka, K. D., Waterson, M. F., & Weber, H. M. 1996, *Sol. Phys.*, 168, 229
- Parker, E. N. 1966, *ApJ*, 145, 811
- Priest, E. R., & Démoulin, P. 1995, *J. Geophys. Res. A*, 100, 23443
- Qiu, J., Ding, M. D., Wang, H., Denker, C., & Goode, P. R. 2000, *ApJ*, 544, L157
- Régnier, S., Amari, T., & Kersalé, E. 2002, *A&A*, 392, 1119
- Rust, D. M. 1968, in *IAU Symp. 35, Structure and Development of Solar Active Regions*, ed. K. O. Kiepenheuer (Dordrecht: Reidel), 77
- Scherrer, P. H., et al. 1995, *Sol. Phys.*, 162, 129
- Schmieder, B., Aulanier, G., Démoulin, P., van Driel-Gesztelyi, L., Roudier, T., Nitta, N., & Cauzzi, G. 1997, *A&A*, 325, 1213
- Schmieder, B., Démoulin, P., Aulanier, G., & Golub, L. 1996, *ApJ*, 467, 881
- Schmieder, B., Rust, D. M., Georgoulis, M. K., Démoulin, P., & Bernasconi, P. N. 2004, *ApJ*, 601, 530
- Spruit, H. C. 1981, *A&A*, 98, 155
- Strous, L. H. 1994, in *Solar Surface Magnetism*, ed. R. J. Rutten & C. J. Schrijver (NATO ASI Ser. C, 433; Dordrecht: Kluwer), 73
- Strous, L. H., Scharmer, G., Tarbell, T. D., Title, A. M., & Zwaan, C. 1996, *A&A*, 306, 947
- Strous, L. H., & Zwaan, C. 1999, *ApJ*, 527, 435
- Titov, V. S., Priest, E. R., & Démoulin, P. 1993, *A&A*, 276, 564
- Tsuneta, S., et al. 1991, *Sol. Phys.*, 136, 37
- Vorpahl, J., & Pope, T. 1972, *Sol. Phys.*, 25, 347
- Wang, T., Yan, Y., Wang, J., Kurokawa, H., & Shibata, K. 2002, *ApJ*, 572, 580
- Zhao, X., Fang, C., & Hénoux, J.-C. 1998, *A&A*, 330, 351
- Zwaan, C. 1985, *Sol. Phys.*, 100, 397

3.3.3 Extension de mon travail : (A.6, C.3)

Mon travail apporte ainsi de nouveaux arguments en faveur de l'origine résistive de la formation des bombes d'Ellerman (EBs). Les EBs constituent les marqueurs de multiples reconnexion à petites échelles spatiales se produisant au niveau des sections en U de tubes de flux ondulés. Néanmoins ce résultat ne se base que sur l'observation d'une unique région active. La question de la généralisation de mes résultats se pose donc. L'ondulation des tubes de flux est-elle systématique lors de l'émergence? Dépend-elle de certaines caractéristiques de la région active d'émergence telles que sa taille, sa complexité, l'existence d'un champ magnétique coronal plus ou moins intense?

Pour répondre à ces questions, on peut d'une part inclure les effets résistifs dans les simulations numériques d'émergence du champ magnétique (*c.f.* Sect. 3.3.4), d'autre part observer d'autres régions actives émergentes. De nouvelles observations sont indispensables. Si en son temps, *Flare Genesis Experiment* représentait une opportunité unique d'observation à haute résolution angulaire, de nos jours, de plus en plus de magnétographes vectoriels sont mis en service. Le travail sur FGE a en particulier montré la nécessité d'obtenir des mesures vectorielles du champ magnétique photosphérique avec la meilleure résolution spatiale et temporelle possible. Un des instruments permettant de satisfaire nos exigences est le télescope Franco-Italien THEMIS⁸.

3.3.3.1 De nouvelles observations avec THEMIS

THEMIS est le résultat d'une collaboration entre le CNRS et le Consiglio Nazionale delle Ricerche (Italie). THEMIS est situé à Izaña au sein de l'observatoire du Teide, sur l'île de Tenerife (Iles Canaries). THEMIS est un télescope Ritchey-Chretien de 90 cm de diamètre et de 15 m de focale, de monture alt-azimutale. La conception unique de THEMIS en fait le seul instrument n'induisant aucune polarisation instrumentale. La présence d'un polarimètre de Stokes au niveau du foyer primaire du télescope en fait donc un instrument particulièrement adapté à l'étude vectorielle du champ magnétique solaire (Ceppatelli 2004).

J'ai personnellement dirigé deux campagnes d'observations avec THEMIS, du 30 Juillet au 4 Août 2004 et du 12 au 24 Août 2005. Ces observations ont été faites dans le cadre plus vaste de campagnes coordonnées d'observations liant des télescopes au sol et des instruments embarqués sur satellite. J'ai ainsi été le "Principal Investigator" (PI) du Joint Observation Program (JOP) n° 157: "Bright points in ARs (magnetic topology, abundances, flare kernels)"⁹. Le JOP 157 a ainsi permis des observations conjointes et simultanées du satellite TRACE, des instruments CDS, EIT et MDI sur le satellite SoHO, du télescope solaire de l'observatoire de la montagne pourpre (Chine), de l'observatoire de Bialkow (Pologne) et de THEMIS.

Lors de mes campagnes d'observations à THEMIS, j'ai utilisé deux des trois modes d'observations disponibles sur ce télescope: les modes MTR et DPSM. Le mode MTR est un mode spectropolarimétrique multi-raies¹⁰, permettant une très bonne précision polarimétrique (meilleure que 10^{-3}). La fente d'entrée de MTR étant très fine ($\sim 1''$), l'étude d'une région active entière (d'une taille de l'ordre de $160''$) nécessite un balayage

8. THEMIS est l'acronyme de "Télescope Héliographique pour l'Etude du Magnétisme et des Instabilités de l'atmosphère Solaire"

9. Pour plus de détails: <http://sohowww.nascom.nasa.gov/soc/JOPs/>

10. jusqu'à 10 raies observables simultanément.

de la région active très long (de plusieurs heures) pour obtenir des mesures des 4 paramètres de Stokes. L'inversion des paramètres de Stokes permet d'obtenir des cartes vectorielles du champ magnétique (Eydenberg et al. 2005; Bommier et al. 2005; López Ariste et al. 2006). Malheureusement la fréquence temporelle trop faible de ce mode m'a contraint à ne l'utiliser qu'occasionnellement, pour obtenir des cartes vectorielles, utilisables lors d'extrapolations.

Afin de gagner en dynamique temporelle, j'ai donc principalement utilisé le mode DPSM. Le DPSM est un spectro-imageur à double passage substractif multi-canaux (Mein 1991). L'utilisation d'une fente d'entrée large en mode DPSM, permet des observations spectroscopiques simultanées dans un champ de vue bidimensionnel alors que les spectrographes classiques n'obtiennent qu'un champ de vu monodimensionnel. Le DPSM installé sur THEMIS permet l'observation simultanée de deux longueurs d'ondes (Mein 2002). Lors de la campagne 2005, j'ai ainsi observé dans les raies du Na I à 5896\AA et $H\alpha$. La raie photosphérique du Na I, sensible au champ magnétique, permet de mesurer l'intensité de la composante longitudinale du champ magnétique (voir par exemple Berlicki et al. 2006, pour la méthode de réduction des données). Lors de la campagne 2004, n'ayant pas pu observer en $H\alpha$ pour des raisons techniques, j'ai donc porté mon attention sur une autre raie chromosphérique, celle du Ca II à 8542\AA et sur la possible existence de marqueurs de l'émergence du champ magnétique dans cette raie.

3.3.3.2 Bombes d'Ellerman en Ca II?

Si les bombes d'Ellerman (EBs) sont bien dues à des reconnexions dans la basse chromosphère, il est probable que l'énergie libérée soit non seulement émise en $H\alpha$ mais aussi dans d'autres longueurs d'onde. Ainsi existe-t-il des contreparties aux EBs dans d'autres raies chromosphériques? En particulier une EB a-t-elle une signature dans la raie du Ca II?

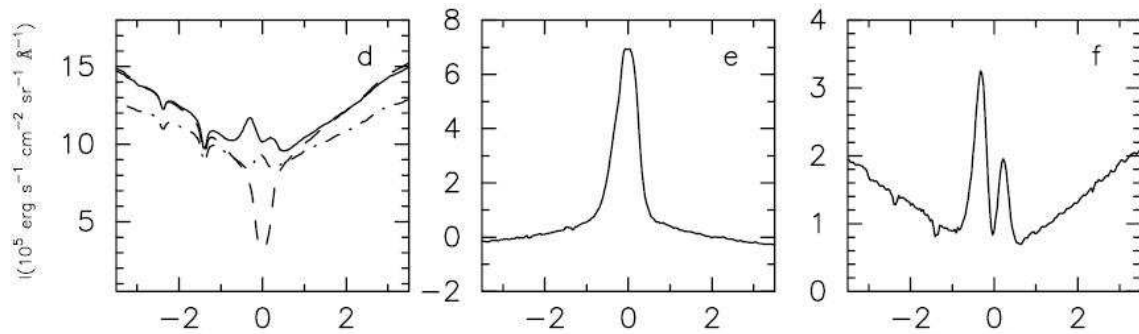


FIG. 3.19 –: *Profils spectraux caractéristiques en Ca II à 8542\AA au même point que la bombe d'Ellerman (EB) observée dans la Figure 3.4 (Fang et al. 2006).* (a) : profil observé de l'EB (trait continu), profil du soleil calme (trait - -), et profil d'une région située dans le voisinage de l'EB (trait - · -). (b) : différence entre le profil de l'EB et le soleil calme. (c) : profil en excès : différence entre le profil de l'EB et le profil moyen de la raie dans le voisinage de l'EB.

Au niveau d'une bombe d'Ellerman, le spectre en Ca II présente les mêmes caractéristiques que le profil en $H\alpha$ (Fang et al. 2006, voir Fig. 3.19). Un calcul de transfert radiatif est nécessaire pour interpréter les profils observés. Fang et al. (2006) proposent un modèle semi-empirique et interprètent les profils en Ca II par l'existence d'une

couche chromosphérique de plasma plus chaude que la photosphère (de 600 à 1300 K), compatible avec les modèles de bombes d'Ellermans. Le Ca II à 8542\AA semble ainsi être une raie permettant elle aussi d'étudier les EBs et donc l'émergence du champ magnétique. A partir des données en Ca II de la campagne 2004 d'observation, j'ai entrepris d'étudier plus en détail le lien possible entre les émissions dans les ailes de la raie du Ca II et d'autres phénomènes habituellement associés avec les EBs tels que l'émergence du flux magnétique, la présence de lignes d'inversions, ou encore les "Arch Filament System" (*c.f.* Sect. 3.1.2).

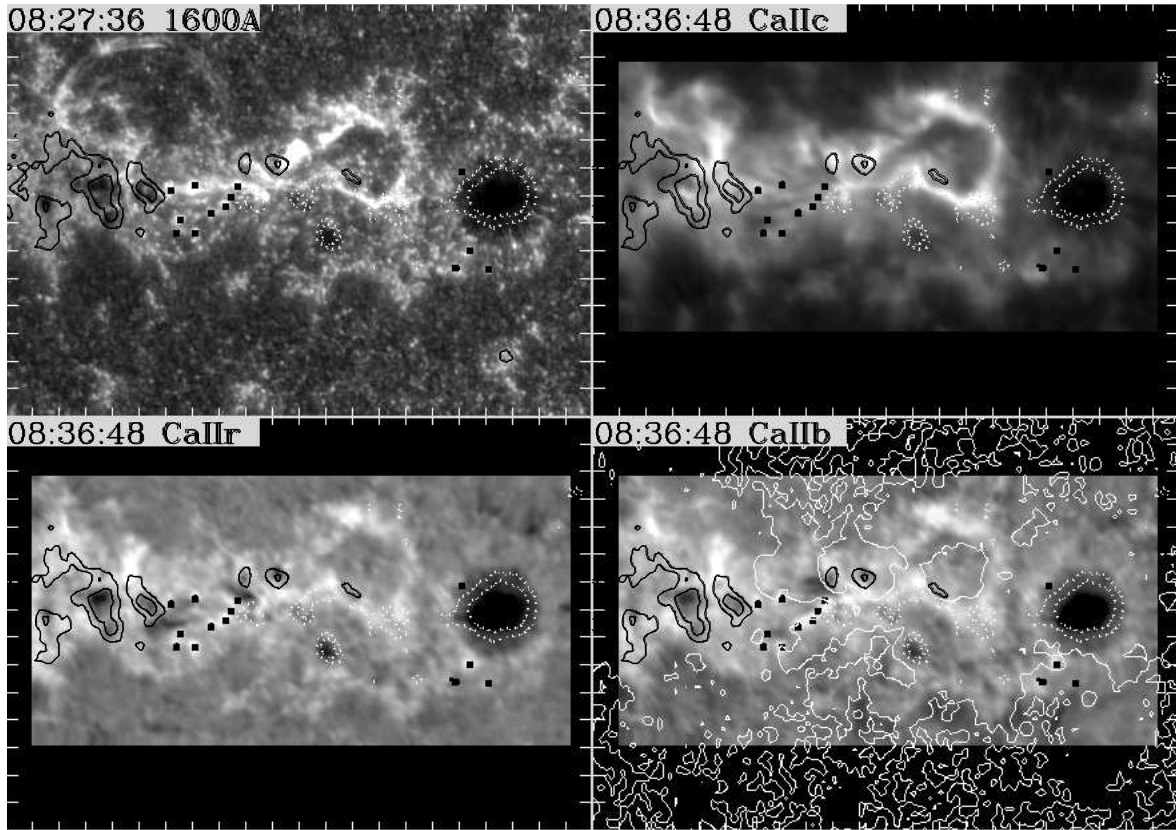


FIG. 3.20 –: Région active 10655 observée à différentes longueurs d'onde. Sur toutes les figures les isocontours sont ceux du champ magnétique (mesuré avec MDI/SoHO). Les carrés noirs localisent les candidats bombes d'Ellerman étudiés. **Gauche-haut**: observation dans le spectre continu UV à 1600\AA (TRACE). **Droite-haut**: image dans le centre de la raie du Ca II à 8542\AA (THEMIS). **Gauche-bas**: aile rouge de la raie du CaII à $+0.35\text{\AA}$ (THEMIS). **Droite-bas**: aile bleue de la raie du CaII à -0.35\AA (THEMIS). Les isocontours supplémentaires de cette figure (en gris) correspondent à la ligne neutre de la composante longitudinale du champ.

La région active 10655 est apparue sur le bord du disque solaire le 30 juillet 2004. Cette région active a connu une augmentation de son flux magnétique entre le 1^{er} et le 6 Août 2004. Cette augmentation du flux était principalement due à de l'émergence de champ magnétique au centre de la région active. Le 3 Août, la région a été à l'origine de plusieurs petites éruptions solaires dont une éruption de type B9 à 8h20 UT. Cette région active était la cible du JOP 157. A partir des observations en mode DPSM obtenues à 8h36, je me suis intéressé à des émissions spatialement localisées et observées dans les ailes de la raie du Ca II.

La présence d'une activité éruptive perturbe l'étude des ces émissions à petites

échelles. Je me suis restreint à l'étude des régions non perturbées par l'éruption. A partir des observations en Ca II, dans le centre de la raie et dans les ailes, j'ai identifié des points qui peuvent être des contreparties éventuelles d'EBs. Ces candidats sont indiqués par des carrés noirs sur la figure 3.20. Les cadrans du bas de la figure 3.20, montrent que ces points correspondent effectivement à des embrillancements locaux dans l'une et/ou l'autre des ailes de la raie du Ca II. Dans le centre de la raie, ces points ne présentent pas d'émission particulièrement intense (voir cadran haut-droit Fig. 3.20), contrairement aux zones où se déroule l'éruption (présence de deux rubans d'éruption).

L'observation simultanée de la région par TRACE, m'a aussi permis d'étudier le lien entre ces émissions dans les ailes du Ca II et les points brillants dans le continu Ultraviolet (UV) (à 1600\AA). Après coalignement des observations de THEMIS avec celles de TRACE, j'ai constaté que tous les candidats EBs étaient effectivement associés à des points brillants UV (voir Fig. 3.20, cadran haut-gauche).

D'autre part en utilisant les magnétogrammes de MDI, j'ai comparé la position des émissions en Ca II avec la position de la ligne neutre du champ longitudinal. 9 des 13 candidats sont situés juste au niveau de la ligne d'inversion (voir Fig. 3.20, cadran bas-droit). **Ceci semble confirmer que les émissions observées dans les ailes de la raie du Ca II constituent bien des contreparties d'EBs.**

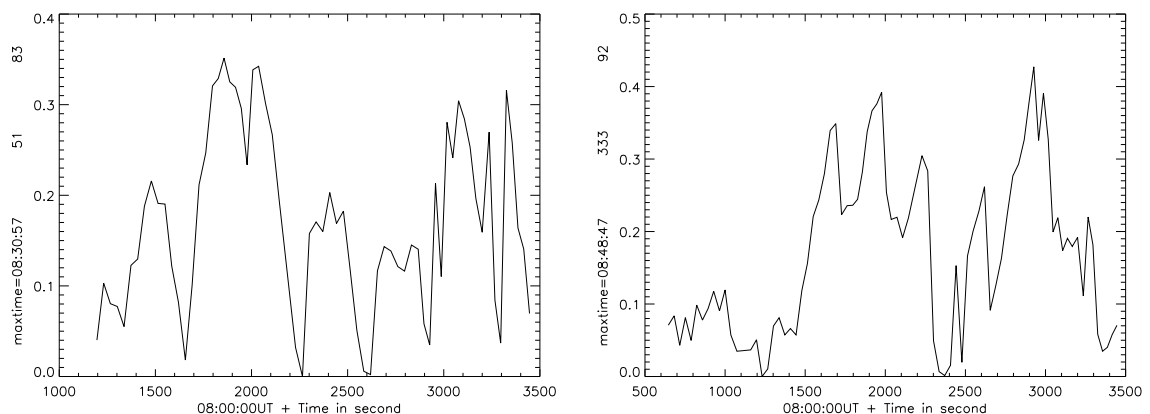


FIG. 3.21 –: Deux exemples de profil temporel de points brillants UV observée par TRACE à 1600\AA .

La fréquence temporelle de TRACE en UV étant très élevée (de l'ordre d'une image toutes les 50 secondes), j'ai également pu étudier la dynamique des points brillants associés aux émissions en Ca II. J'ai ainsi constaté que ces points brillants UV possèdent un profil temporel symétrique et que plusieurs émissions ont tendance à se succéder à la même position (Fig. 3.21). L'analyse du temps de vie des points brillants UV semble indiquer que ceux-ci ont une durée de vie légèrement plus courte que celles des EBs, de l'ordre de 7 à 10 min.

Ce travail en cours, Pariat et al. (2006a, (A.6)), doit se poursuivre par l'étude du profil du Ca II à partir des données du DPSM et par le traitement des données du champ vectoriel (obtenues par le mode MTR). Les données de la campagne 2005 sont aussi très prometteuses par leur qualité mais n'ont pas encore pu être analysées.

3.3.4 Simulations d'émergence résistive

Bien qu'il soit nécessaire d'obtenir de nouveaux éléments observationnels, des simulations numériques récentes apportent également des confirmations de l'importance des mécanismes reconnectifs lors de l'émergence. En reprenant les conditions initiales employées dans Magara (2004) (un unique tube de flux torsadé, initialement placé sous la surface; une atmosphère stratifiée; pas de traitement du transfert radiatif; pas de chauffage coronal explicite; pas de dissipation ohmique ou visqueuse; *c.f.* Sect. 2.3.3), et en étudiant plus en détail la géométrie des lignes de champ au niveau de la photosphère, Magara et al. (2005) confirmèrent l'existence de plusieurs “Bald Patches” (BPs, voir Fig. 3.22). Plusieurs lignes de champ passent par l'ensemble de ces BPs, et présentent une forme ondulée.

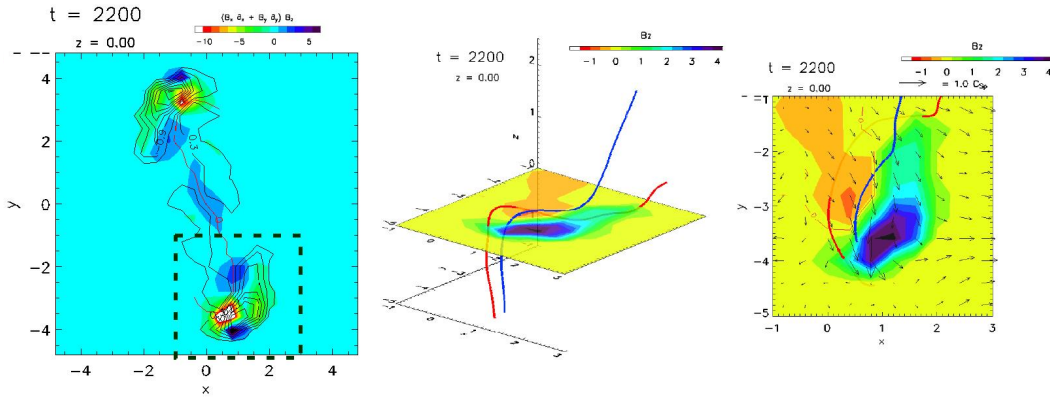


FIG. 3.22 –: *Simulation 3D d'émergence d'un tube de flux torsadé (Magara et al. 2005). Gauche:* carte donnant la valeur du rayon de courbure au niveau de la photosphère. Les zones bleues foncées correspondent à des régions de courbure positive. Les isocontours sont ceux de la composante verticale du champ magnétique. La ligne rouge centrale correspond à la ligne d'inversion. Des “Bald Patches” (BPs) sont présents lorsque la ligne d'inversion coupe une région bleue foncée, au centre de la région active et près de chacune des taches. **Centre et droite:** exemples de certains BPs et géométrie des lignes de champ (vue limitée à la région encadrée de la partie gauche). Les couleurs codent l'intensité du champ magnétique vertical.

La présence de ces BPs laisse supposer de possibles reconnections. La prise en compte des effets résistifs dans plusieurs simulations (Archontis et al. 2004, 2005; Galsgaard et al. 2005a,b; Isobe et al. 2005) a mis en évidence l'importance de ce mécanisme.

Archontis et al. (2004) ont ainsi repris les conditions initiales des simulations 3D précédentes mais en incluant les effets de la dissipation visqueuse et ohmique d'énergie. En l'absence de champ magnétique dans la couronne modélisée, ils ont retrouvé le fait que la traversée de la photosphère se traduit par un ralentissement de la montée du tube de flux et par son expansion horizontale importante (*c.f.* Sect. 2.3.3). Une partie du flux magnétique se répand ensuite verticalement, mais l'essentiel du flux reste concentré au centre du tube, juste sous la photosphère.

La même simulation mais avec du champ magnétique horizontal dans la couronne change néanmoins sensiblement le mécanisme d'émergence. Le tube de flux torsadé se reconnecte continûment avec le champ coronal préexistant (voir Fig. 3.23). Ces reconnections en 3D se déroulent tout d'abord au sommet du tube de flux émergent puis s'étendent ensuite le long de ses côtés. L'étude détaillée des mécanismes de reconnexion

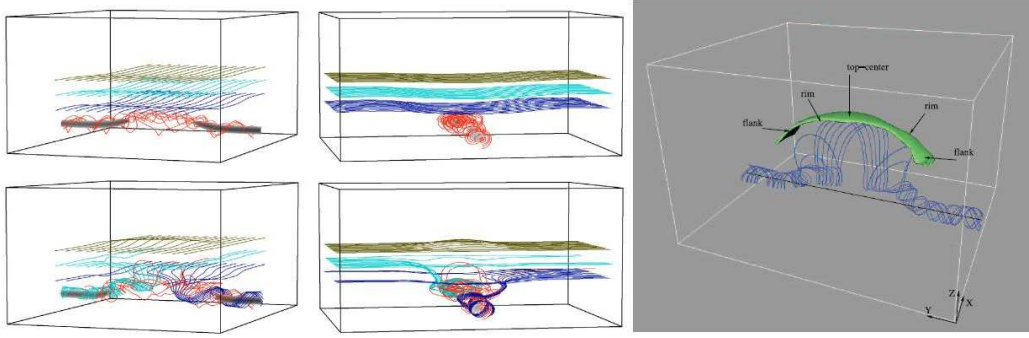


FIG. 3.23 – : *Simulations 3D d'émergence d'un tube de flux torsadé dans une atmosphère magnétisée. Gauche: évolution de la connectivité des lignes de champ du tube de flux à deux instants (haut: instant initial; bas: lors de l'émergence). Initialement le tube de flux est représenté par les lignes de champ rouges. Le champ magnétique horizontal de la couronne est représenté par les trois nappes bleue, cyan et verte. La modification de la connectivité des lignes met en évidence des reconnections magnétiques (Archontis et al. 2004). Droite: isosurface (en vert) des courants électriques au-dessus du tube émergent, représentée par quelques lignes de champ (en bleu) (Archontis et al. 2005)*

montre la formation d'une nappe intense de courant le long du tube de flux (Galsgaard et al. 2005a). C'est le mécanisme continu de reconnections qui permet au tube de flux d'émerger dans la couronne. La reconnexion apparaît ainsi comme fondamentale pour transférer le flux magnétique dans l'atmosphère solaire (Archontis et al. 2005).

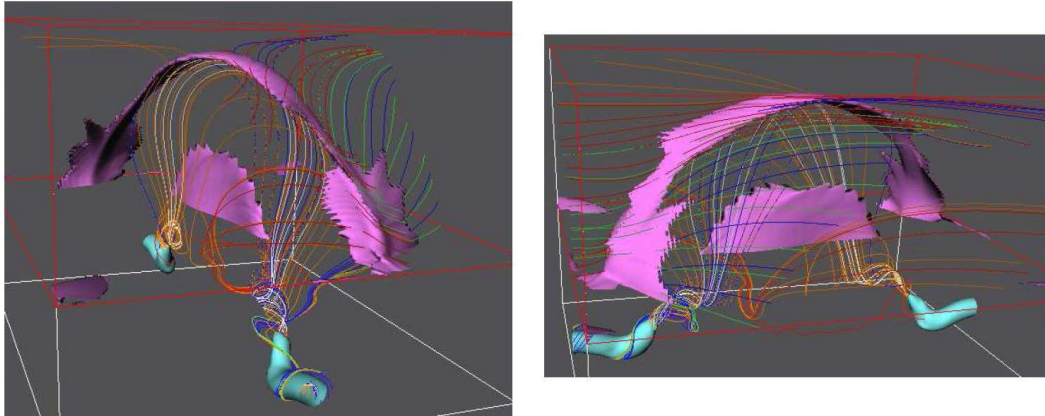


FIG. 3.24 – : *Développement de nappes de courant électrique au sommet du tube émergent et au centre du tube, au niveau des parties en U. Le courant est représenté par une isosurface d'intensité (en rose) et un ensemble de lignes de champ tracent le tube de flux (Galsgaard et al. 2005b).*

Néanmoins ces reconnections ne permettent pas nécessairement d'expliquer comment le tube de flux peut se débarrasser du plasma stocké au niveau des parties en U. Les lignes de champ du tube de flux se reconnectent petit à petit avec le champ coronal, mais le centre du tube de flux reste lui dans la zone sous-photosphérique. Des reconnections peuvent néanmoins se produire près de la photosphère. Galsgaard et al. (2005b) a ainsi identifié des nappes de courant intense à l'intérieur du tube de flux, au niveau des parties en U (voir Fig. 3.24). Ces nappes de courant sont probablement celles liées aux BPs, et ce sont elles qui peuvent ainsi permettre l'émergence complète des tubes de flux torsadés.

La formation de nappes de courant, générant de la reconnexion magnétique, a aussi été montrée dans d'autres simulations 3D d'émergence (Isobe et al. 2005; Isobe 2005). Ces simulations considèrent initialement une nappe de champ magnétique intense située dans la zone convective sur laquelle est appliquée une impulsion verticale (de même que dans Shibata et al. 1989a; Matsumoto et al. 1993). Isobe et al. (2005) ont ainsi montré que l'instabilité de Rayleigh-Taylor magnétique (voir Annexe G) se développe tout d'abord le long de l'axe du champ magnétique, amenant à l'ondulation des lignes de champ (Fig. 3.25). Mais l'instabilité de Rayleigh-Taylor magnétique se développe aussi selon un mode perpendiculaire à la direction du champ magnétique. Ceci entraîne la filamentation de la nappe magnétique : des zones de densité de plasma plus élevée sont périodiquement réparties dans la direction perpendiculaire à l'axe général du champ magnétique (Fig. 3.25). Selon Isobe et al. (2005) ceci expliquerait l'existence des “Arch-Filament Systems”, régulièrement répartis dans la région active.

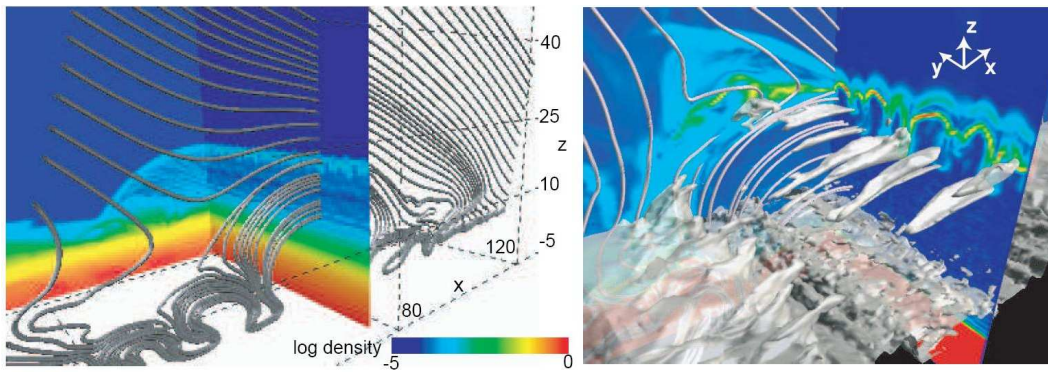


FIG. 3.25 – : *Simulation 3D d'émergence d'une couche magnétique (Isobe 2005). Gauche : ondulation des lignes de champ. Droite : développements de courant électriques (échelle de couleur sur les plans) et filamentation (les isosurfaces sont celles de la densité du plasma).*

Cette interprétation repose néanmoins sur l'hypothèse d'une large couche magnétique initialement présente sous la photosphère. Dans mes observations, la répartition des tubes de flux ondulés dans la région active¹¹, ne semble en effet pas présenter de distance caractéristique (voir Fig. 3.17 et figure 2 de Pariat et al. 2004c, (B.8), *c.f.* Annexe B) comme celle de l'instabilité de Rayleigh-Taylor magnétique. La distribution des AFS dans la direction perpendiculaire à l'axe de la région active, peut aussi être due à l'émergence conjointe de plusieurs tubes de flux discrets. Le tube de flux global ou la tresse de tubes de flux torsadés qui émerge peut se fragmenter au niveau de la région sous-photosphérique et expliquer la distribution discrète des tubes de flux dans la direction perpendiculaire à la région active (voir Sect. 2.3.1).

Quoiqu'il en soit, la simulation de Isobe et al. (2005), montre aussi la formation de nappes de courant, le long des lignes de champ ondulées. Les reconnexions sont initiées localement par l'instabilité de Parker (qui ondule les tubes de flux). Les reconnexions modifient le développement de l'instabilité car elles reconfigurent le champ magnétique et donc elles modifient son action sur le plasma. De ce fait l'instabilité de Rayleigh-Taylor magnétique et les reconnexions sont non-linéairement couplées. Il en résulte que les reconnexions sont intermittentes, non seulement spatialement mais aussi

11. basée sur l'observation de 6 tubes ondulés, ce qui est loin d'être statistiquement représentatif

temporellement (Isobe et al. 2005). Ceci explique naturellement la localisation et surtout les caractéristiques temporelles observées des points brillants UV et des bombes d'Ellerman (EBs, voir Sect. 3.1.2).

Ces simulations numériques confirment bien que **la reconnexion est un mécanisme fondamental de l'émergence du champ magnétique**. Plusieurs questions restent néanmoins en suspens. La principale question réside dans la nature et dans la géométrie du champ qui émerge. Est-ce un unique tube de flux, ou un ensemble discret de tubes de flux, liés entre eux à la façon d'une tresse? L'étude de l'injection d'hélicité magnétique peut permettre de répondre à cette question (voir Chapitre 4).

Une autre problématique est liée au détail du mécanisme de la reconnexion. Les reconnexions sont-elles continues ou sporadiques? Avant cela, quelle est l'origine des nappes de courant, non associées aux BPs, dans les simulations numériques? De plus, même si 85% des bombes d'Ellerman étudiées sont bien associées à des BPs, comment expliquer la formation des autres EBs? Un point important à remarquer, est qu'aucun point nul magnétique ne semble être présent lors de l'émergence du champ magnétique. Est-il ainsi possible de former des nappes de courant en l'absence de séparatrices?

3.4 La reconnexion au niveau des quasi-séparatrices

L'absence de séparatrices lors d'une éruption solaire avait déjà été remarquée par Démoulin et al. (1994). Priest & Démoulin (1995) ont étudié la possibilité de reconnexion avec une topologie plus générale que les séparatrices. Que se produit-il lorsque la connectivité des lignes de champ n'est plus discontinue comme pour les séparatrices (*c.f.* Sect. 3.2.1), mais présente de très fortes variations dans un petit volume?

3.4.1 Définition et propriétés d'une quasi-séparatrice

Les *Quasi-séparatrices* ("Quasi-Separatrix Layers", QSLs) sont définies comme des volumes dans lesquels des forts gradients de connectivité sont présents (Priest & Démoulin 1995; Démoulin et al. 1996a,b). En d'autres termes, le passage au travers d'une QSL entraîne un changement très rapide, bien que continu, de la connectivité des lignes de champ. La distance $|A_2 B_2|$ entre les pieds A_2 et B_2 de deux lignes de champ A et B dont les autres pieds, respectivement A_1 et B_1 sont situés au niveau d'une QSL, sera relativement grande, comparée à la distance $|A_1 B_1|$ (voir Fig. 3.26).

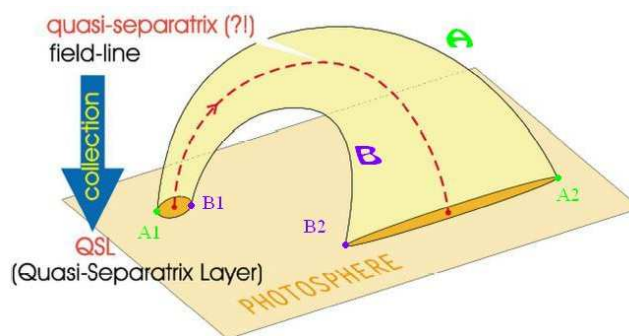


FIG. 3.26 –: Variation de la connectivité des lignes de champ au niveau d'une quasi-séparatrice (D'après Titov et al. 2002).

Plus précisément soit un volume \mathcal{V} de surface \mathcal{S} , soient \mathbf{r} et \mathbf{r}' les deux pieds ($\in \mathcal{S}$) d'une ligne de champ de coordonnées respectives (x, y) et (x', y') dans un repère¹² de \mathcal{S} . Soit f la fonction bijective réciproque de \mathcal{S} dans \mathcal{S} qui associe l'un des pieds de la ligne de champ à l'autre pied : $f : \mathbf{r} \mapsto \mathbf{r}'$. L'application à plusieurs variables $f(x, y)$ peut être représentée par un vecteur de coordonnées $[x'(x, y), y'(x, y)]$. Il est possible de définir la norme N de la matrice Jacobienne associée à l'application f comme (Démoulin et al. 1996a) :

$$N(x, y) = \sqrt{\left(\frac{\partial x'}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial x'}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial y'}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial y'}{\partial y}\right)^2} \quad (3.2)$$

N est la norme du tenseur de déplacement de (x', y') par rapport à (x, y) . Grossièrement, N donne en un point, le taux d'écartement des lignes de champ au niveau du pied opposé, rapporté à l'écartement des lignes de champ en ce point. Soit \mathbf{x}_1 la position du pied d'une ligne de champ, supposons que l'on "passe" depuis \mathbf{x}_1 à une autre position, \mathbf{x}_2 , infiniment proche, située à la distance Δx de \mathbf{x}_1 . Soit \mathbf{x}'_1 et \mathbf{x}'_2 les positions respectives des pieds associées à \mathbf{x}_1 et \mathbf{x}_2 . Alors la distance $\Delta x'$ entre \mathbf{x}'_1 et \mathbf{x}'_2 est donnée grossièrement par : $\Delta x' \simeq N(\mathbf{x}_1)\Delta x$. Les grandes valeurs de N définissent donc les régions où la connectivité photosphérique varie fortement.

Le concept de QSL, en tant que région de variation forte des lignes de champ, implique donc l'existence d'un seuil sur N . La trace des QSLs au niveau photosphérique ont ainsi été définies initialement comme les régions où $N \gg 1$ (Priest & Démoulin 1995; Démoulin et al. 1996a).

L'extension du concept de QSLs dans l'ensemble du volume pose néanmoins problème lorsqu'on conserve la définition avec N . Soit $B_{n,+}$ et $B_{n,-}$ les normes des composantes normales du champ, respectivement au niveau du pied positif \mathbf{x}_+ et négatif \mathbf{x}_- d'une même ligne de champ. Le problème est que si $B_{n,+} \neq B_{n,-}$, alors $N(\mathbf{x}_+) \neq N(\mathbf{x}_-)$. N n'est donc pas unique le long d'une même ligne de champ. Afin de résoudre ce problème, Titov et al. (2002) ont défini le facteur d'élongation-écrasement ("squashing-degree"), Q , comme :

$$Q(\mathbf{x}_+) = \frac{N^2(\mathbf{x}_+)}{B_{n,+}/B_{n,-}} = Q(\mathbf{x}_-) = \frac{N^2(\mathbf{x}_-)}{B_{n,-}/B_{n,+}} \quad (3.3)$$

Les QSLs sont les régions où $Q \gg 2$ (Titov et al. 2002). Une petite surface circulaire dans une des polarités devient une région ellipsoïdale très allongée au niveau de l'autre polarité lorsque Q est grand (Fig. 3.26). Q étant unique pour une ligne de champ donnée, le volume défini par l'ensemble des lignes de champ où $Q \gg 2$, donne l'extension volumique des QSLs (voir Fig. 3.27).

Par définition, les séparatrices (dues à des points nuls ou à des "Bald Patches", BPs) sont des cas particuliers de QSLs (correspondant à $Q \rightarrow \infty$). D'un point de vue mathématique, les QSLs ne sont pas des objets topologiques, contrairement aux séparatrices. Une QSL peut en effet disparaître par une déformation continue de la géométrie du champ magnétique. Néanmoins de tels mouvements sont hautement improbables dans la couronne solaire car ils doivent être localisés dans le volume très fin des QSLs.

12. Supposé cartésien et orthonormé ici par simplification mathématique. Les définitions de N et de Q peuvent néanmoins être étendues à n'importe quelle surface munie d'une norme appropriée.

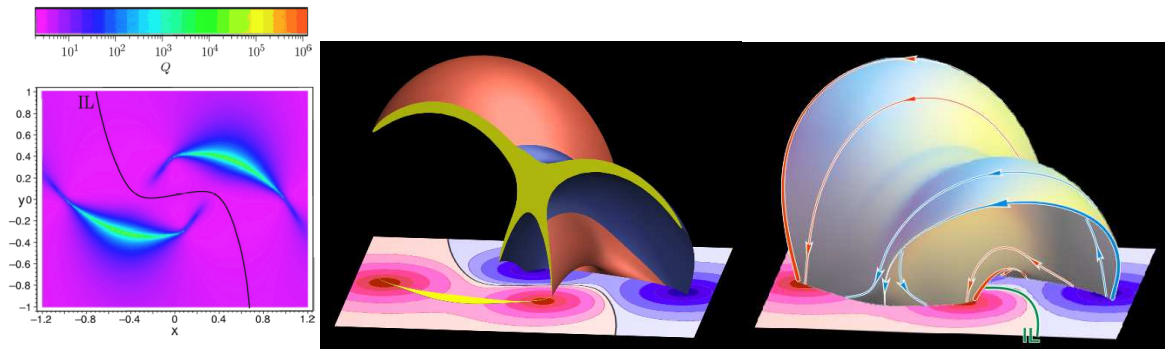


FIG. 3.27 —: Quasi-séparatrices et tube de flux hyperbolique (HFT) présents dans une configuration générée par quatre monopôles magnétiques situés sous la photosphère (Titov et al. 2002). **Gauche**: carte photosphérique de Q . **Centre et Droite**: isosurfaces de Q au-dessus de cartes de la composante verticale du champ magnétique.

Une configuration magnétique classique possédant une QSL d'épaisseur finie est celle donnée par deux dipôles magnétiques dont les axes sont suffisamment non parallèles¹³ (Démoulin et al. 1996a; Titov et al. 2002, voir Fig. 3.27). Du fait de la divergence des lignes de champ magnétique, la partie centrale des QSLs est nommée un *tube de flux hyperbolique* ("Hyperbolic Flux tube", HFT). La structure d'une QSL est robuste à des transformations de la configuration préservant le nombre de polarités magnétiques présentes; les QSLs sont dues aux propriétés à grande échelle du champ magnétique (à la connectivité globale), et non à certaines propriétés locale du champ comme dans le cas d'un point nul ou d'un BP.

Dans le cadre de la MHD idéale, de même qu'une quelconque évolution de la configuration magnétique génère une nappe de courant infiniment fine au niveau d'une séparatrice, des déplacements de la QSL devraient former des nappes de courant d'épaisseur finie (Démoulin et al. 1996a; Démoulin 2004). La principale raison est qu'un cisaillement différentiel entre deux régions éloignées génère des gradients magnétiques importants au niveau de la QSL. De plus, comme les mécanismes locaux, tels que la résistivité ou certains processus cinétiques, élargissent n'importe quelle nappe de courant à une épaisseur finie, il ne doit *a priori* pas y avoir de différence fondamentale entre une séparatrice et une QSL dont l'épaisseur est plus petite que l'échelle caractéristique des mécanismes de la microphysique (Démoulin 2005). Mais comment s'assurer de cela?

3.4.2 Résumé de mes travaux : (A.3, C.5, C.6)

Analytiquement, à moins que les QSLs possèdent des propriétés de symétrie fortes, il est très difficile de dériver la localisation et l'intensité des courants éventuellement formés. Observationnellement, l'embrillancement lors de plusieurs éruptions a pu être associé avec la position des QSLs au niveau de l'atmosphère basse (Démoulin et al. 1997; Mandrini et al. 1997; Bagalá et al. 2000; Berlicki et al. 2004; Li et al. 2005). Ces observations justifient l'hypothèse qu'une libération d'énergie intense est effectivement présente dans des régions où la connectivité change brusquement. Mais ils n'apportent aucune information quant au mécanisme de formation de la nappe de courant.

13. Si les dipôles étaient presque alignés (typiquement moins de 10°) on obtiendrait une configuration avec un point nul au dessus de la frontière photosphérique et donc des séparatrices.

Un des seuls moyens d'analyser l'évolution de configuration possédant des QSLs reste la simulation numérique. Milano et al. (1999) ont été les premiers à montrer que des courants se formaient le long de QSLs. Mais ces QSLs n'étaient pas initialement présentes dans leur configuration magnétique. Elles se sont formées à la suite des mouvements du plasma imposés à la frontière du domaine de calcul (représentant la photosphère). Galsgaard et al. (2003) entreprirent l'étude de la formation de courant au niveau de QSLs préexistantes mais la largeur de celles-ci (1/10 de la taille de la zone de simulation) n'amenèrent qu'au développement de nappes de courant peu intense. Dans ces simulations, les courants les plus intenses se développent le long des QSLs fines formées par le mouvement, de type point de stagnation, imposé à la frontière. La formation des courants intenses est donc directement reliée aux mouvements imposés (Démoulin 2005).

3.4.2.1 Formation d'une nappe de courant au niveau d'une QSL

La question de la formation de nappes de courant intense, formées au niveau de QSLs fines et dues uniquement à la configuration magnétique restait encore ouverte. Nous avons donc simulé leur éventuel développement dans diverses configurations magnétiques possédant des QSLs plus ou moins épaisses, en appliquant divers mouvements photosphériques (Aulanier et al. 2005b, (A.3)).

Le code employé est un code magnétohydrodynamique 3D décrit explicitement dans Aulanier et al. (2005a). Il est adapté au calcul de l'évolution du champ magnétique lorsque celui-ci domine le plasma : il néglige tous les effets dus à la pression ($\beta = 0$). Le plasma est supposé complètement ionisé. L'opérateur de diffusion visqueuse est adapté au maillage non uniforme. La résistivité électrique est aussi prescrite explicitement. L'équation de conservation de l'énergie interne du plasma n'est pas traitée et la densité du plasma est fixée pour diminuer le temps de calcul. Les dérivées spatiales sont traitées à l'ordre 5 et, pour les dérivées temporelles, l'algorithme employé est un prédicteur-correcteur d'ordre 2.

Hormis sur la frontière inférieure, les limites du domaine de simulation sont supposées ouvertes (les quantités étudiées peuvent entrer et sortir librement). En $z = 0$, nous faisons l'hypothèse du "line-tied" (voir Sect. 3.2.1). Ceci assure que les pieds des lignes de champ ne peuvent se déplacer qu'horizontalement, en suivant le déplacement du plasma. Ce déplacement est entièrement prescrit lors de la simulation. En d'autre terme, l'évolution du champ magnétique dans la zone de simulation ne peut pas influencer sur la dynamique de la frontière inférieure de la simulation. Physiquement cela correspond à une frontière ayant une inertie et une conductivité infinie. Cela nous permet de traduire les propriétés de la photosphère vue depuis la couronne (voir Sect. 3.2.2).

La configuration magnétique initiale est le champ potentiel créé par quatre monopoles magnétiques situés sous la photosphère, distribués de sorte que le flux magnétique soit équilibré. Deux polarités magnétiques de signes opposés forment un premier "dipôle" et sont situées selon l'axe y . Le deuxième "dipôle", de moment magnétique plus faible, forme un angle Φ avec le premier dipôle. J'ai étudié les configurations données par $\Phi = 150^\circ$ et $\Phi = 120^\circ$. Dans ces deux configurations des QSLs fines sont présentes mais aucune séparatrice (pas de point nul ni de BPs). La forme des QSLs photosphériques et du tube de flux hyperbolique est comparable à celle de la figure 3.27. Le cas où Φ vaut 150° est celui qui se rapproche le plus de la configuration donnant des sé-

paratrices. Dans cette configuration le facteur d'élongation-écrasement, Q , atteint des valeurs extrêmement élevées, de l'ordre de 8×10^8 . Même dans le cas où $\Phi = 120^\circ$, le maximum de Q est de l'ordre de 4×10^3 . La condition $Q \gg 2$ est donc très largement satisfaite. En définissant l'épaisseur des QSLs au niveau photosphérique comme la largeur à mi-hauteur prise du pic de Q , nous trouvons initialement (avec le champ potentiel) des épaisseurs de 6×10^{-6} et 4×10^{-3} respectivement pour $\Phi = 150^\circ$ et $\Phi = 120^\circ$. Ces épaisseurs sont à comparer à la taille de la plus petite cellule de la simulation, qui est de 1.5×10^{-3} et à la distance entre les polarités les plus éloignées qui est de 1 (utilisée pour la normalisation des distances). Les QSLs sont donc bien ici des volumes extrêmement fins comparés à la région de simulation.

Afin d'étudier la formation de couches de courant, nous avons prescrit deux types de mouvement au niveau de la limite inférieure, pour chacune des configurations potentielles initiales : une translation d'une des polarités du dipôle central d'une part et une rotation de cette polarité d'autre part. La vitesse maximum appliquée est de l'ordre d'un centième de la vitesse d'Alfvén. L'évolution du système se fait ainsi de façon relativement lente, comme une succession d'états quasi-statiques. Hormis dans les régions concernées par les mouvements imposés du plasma, la forme générale des QSLs ne se modifie que très peu lors de l'évolution du système.

Notre principal résultat est que quelle que soit la configuration initiale et quel que soit le mouvement appliqué, des nappes de courant intense se forment spontanément le long des QSLs (Aulanier et al. 2005b, (A.3)). Les nappes les plus intenses se forment au coeur du HFT, là où Q est le plus grand. L'évolution des nappes de courant montre que celles-ci s'amincissent au cours du temps, jusqu'à atteindre l'échelle de la maille de la simulation¹⁴. Les nappes les plus fines se développent préférentiellement au coeur du HFT (l'équivalent du séparateur).

Un point important à noter est que les nappes de courant les plus intenses sont obtenues pour $\Phi = 120^\circ$, donc dans la configuration où les QSLs sont initialement plus épaisses. En effet, les nappes étant plus épaisses, le temps nécessaire pour que leur épaisseur atteigne l'échelle de la maille est plus grand, et donc plus de courants peuvent s'accumuler dans la nappe. Ceci apporte donc une solution naturelle aux problèmes des modèles d'éruptions basés sur l'accumulation de courant au niveau de séparatrices (Somov 1992, et références à l'intérieur). En effet avec des séparatrices, en MHD idéale, les nappes de courant formées sont infiniment minces (Aly 1990; Lau 1993). En MHD résistive, l'épaisseur de la nappe de courant sera limitée par l'échelle résistive. La reconnexion a donc lieu immédiatement, ce qui est problématique (Low & Wolfson 1988). Le courant et l'énergie libre ne peuvent donc *a priori* pas s'accumuler ni être stockés pour être libérés de façon impulsive par la suite, comme observé lors des éruptions solaires (*c.f.* Sect. 2.1.2.4).

Dans une configuration qui contient des QSLs initialement épaisses, une évolution relativement longue est nécessaire avant que l'épaisseur de la nappe de courant atteigne l'échelle dissipative. Si la libération d'énergie n'est pas le résultat d'une instabilité globale, plus la QSL est initialement fine, plus le temps nécessaire pour atteindre l'échelle dissipative est faible et donc moins d'énergie peut être stockée. Nous en concluons que **les éruptions solaires les plus énergétiques doivent se développer au niveau**

14. À cet instant la simulation doit être interrompue : une instabilité numérique se développe et le calcul ne peut se poursuivre.

de configurations magnétiques possédant initialement des QSLs épaisses.

Les configurations contenant des séparatrices doivent plutôt amener à des événements d'intensité plus faible, tel que les bombes d'Ellerman (EBs) qui sont dues à de la reconnexion le long de séparatrices associées à des "Bald Patches" (BPs, voir Sect. 3.3.2). Les QSLs permettent aussi d'expliquer comment peuvent se former certaines autres EBs, non associées à des BPs, comme le suggère Georgoulis et al. (2002) (voir Fig. 3.7). Enfin, des QSLs sont vraisemblablement présentes dans les simulations numériques d'émergence d'un tube de flux dans une atmosphère magnétisée (Archontis et al. 2004, 2005; Galsgaard et al. 2005a; Isobe et al. 2005, voir Sect. 3.3.4). Le cas le plus évident est l'interface entre le champ émergent et le champ déjà présent; la connectivité des lignes change brutalement et on a donc initialement une séparatrice. Il en résulte naturellement la formation de nappes de courants. La complexité du champ émergent après le développement de l'instabilité de Parker, implique sûrement la présence d'autres séparatrices/QSLs, qu'il reste à analyser.

3.4.2.2 Article (A.3): Current sheet formation in quasi-separatrix layers and hyperbolic flux tubes

Current sheet formation in quasi-separatrix layers and hyperbolic flux tubes

G. Aulanier, E. Pariat, and P. Démoulin

Observatoire de Paris, LESIA, 92195 Meudon Cedex, France
e-mail: guillaume.aulanier@obspm.fr

Received 9 June 2005 / Accepted 26 July 2005

ABSTRACT

In 3D magnetic field configurations, quasi-separatrix layers (QSLs) are defined as volumes in which field lines locally display strong gradients of connectivity. Considering QSLs both as the preferential locations for current sheet development and magnetic reconnection, in general, and as a natural model for solar flares and coronal heating, in particular, has been strongly debated issues over the past decade. In this paper, we perform zero- β resistive MHD simulations of the development of electric currents in smooth magnetic configurations which are, strictly speaking, bipolar though they are formed by four flux concentrations, and whose potential fields contain QSLs. The configurations are driven by smooth and large-scale sub-Alfvénic footpoint motions. Extended electric currents form naturally in the configurations, which evolve through a sequence of quasi non-linear force-free equilibria. Narrow current layers also develop. They spontaneously form at small scales all around the QSLs, whatever the footpoint motions are. For long enough motions, the strongest currents develop where the QSLs are the thinnest, namely at the Hyperbolic Flux Tube (HFT), which generalizes the concept of separator. These currents progressively take the shape of an elongated sheet, whose formation is associated with a gradual steepening of the magnetic field gradients over tens of Alfvén times, due to the different motions applied to the field lines which pass on each side of the HFT. Our model then self-consistently accounts for the long-duration energy storage prior to a flare, followed by a switch-on of reconnection when the currents reach the dissipative scale at the HFT. In configurations whose potential fields contain broader QSLs, when the magnetic field gradients reach the dissipative scale, the currents at the HFT reach higher magnitudes. This implies that major solar flares which are not related to an early large-scale ideal instability, must occur in regions whose corresponding potential fields have broader QSLs. Our results lead us to conjecture that physically, current layers must always form on the scale of the QSLs. This implies that electric currents around QSLs may be gradually amplified in time only if the QSLs are broader than the dissipative length-scale. We also discuss the potential role of QSLs in coronal heating in bipolar configurations made of a continuous distribution of flux concentrations.

Key words. magnetohydrodynamics (MHD) – methods: numerical – Sun: magnetic fields – Sun: flares

1. Introduction

The energy needed to power solar flares and to sustain coronal heating is thought to come from the coronal magnetic field, since its energy dominates over all other forms of stored energy. However, the coronal plasma, like most natural magnetized plasmas, has typical Lundquist numbers far larger than unity. So the resistive term in the induction equation can become large enough only if small-scale magnetic field gradients (i.e. narrow current layers) are created. Regions in which either the magnetic field, or the velocity field, or the Alfvén speed initially have small scale gradients can naturally result in such current layers. However, those are not necessarily typical of the solar corona, and other situations can also exist. Magnetic configurations with a complex topology, i.e. with separatrixes, are the most obvious configurations where current sheets can form, when no steep gradient is initially present in the system. Separatrixes are magnetic surfaces where the magnetic field line linkage is discontinuous. A particularly important location

for current-sheet formation, then for reconnection in a classical view, is the intersection of two separatrixes, which is a null point (a point where the magnetic field vanishes) or a separator. In most cases, a separator is a singular field line joining two null points. More generally, current sheets are thought to form along the separatrixes when arbitrary footpoint motions are imposed at a line-tied boundary at the separatrixes (e.g. Aly 1990; Low & Wolfson 1988; Lau 1993).

The initial studies of the topology in 3D magnetic configurations have been realized by defining a magnetic field created by discrete sub-photospheric sources (Baum & Bratenahl 1980). Hénoux & Somov (1987) proposed that reconnection along the separator can interrupt currents flowing there, thus permitting to release the energy stored in these currents. Gorbachev & Somov (1988) further applied the theory to an observed solar flare and showed that field lines passing close to the separator connect to observed chromospheric bright ribbons. Furthermore, numerous analyses of flares have shown that H α and UV flare brightenings are typically located

along the intersection of separatrices with the chromosphere: they are connected by field lines which are expected to have formed through magnetic reconnection in the given configuration (e.g. Mandrini et al. 1991, 1995; Démoulin et al. 1994b; van Driel-Gesztelyi et al. 1994).

The description of the magnetic field with sub-photospheric sources, as well as its related topological analysis irrespective of the location of the line-tied photosphere, is only an approximation to describe the organization of the magnetic field in flux tubes: it implicitly assumes that the origin of a flare is rooted below the line-tied boundary, where the magnetic configuration has no reason to be that of what is prescribed by the sources. Assuming that all the sources are located in the line-tied plane permits this difficulty to be bypassed. However it also leads to some undesirable effects which may not be relevant of the solar photosphere, especially within active regions: wide areas in this plane have purely tangential magnetic fields, except in the vicinity of the sources and of null points located at the boundary. Also, these boundary nulls fully constrain the topology above, which may be considered to be at least restrictive, if not artificial. Finally, the very definition of point charges prevents modeling twisting motions. This approach is nevertheless very interesting, since it allows to use powerful mathematical (analytical) tools, which permit many aspects of the complex problem to be explored without the need of heavy numerical simulations (e.g. Longcope & Klapper 2002; Priest et al. 2005).

The above results have demonstrated that the location of energy release in solar flares is defined by the magnetic topology and that the physical mechanism is magnetic reconnection. However, it has been shown that the energy release did not involve all of the separatrix; e.g. $H\alpha$ flare brightenings were always present only on a restricted part of the chromospheric footprint of the computed separatrices. Moreover, for some observed events, a coronal magnetic null related to the flare was not always present in the configurations associated with the observed photospheric magnetic field (Démoulin et al. 1994a). Another well-known possibility getting separatrices is when field lines are tangent to the photospheric boundary (called “bald patches”, Titov et al. 1993). But just as with coronal nulls, bald patches have been found only in a small fraction of observed events (e.g. Aulanier et al. 1998). In fact, in many flaring configurations, the computed separatrices were only associated with the magnetic nulls being also located below the photosphere (located between the assumed sub-photospheric sources). These studies teach us that coronal magnetic reconnection must occur in a broader variety of magnetic configurations than traditionally thought, as derived from studies of 2D configurations. It is also worth noticing that the separatrices of a magnetic configurations invariant by translation along one direction disappear in most cases when the configuration is fully extended to 3D (Schindler et al. 1988). This structural instability of separatrices point also to the need of a broader concept.

In order to address these difficulties, Démoulin et al. (1996a,b) proposed that “quasi-separatrix layers” (QSLs) generalize the definition of separatrices to cases where there is no coronal magnetic null. QSLs are regions where there is a drastic change in field line linkage, while the linkage is truly

discontinuous at separatrices. For each observed flare studied with this approach, the brightenings were always found along, or just nearby, the intersection of QSLs with the chromosphere (Démoulin et al. 1997; Mandrini et al. 1997; Bagalá et al. 2000, and references therein). These results demonstrate that flares are coronal events, where the release of free magnetic energy is due to the presence of regions where the magnetic field line linkage changes drastically, and not necessarily discontinuously.

Physically, the magnetic energy available for flaring must be associated with non-potential magnetic fields, so in the presence of extended and/or narrow electric current distributions. Indeed, when photospheric vector magnetic field measurements were available in the studies quoted above, two photospheric current concentrations of opposite sign were always found in the close vicinity of the computed QSLs, both linked by modeled coronal field lines (Démoulin et al. 1997, and references therein). Theoretically, the formation of a strong current layer in any QSL is expected with almost any kind of boundary motion which crosses a QSL, as conjectured analytically by Démoulin et al. (1996a). The main reason is that the magnetic stress of very distant regions can be brought close to one another, typically over the QSL thickness. Unfortunately, analytical arguments for current layer formation in QSLs cannot go too far in configurations without symmetry: the derivation of the currents is both a non-linear and a non-local problem requiring in particular integration over field lines. So Titov et al. (2003) considered a straightened magnetic configuration between two plates, with a Hyperbolic Flux tube (or HFT) at the center of QSLs. They calculated analytically that currents form and increase exponentially with time in a HFT, only when the boundary shearing motions create a stagnation point in the middle of the configuration.

MHD numerical simulations are required to analyze the evolution of general magnetic configurations having QSLs. A numerical difficulty is that the currents are expected to form on the scale of the QSLs, a scale that can be many orders of magnitude lower than the scale of the whole studied magnetic configuration. The simulation of Milano et al. (1999) was the first to show that currents did form along QSLs. But the latter were not present in the initial uniform field configuration. They were dynamically formed by the prescribed boundary motions, which consisted of two vortices with a stagnation point in between. The numerical simulation of Galsgaard et al. (2003) was aimed at addressing the problem of pre-existing QSLs. Unfortunately, it considered very broad initial QSLs, with a thickness of about one tenth of the numerical domain, so that only weak currents formed there. The selected boundary motions produced a stagnation point inside the domain, which resulted in the formation of a strong current sheet, as predicted analytically by Titov et al. (2003). However, Démoulin (2005) extensively explained that these strong currents were not associated with the initial broad QSLs, but rather with a new set of much thinner QSLs that dynamically formed thanks both to the stagnation point and to the large-scale boundary displacements. It is then unclear how the results of Milano et al. (1999) and of Galsgaard et al. (2003) can be generalized to magnetic configurations which initially possess narrow QSLs.

In order to really address this issue, the one conjectured in previous studies of observed solar flares, in this paper we instead perform MHD simulations of the slow current build-up associated with pre-existing narrow QSLs. In Sect. 2, we consider and analyze the properties of two potential magnetic configurations that have large differences in QSL thickness. In Sect. 3, we describe the numerical method which we used to evolve both configurations with two different forms of line-tied motions. In Sect. 4, we discuss our results in terms of the formation conditions of narrow current layers within QSLs, in general, and at the HFT, in particular, as a function of the boundary flow. The results are summarized and discussed in the frame of solar flare and coronal heating modeling in Sect. 5. Numerical and physical issues on the width of current sheets are discussed in Appendix A.

2. Definition and topology of the magnetic configurations

2.1. Initial magnetic configurations

We considered a 3D Cartesian domain $x \in [-0.65, 0.65]$, $y \in [-0.41, 0.41]$, $z \in [0, 0.65]$, where z is altitude. $z = 0$ is considered as the photospheric plane, which is treated as a line-tied boundary in which kinematic motions were prescribed in the MHD simulations. In this domain, we calculated two potential magnetic field configurations ($\Delta \mathbf{b} = 0$) made up of four polarities: P1 (resp. N1) is the positive (resp. negative) polarity of an outer bipole, and P2 (resp. N2) is the positive (resp. negative) polarity of an inner bipole which contains less magnetic flux than the outer one, but which has stronger magnetic field concentrations.

Each of the four polarities results from point-sources located at various depths beneath the photosphere. Throughout this paper, both configurations are labeled by $\Phi = 120^\circ$ and 150° , which are the angle between the axes of both bipoles when the field is potential at $t = 0$. The magnetic field \mathbf{b} of these configurations is given by:

$$\begin{aligned} b_x(x, y, z) &= \sum_{i=1}^4 F_i (x - x_i) r_i^{-3}, \\ b_y(x, y, z) &= \sum_{i=1}^4 F_i (y - y_i) r_i^{-3}, \\ b_z(x, y, z) &= \sum_{i=1}^4 F_i (z - z_i) r_i^{-3}, \\ r_i &= \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}. \end{aligned} \quad (1)$$

The values of the free parameters for each polarity (x_i, y_i, z_i, F_i) are given in Table 1. Typical field lines for both configurations are shown in the upper row of Figs. 1 and 2. Note that the point sources are used only to define the initial magnetic field. Later, only the magnetic field for $z \geq 0$ is considered (Sect. 3).

The chosen settings imply that there is neither a magnetic null point in $z \geq 0$ nor field lines tangential to the photospheric boundary at $z = 0$, so there are no separatrices in the domain. Topologically speaking, the configurations are bipolar, equivalent to an arcade, even though they display four contrasted magnetic field concentrations. The following numbers permit to estimate the degree of contrast at $z = 0$ for $\Phi = 120^\circ$ and 150° : $b_z^{\max}(\text{inP2}) \simeq 35$, $b_z^{\max}(\text{inP1}) \simeq 25$, and $b^{\min} \simeq 3$.

Table 1. Parameters of the magnetic configurations.

Polarity	Parameter	$\Phi = 120^\circ$	$\Phi = 150^\circ$
P1	x_1	0.5	0.5
	y_1	0	0
	z_1	-0.2	-0.2
	F_1	1	1
N1	x_2	-0.5	-0.5
	y_2	0	0
	z_2	-0.2	-0.2
	F_2	-1	-1
P2	x_3	-0.05	-0.0866
	y_3	0.0866	0.05
	z_3	-0.1	-0.1
	F_3	0.4	0.4
N2	x_4	0.05	0.0866
	y_4	-0.0866	-0.05
	z_4	-0.1	-0.1
	F_4	-0.4	-0.4

2.2. Definition of quasi-separatrix layers

QSLs are defined as regions where there is a drastic change in field-line linkage (Démoulin et al. 1996a,b). More precisely, let us consider the mapping from one photospheric polarity to the opposite one: $\mathbf{r}_+(x_+, y_+) \mapsto \mathbf{r}_-(x_-, y_-)$ and the reversed one $\mathbf{r}_-(x_-, y_-) \mapsto \mathbf{r}_+(x_+, y_+)$. These mappings can be represented by some vector functions $[X_-(x_+, y_+), Y_-(x_+, y_+)]$ and $[X_+(x_-, y_-), Y_+(x_-, y_-)]$, respectively. The norms $N(\mathbf{r}_+)$ and $N(\mathbf{r}_-)$ of the respective Jacobian matrices in Cartesian coordinates are:

$$\begin{aligned} N_{\pm} &\equiv N(x_{\pm}, y_{\pm}) \\ &= \sqrt{\left(\frac{\partial X_{\mp}}{\partial x_{\pm}}\right)^2 + \left(\frac{\partial X_{\mp}}{\partial y_{\pm}}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y_{\mp}}{\partial x_{\pm}}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y_{\mp}}{\partial y_{\pm}}\right)^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

A QSL was first defined by the condition $N(x_{\pm}, y_{\pm}) \gg 1$ in both photospheric polarities (Démoulin et al. 1996b).

Let us now consider a field line linking photospheric locations (x_+, y_+) and (x_-, y_-) , which both have different normal field components b_{z+} and b_{z-} . In this case, a difficulty with the definition of QSLs by Eq. (2) is that $N(x_+, y_+) \neq N(x_-, y_-)$ if $b_{z+} \neq b_{z-}$, so QSLs do not fulfill a unique condition, in general, when defined by Eq. (2). Recently, Titov et al. (2002) defined another characteristic function for QSLs which is independent of the mapping direction: the squashing degree Q . It is calculated as follows:

$$Q_+ = \frac{N_+^2}{|b_{z+}/b_{z-}^*|} \equiv Q_-^* = \frac{N_-^{*2}}{|b_{z-}^*/b_{z+}|} \equiv Q, \quad (3)$$

where asterisking the functions indicates that their arguments x_- and y_- are substituted in $X_-(x_+, y_+)$ and $Y_-(x_+, y_+)$, respectively. With this new prescription, a QSL is defined by $Q \gg 2$, the value $Q = 2$ being the lowest value possible

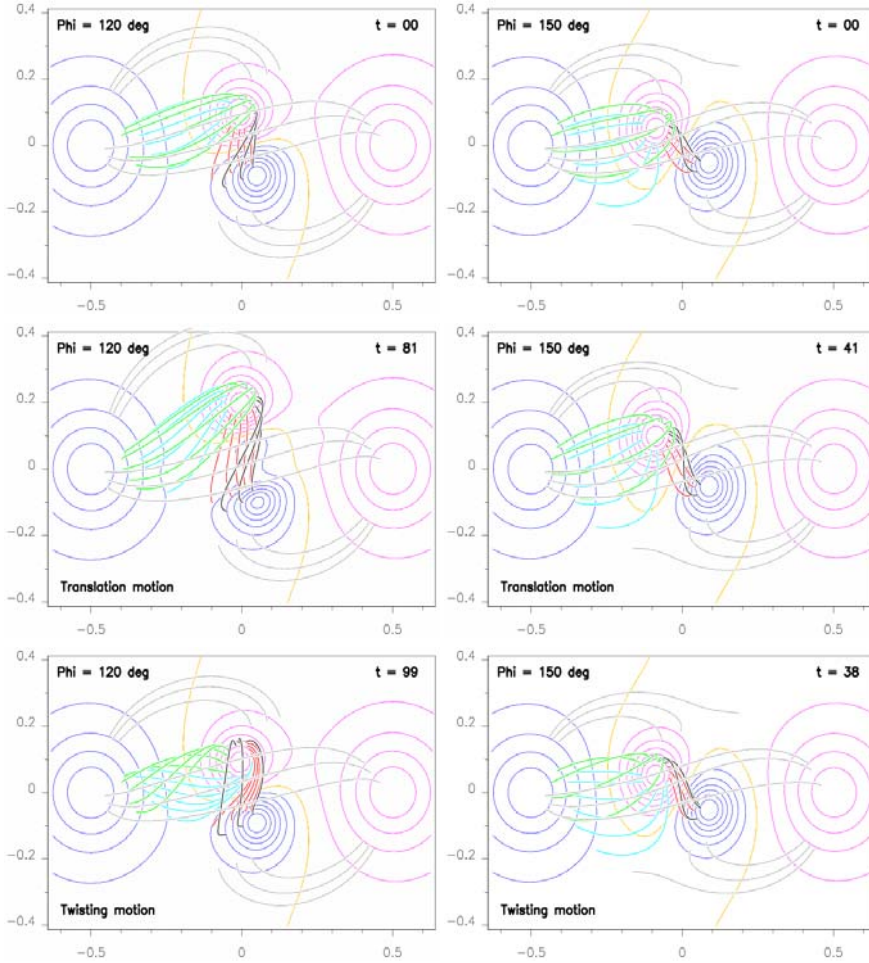


Fig. 1. Top views of the magnetic configurations for two orientations of the central bipole with respect to the large one ($\Phi = 120^\circ$ and 150°): potential field (*top row*) and configurations resulting from the translational (*middle row*) and twisting (*bottom row*) motions applied at $z = 0$ (see Fig. 5). The horizontal (resp. vertical) axis corresponds to the x (resp. y) coordinate. Pink (resp. blue) contours show positive (resp. negative) values of $b_z(z = 0) = \pm 5, 10, 15, 20, 25, 30$. The inversion line $b_z(z = 0) = 0$ is plotted in yellow. The other lines are magnetic field lines. In each panel, they are plotted starting from the same positions at $z = 0$ in the negative polarities, so these lines are comparable from one panel to another since their fixed footpoint is not displaced by the flows (see Fig. 5). The time unit corresponds to the transit time of an Alfvén wave on a distance of 0.2 at the initial homogeneous Alfvén speed.

(Titov et al. 2002). By definition, Q is uniquely defined along a field line by:

$$(\mathbf{b} \cdot \nabla)Q = 0. \quad (4)$$

The physical meaning of this apparently complex definition can, in fact, be simply explained as follows. Let us consider an elementary flux tube rooted in an infinitesimal circular region in one polarity. Q simply measures the aspect ratio of the distorted ellipse defined by the footpoint mapping of this flux tube in the other polarity. In other words, Q measures how much the initial elementary region is squashed by the field-line mapping.

Other quantities which define the mapping properties of QSLs do exist, one of them being the ratio $|b_{z+}/b_{z-}|$. Their full description and meaning are analyzed in Titov et al. (2002). In this paper, we only use Q , since it is sufficient to localize the QSLs and to define their thickness. A global view of QSL properties and their application to coronal physics is presented in Démoulin (2005) and Titov (2005).

2.3. Numerical calculation of quasi-separatrix layers

3D magnetic configurations, where the maximal value of Q is large, are challenging for numerical computation of the associated QSLs, because their related widths are often orders of magnitudes below the spatial resolution of any numerical mesh. For local quantities such as the magnetic field, computing

gradients below the mesh size has no meaning. But this is not true for N and Q , because their values are dominantly determined by the large-scale properties of the magnetic configuration. This was thoroughly explained in Démoulin et al. (1996a, 1997), where the effect of spatial discretization defining the analytical magnetic fields was tested. There it was demonstrated that calculating QSLs below the scale of the discretization is relevant and reliable as long as the large scale-lengths of the magnetic field are well resolved.

In order to accurately compute N (or Q) in a plane (e.g. $z = 0$), one needs to determine a 2D grid (e.g. in x, y) which is locally adapted to the QSL width. The latter must then be different than the grid used later in the MHD simulations. One must also be able to compute the connectivities with high precision. In the case of a uniform grid, with a mesh interval δ small enough to resolve all the connectivity gradients, the computation of N is only limited both by the numerical precision of the field line integration and by the numerical derivatives in Eq. (2). With the best integration algorithms, the position $\mathbf{r}_{i,j}$ of the second footpoint of the field line passing by the grid point of index (i, j) can be known with relative precision of 10^{-11} . This permits us to calculate the field line connectivities very accurately. Since local small-scales of the magnetic field have a low effect on the QSLs, the magnetic field in between the mesh points is computed simply by a linear interpolation of the nearest points values. Then from Eq. (2), the computed value $N_{i,j}$

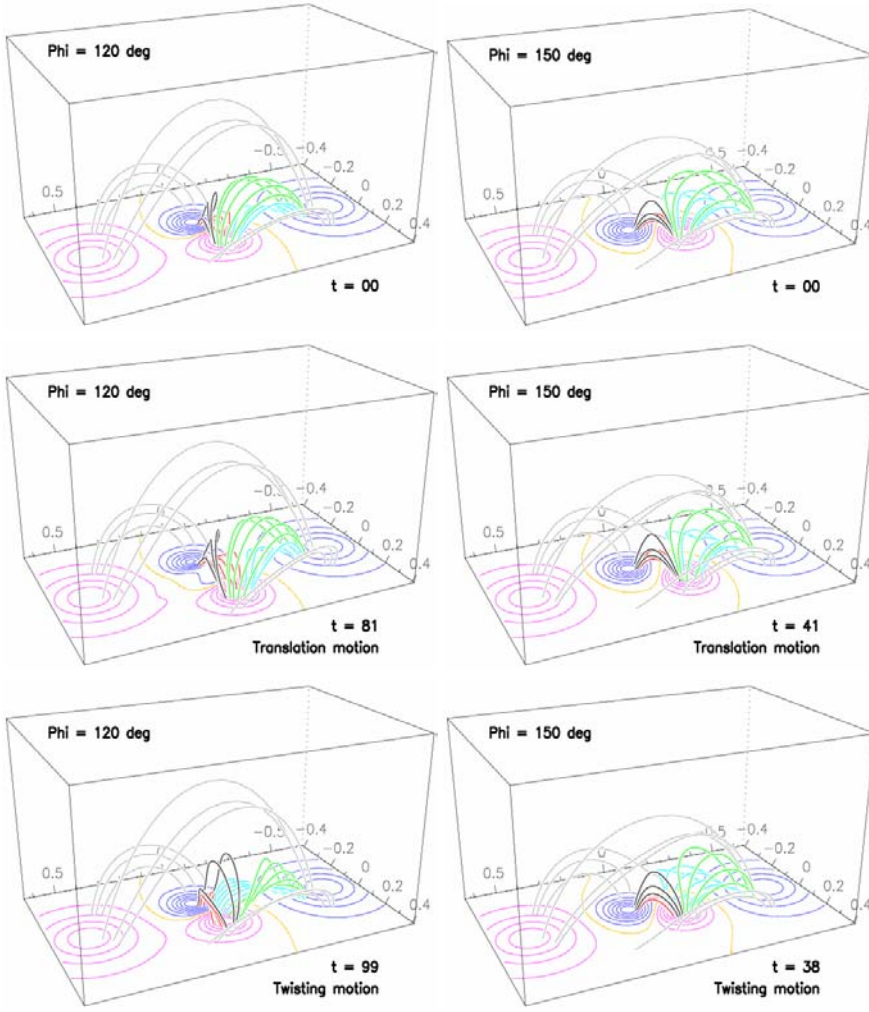


Fig. 2. Same as Fig. 1, but projection views in the full numerical domain are shown. The viewing angle is rotated approximately 180° around the z axis relative to Fig. 1.

of N at the grid point (i, j) is given by the knowledge of the field line connectivity of the four surrounding points on the grid:

$$N_{i,j} = \frac{\sqrt{(\mathbf{r}_{i+1,j} - \mathbf{r}_{i-1,j})^2 + (\mathbf{r}_{i,j+1} - \mathbf{r}_{i,j-1})^2}}{2\delta}. \quad (5)$$

$Q_{i,j}$ is then derived from $N_{i,j}$ using Eq. (3).

In practice and in order to save computational time, we never use a uniform grid. Q is first computed on a coarse grid, whose resolution progressively improves adaptively in a multi-step procedure. In a first step, Q is calculated everywhere, but only those regions where Q is the highest are kept. In these regions, the spatial resolution is doubled. In a second step, Q is re-computed in the previously selected points, as well as in the new four neighboring point of the improved grid. This procedure is repeated until the number of points where Q is computed reaches some previously fixed value. In the present paper, this number of point was 3500, which corresponds to a spatial resolution of $\sim 3 \times 10^{-3}$, twice larger than the smallest cell which is considered in the MHD simulations (see Sect. 3.1).

With such grid resolution, however, Q is still approximately computed where the gradients of connectivity are strong, i.e. where the QSL are the thinnest. For the refined calculation of Q in 2D, we consider a local square around each saved position of the latter grid. In a second multi-step procedure,

Q is then successively re-computed in the central point of each square, as the resolution progressively increases by a factor two at each step. The recurrence is stopped when the values of Q computed at two consecutive steps converge, i.e. when their ratio exceeds a fixed value (which we choose to be equal to 0.9 in this paper). At that stage, Q is calculated well at the 3500 selected points. Note that in separatrices, this second iteration never converges since Q tends to infinity.

The results of these two iterative procedures were used to generate all Q maps at $z = 0$ shown in this paper and to calculate the corresponding Q^{\max} . Figure 3 shows such maps for the potential magnetic field configurations defined in Sect. 2.1. The shape of the QSLs and their significance are discussed below in Sect. 2.4.

We define the QSL width as the full width at half maximum of the Q profile. In order to calculate the latter, we recompute Q along several 1D segments that cross the QSL at various angles, in the plane $z = 0$. The 2D Q maps are used to choose the position of these segments. Q can there be computed using various spatial resolutions δ' . The true QSL width along a given direction is reached when δ' is small enough to ensure that any further refinement does not change the Q profile. The minimum full width at half maximum of the Q profiles along each of the segments finally results in the QSL width.

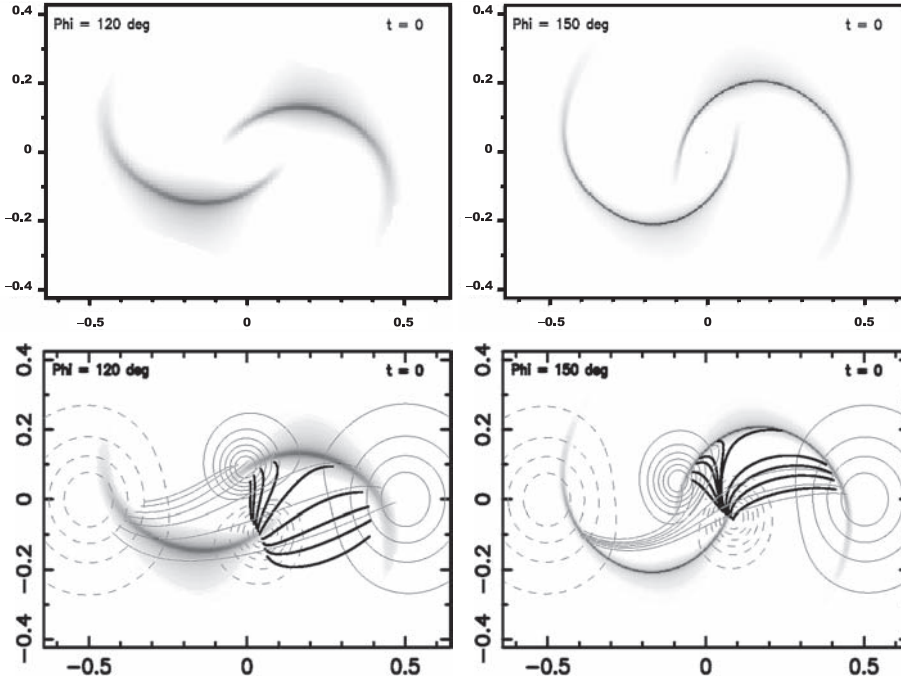


Fig. 3. Top views of the quasi-separatrix layers (QSLs) for the potential field configurations for $\Phi = 120^\circ$ and 150° . The greyscale images show the distribution of the squashing degree Q (Eq. (3)) at $z = 0$ in logarithmic scale. For $\Phi = 120^\circ$ (resp. 150°), white corresponds to $Q = 5$ (resp. 6) and black to $Q = 1.3 \times 10^5$ (resp. 10^{11}). Typical field lines that are rooted in the vicinity of the QSLs, and the same $b_z(z = 0)$ contours as in Fig. 1, are overplotted in the *bottom row*.

Table 2. Maximum amplitude of the footpoint motions, of the squashing degree and minimum width of its profile across the QSLs, in each configuration studied. The amplitude of the translation motions, $2 \delta y$, is measured by the ratio of the maximum displacement (δy), divided by characteristic size along y of the system (0.5). The amplitude of the twisting motions is measured by the maximum numbers of turns ΔN within P2. The importance of the mapping distortion is given by the maximum value of squashing degree (Eq. (3)), Q^{\max} . Finally the thicknesses of the QSLs are given by the ratio of the full width at half maximum of Q , δ_Q with the smallest cell size, d (Sect. 3.1). Both Q^{\max} and δ_Q/d are computed with a low spatial resolution of $d = 1.5 \times 10^{-3}$ (resp. at a much higher spatial resolution, see Sect. 2.3) and the values are noted with a subscript “L” (resp. “H”).

Config.	Motion	Time	$2 \delta y$	ΔN	$\delta_{Q,H}/d$	$\log Q_H^{\max}$	$\delta_{Q,L}/d$	$\log Q_L^{\max}$
$\Phi = 120^\circ$	potential field	0	–	–	2.6	3.6	4.0	3.2
	translation	81	0.24	–	0.96	4.1	2.8	3.7
	twist	99	–	0.29	5.5×10^{-2}	5.2	2.7	3.8
$\Phi = 150^\circ$	potential field	0	–	–	4.3×10^{-3}	8.8	2.8	5.5
	translation	41	0.10	–	1.8×10^{-4}	11	1.1	5.5
	twist	38	–	0.14	8.2×10^{-3}	8.3	2.6	5.5

Figure 4 shows QSL profiles for both configurations defined in Sect. 2.1, using two different segment lengths, thus with two different spatial resolutions δ' . With the lower resolution which is of the order of the MHD mesh resolution (see Sect. 3.1), one can neither obtain the correct value of Q^{\max} , nor the real width of the central peak of the QSL profile. The broad wings of the QSL are, however, well visible. The properties of the QSL, as calculated with both resolutions, are given in Table 2. It shows that the issue of resolution is the most sensitive for $\Phi = 150^\circ$. The QSL for $\Phi = 120^\circ$ at $t = 0$, however, is almost resolved by the numerical mesh used in the MHD simulations: “almost”, because the mesh is non-uniform and d is only the smallest grid size (see Sect. 3.1).

2.4. Topology of the potential fields

In the bipolar potential configurations defined in Sect. 2.1, the magnetic field line linkage has four basic sets of magnetic

connectivities (see Figs. 1 and 2), just as in 2D quadrupolar magnetic configurations, but without separatrix between them. For both configurations, the intersections of the QSLs with the $z = 0$ boundary have only two extended thin strips, one over each magnetic polarity (see Fig. 3, *top row*). These potential configurations are thus very similar to the one analyzed by Démoulin et al. (1996a) and Titov et al. (2002).

Two close field lines rooted at $z = 0$ on both sides of one strip rapidly diverge in the volume to connect, on the other strip, regions which are very far from each other, as shown in Fig. 3, *bottom row*.

The thin volume, where Q has the highest values, is of particular interest: the way field lines diverge there suggests to call the magnetic structure of QSLs a HFT Titov et al. (2002). The 3D shape of this HFT is better understood as one follows its 2D cross-section from one polarity to the other one on the boundary. Let us define the edge of the QSL by the value Q_e , which is a fraction of the maximal value of Q . The HFT starts

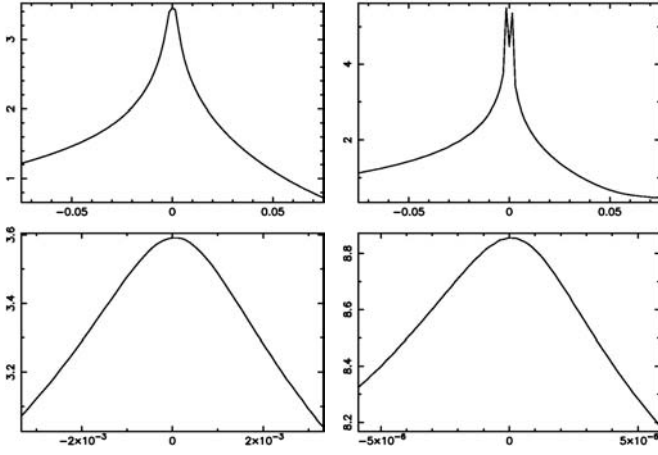


Fig. 4. Profiles of $\log Q(z = 0)$ perpendicular to the QSL for the initial configurations $\Phi = 120^\circ$ (left column) and $\Phi = 150^\circ$ (right column). The cuts are centered at $(x, y) = (x_Q, y_Q)$, with $(x_Q, y_Q) = (-0.155, -0.145)$ for $\Phi = 120^\circ$ and $(x_Q, y_Q) = (-0.121, -0.203)$ for $\Phi = 150^\circ$. The profiles are calculated using a spatial resolution corresponding to the smallest cell in the numerical mesh $\delta' = d = 1.5 \times 10^{-3}$ (upper row) and using an optimized higher spatial resolution δ' (lower row), as explained in Sect. 2.3.

as an elongated strip over one polarity, then it is transformed progressively in a cross shape in the volume, and it ends in the form of another elongated strip on the other polarity. Each strip at $z = 0$ involve one branch of the cross at $z > 0$. A cartoon of the cross-section from one polarity to the other is then:

$$\diagup \rightarrow \text{X} \rightarrow \text{X} \rightarrow \text{X} \rightarrow \diagdown \quad (6)$$

This shape is similar for any values $Q_e \gg 2$. The volume defined by Q'_e fully encloses the volume defined by Q_e if $Q'_e > Q_e$, so that defining an increasing series of Q_e values defines a series of volumes that are somehow organized like Russian dolls.

The QSL shape is robust to the transformation of the magnetic configuration, as the locations of the highest values of Q for the two configurations of Fig. 3 have similarly curved shapes. The slight modifications of these shapes mostly follow the displacement of the polarities.

The maximum value of Q however, is extremely sensitive to modifications of the magnetic configurations: when Q is calculated at a spatial resolution much higher than the numerical discretization chosen for the MHD simulation so as to obtain its true profile (see Sect. 2.3), $Q^{\max} \sim 4 \times 10^3$ for $\Phi = 120^\circ$, while $Q^{\max} \sim 6 \times 10^8$ for $\Phi = 150^\circ$, five orders of magnitude higher. Asymptotically, Q^{\max} tends to infinity as Φ tends to 180° .

3. Method for MHD evolution

3.1. Equations and mesh

We use a simplified version of our zero- β (pressureless) time-dependent 3D MHD code, which is extensively described in Aulanier et al. (2005). The present version solves the following equations:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \mathbf{j} \times \mathbf{b} + \rho \mathfrak{D} \mathbf{u} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{b}) + \eta \Delta \mathbf{b} \quad (8)$$

$$\nabla \times \mathbf{b} = \mathbf{j} \quad (9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{b} = 0, \quad (10)$$

where ρ is the mass density, \mathbf{u} the plasma velocity, \mathbf{b} the magnetic field, \mathbf{j} the electric current density and η the magnetic resistivity. The calculations are achieved in a dimensionless form, so that the magnetic permeability is set to 1. \mathfrak{D} is a diffusion operator for the velocity (see Sect. 3.3).

Since we are only interested in quasi-static evolutions and to save computer time, we fix ρ in time to its initial value given below:

$$\rho(x, y, z) = c_o^{-1} b^2(x, y, z, t = 0), \quad (11)$$

so that $c_A(x, y, z, t = 0) = c_o = 0.2$. This leads to define the time unit as the transit time of Alfvén waves over a distance of 0.2, which corresponds to the physical spacing between both central polarities P2 and N2. This setting does not lead to any singularity, since the studied configurations contain no magnetic null point in the domain.

The boundary conditions at $z = 0$ are line-tied, and those of the five other faces are open. Their numerical implementation with the use of ghost cells is described in details in Aulanier et al. (2005).

The simulations are done in the domain defined in Sect. 2.1, using a non-uniform mesh $n_x \times n_y \times n_z = 191 \times 161 \times 170$ points. The mesh intervals vary in the range $dx \in [1.5 \times 10^{-3}, 1.8 \times 10^{-2}]$, $dy \in [1.5 \times 10^{-3}, 1.2 \times 10^{-2}]$, $dz \in [1.5 \times 10^{-3}, 0.8 \times 10^{-2}]$, expanding from $x = y = z = 0$ following $d_x^{i+1}/d_x^i = d_y^{j+1}/d_y^j = 1.027$ and $d_z^{k+1}/d_z^k = 1.01$.

3.2. Boundary motions

The magnetic configurations evolve in response to large-scale kinematic motions $\mathbf{u}_{x,y}$ which we prescribe in the line-tied plane at $z = 0$. Since we want to study the dependence of the generation of electric currents at QSLs with respect to the precise nature of the footpoint motions, we consider various types of motions which move only a part of the QSLs. Firstly, we only apply motions within the positive central polarity P2. Secondly, we choose two types of motions which contain neither X-type stagnation point, nor small scales. The first type of motion is a nearly solid translation of P2 along y . The second type of motion is twisting of the strongest fields in P2, which has a nearly solid rotation over more than half of the vortex radius. Both types of boundary motions are shown in Fig. 5, superposed on contours of $b_z(z = 0)$. They both do not directly affect the field lines which have a footpoint in P1.

The translation motion is defined by:

$$\begin{aligned} u_x(z = 0) &= 0, \\ u_y(z = 0) &= \frac{u^\circ}{4} \left[\tanh\left(\frac{y - y^\circ(x)}{\delta y^\circ}\right) + 1 \right] \\ &\quad \left[\tanh\left(\frac{x - x_1^\circ}{\delta x^\circ}\right) - \tanh\left(\frac{x - x_2^\circ}{\delta x^\circ}\right) \right], \\ y^\circ(x) &= 4(x - x_3^\circ)^2 + y_1^\circ, \end{aligned} \quad (12)$$

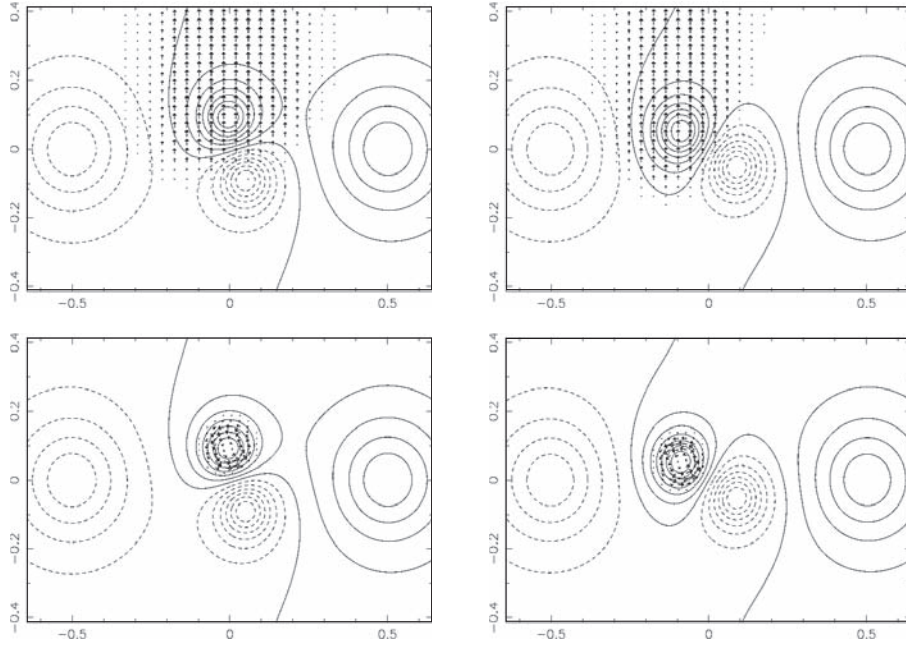


Fig. 5. Boundary flow patterns applied for $\Phi = 120^\circ$ and 150° , shown by dark arrows superposed to the same $b_z(z = 0)$ isocontours as shown in the top row of Fig. 1. The flows are fixed in time for $t > 13$ (see Eq. (15)).

where u° is the maximum velocity at the boundary. In all our simulations, we set $u^\circ = 1.5 \times 10^{-3} = 0.75\%$ of c_o (defined with Eq. (11)) so as to ensure a relatively slow driving of the system.

The twisting motion in P2 is defined by:

$$u_x(z=0) = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad u_y(z=0) = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (13)$$

$$\psi = \psi^\circ \tanh \left[\alpha_1^\circ b_z^2(z=0) \right] \tanh^4 \left[\alpha_2^\circ b_z^2(z=0) \right], \quad (14)$$

where ψ° is a parameter which is adjusted so as to prescribe a maximum twisting velocity of u° (same value as above). With the velocity written as in Eq. (13), $b_z(z=0)$ is only advected with time (without modifying its Lagrangian value), and this is re-enforced numerically at each numerical iteration. The choice of such complex ψ functions (Eq. (14)) was motivated to prescribe a nearly uniform twisting motion in the strong field regions, surrounded by a region of fast velocity decrease and a last outer region in which both the velocities and their horizontal derivatives tend to zero close to the inversion line around P2. In this way, the central part of P2 does not incorporate small scales, and its outer regions do not lead to numerical instabilities, since no small unresolved field line is advected and since the velocity is numerically derivable everywhere.

The values for the remaining free parameters in Eqs. (12) and (14) are given in Table 3. In the simulations, all the velocities given above are multiplied by $\gamma(t)$:

$$\gamma(t) = \frac{1}{2} \tanh \left[\frac{2(t-10)}{3} \right] + \frac{1}{2}, \quad (15)$$

which allows the system to first relax to a numerical equilibrium for $0 < t < 7$, followed by an early acceleration phase for $7 < t < 13$, towards a constant boundary driving for $t > 13$.

Table 3. Parameters for line-tied boundary motions.

Param.	$\Phi = 120^\circ$	$\Phi = 150^\circ$
δx°	0.05	0.05
δy°	0.03	0.03
x_1°	-0.22	-0.26
x_2°	0.22	0.07
x_3°	-0.10	-0.14
y_1°	-0.05	-0.10
α_1°	9×10^{-4}	9×10^{-4}
α_2°	3×10^{-3}	3×10^{-3}

3.3. Diffusion operators

Some strong Lorentz forces develop during the calculations on small-scales. They lead to strong vorticity layers on the scale of a few cells, which are typically located around the QSLs at $z > 0$. Their proper numerical treatment leads us to use the following diffusion operator for velocity:

$$\mathfrak{D} u_i = \frac{u_{v^*}}{d} \left(\delta_x^2 u_i + \delta_y^2 u_i + \delta_z^2 u_i \right) \quad (16)$$

where u_i is the velocity component along either axis (x, y, z) and d is the smallest cell size in the domain. u_{v^*} is the characteristic diffusion speed. We set to $u_{v^*} = 0.03 = 15\%$ c_o in all our simulations. This leads to strong viscous effects, which are unfortunately required: setting $u_{v^*} = u^\circ$, which is the standard value in turbulent simulations, leads to numerical instabilities in the HFT typically at $t \sim 20$, which do not permit us to follow the development of strong electric currents over long time-scales. δ_x^2 is a second-derivative operator with respect to the mesh rather than to spatial units. For any quantity f , this operator is equal to:

$$\delta_x^2 f = f(x^{i+1}, y^j, z^k) - 2f(x^i, y^j, z^k) + f(x^{i-1}, y^j, z^k). \quad (17)$$

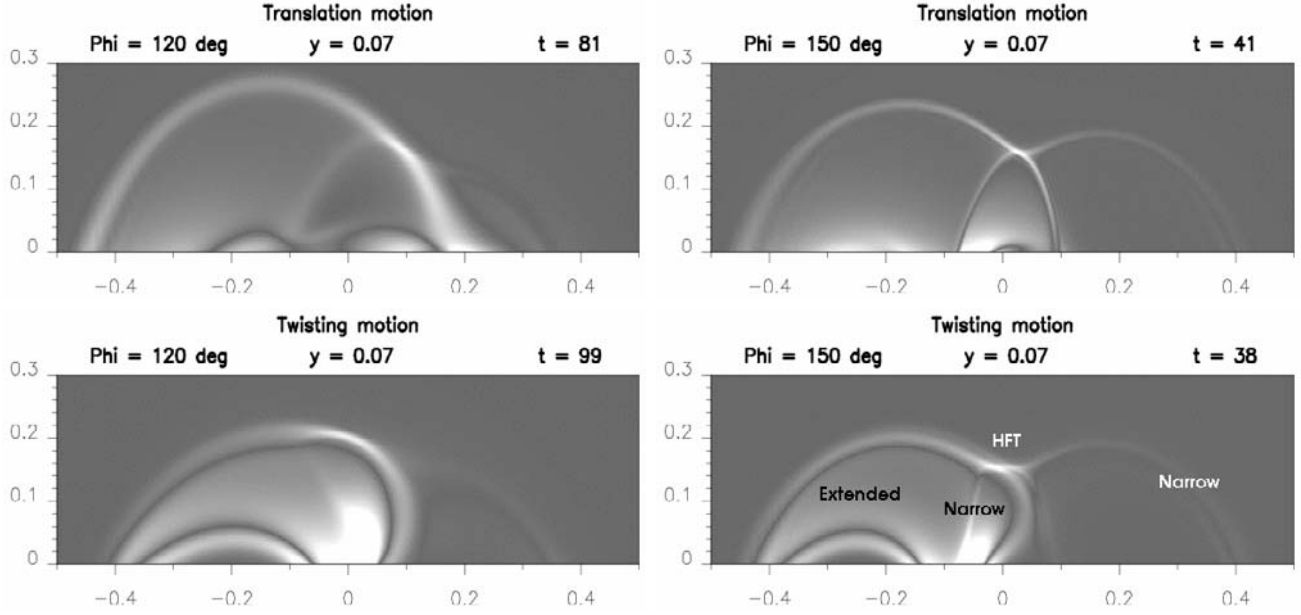


Fig. 6. Greyscale images of the coronal currents $j(x, z)$ at $y = 0.07$ in linear scale. In all panels, dark grey corresponds to $j(x, z) = 0$. White corresponds to $j(x, z) = 100, 300, 100, 150$ respectively, for the (upper-left), (lower-left), (upper-right), and (lower-right) panels. Each image shows the co-existence of “extended” currents which result from the line-tied footpoint motions, of “narrow” currents layers within the whole QSLs, and of an intense current layer at a Hyperbolic Flux Tube (“HFT”) located where the narrow current layers intersect. The plots are drawn a few Alfvén times before the magnetic field gradients reach the scale of the mesh in the HFT.

So as to reach a compromise which ensures that the effects of resistivity are small, but enough to ensure numerical stability for a long time, we set $\eta = 1.5 \times 10^{-6}$ in all our simulations. This leads to a low characteristic resistive speed of $\eta/d = 10^{-3} = 0.5\% c_0$.

Considering u° as the characteristic velocity of the system implies the following magnetic Reynolds and Lundquist numbers: $R_m = 1.5$ and $Lu = 200$ at the scale of the smallest cell, $R_m = 200$ and $Lu = 2.6 \times 10^4$ at the scale of the central bipole P2N2, $R_m = 10^3$ and $Lu = 1.3 \times 10^5$ at the scale of the full magnetic configuration.

4. Development of electric currents

In spite of the very small scales in the QSLs, which are intrinsic to the studied configurations, our MHD simulations do not result in numerical instabilities for several tens of Alfvén times. During this long time interval, electric currents develop in various regions (Sect. 4.1). In particular narrow current layers develop all along the QSLs (Sect. 4.2), while the strongest current layer is formed at the HFT where the QSLs are the narrowest (Sect. 4.3).

4.1. Extended and narrow current layers

In all our simulations, the footpoint motions naturally lead to the formation of nearly-field-aligned currents distributed over wide volumes which are defined by the envelope of the field lines which are transported. We call them “extended current layers”. These currents are stronger for the twisting motions

than for the translation motions (see Fig. 6). Even though these currents are relatively strong, they do not tend to dissipate easily, since they result from large-scale magnetic field gradients in the domain induced by the line-tied motions. Indeed, the resistive dissipation term is $\propto \Delta \mathbf{b} \sim \mathbf{j}/L$, which clearly shows that for equal electric current densities, the narrowest current layers will dissipate more quickly. Since the boundary motions are less than 1% of the Alfvén speed, the electric current remains nearly aligned with the magnetic field in these extended regions, so the whole configuration is always very close to a force-free state. This behavior is typical of every MHD simulation with slow line-tied boundary motions (e.g. DeVore & Antiochos 2000; Török & Kliem 2003; Aulanier et al. 2005).

It must be noted that in the time interval during which our motions are prescribed, the footpoint displacements remain relatively small, at most of the order of $\sim 1/4$ th (resp. $1/7$ th) of the characteristic size of the system for $\Phi = 120^\circ$ (resp. 150°). This is shown in Figs. 1 and 2. Also, as explained in Sect. 3.2, none of the prescribed line-time motions possess very small scales. In spite of all this, the footpoint displacements in our simulations lead to the development of “narrow current layers” at $z \geq 0$. They begin to form on small scales as soon as the motions start, so they mostly do not come from some time-varying steepening effect. Another property is that, for a given magnetic field configuration, these narrow currents layers form in the same specific locations (see Fig. 6), whatever the prescribed motions, translation or twisting.

All the above properties lead to the conclusion that these narrow current layers are not a direct consequence of the prescribed velocity gradients at $z = 0$, as is usually the case

in line-tied MHD simulations in which large-scale and long-duration braiding or twisting or shearing motions are applied (see e.g. van Ballegoijen 1986; Mikic et al. 1989; Galsgaard & Nordlund 1996; DeVore & Antiochos 2000; Galsgaard et al. 2003; Aulanier et al. 2005). 2D slabs (in x, z) of the 3D currents layers are shown in Fig. 6, a few Alfvén times before magnetic field gradients reach the scale of the mesh and halt the simulations. These currents display a shape which is reminiscent of separatrices with a null point or with a separator, though none of the latter exist in the 3D magnetic configurations that are analyzed.

In the translation cases, the electric current densities in the narrow layers are almost everywhere larger than the extended currents. They are also associated with Lorentz forces, so that they are not fully force-free. In the twisting cases, the extended currents are the highest at low altitude above the polarity P2 for $z \leq 0.05$, but they have similar magnitudes than those in the narrow layers almost everywhere else. For both types of motions, the magnitude of the currents in the narrow layers and in the extended regions increase in time at similar rates, except in the region where two narrow layers intersect (Fig. 6). In all runs, the smallest-scale currents eventually form in this latter region. Their time-evolution is described in Sect. 4.3.

4.2. Current layers at QSLs

In order to investigate the relation between the current layers and the QSLs, we calculate the distribution of the squashing degree $Q(z=0)$ with exactly the same procedure as described in Sect. 2.3 for the potential fields. For all configurations, the maximum values of the squashing degree Q^{\max} and the associated widths δ_Q of the QSLs are given in Table 2, as calculated with spatial resolutions that are typical of the numerical mesh and with resolutions that are much finer than the mesh. With both resolutions, we note that Q^{\max} is larger than 2 by several orders of magnitudes. The precise characteristics of the QSLs, however, strongly depend on the resolution at which they are computed. For a resolution equal to the smallest grid size d of the MHD simulations, $\delta_Q \simeq d - 3d$ for both configurations. But for the higher resolution, the minimum value of δ_Q is always much smaller than d (except for the potential field of the configuration $\Phi = 120^\circ$ where $\delta_Q \sim d$). Thus the numerical grid of the MHD simulations does not resolve most of the QSLs which result from the footpoint motions.

The 2D maps of Q and j at $z = 0$ are drawn in Fig. 7 at the same times as in Fig. 6. Apart from the regions that were directly affected by the boundary motions (i.e. within and around P2), Q and j show a striking resemblance in all four cases. The similarity is most evident for the translation motions, since the latter produce less extended field-aligned currents in the displaced flux tubes. But the similarity is also very visible when twisting motions are applied. Also, apart from the region covered by the flows, the QSLs are weakly deformed by the line-tied motions (compare Figs. 3 and 7). The currents then spontaneously form where the QSLs are located in the potential fields. Since the selected motions have no relationship with the QSLs, we then reach the interesting conclusion that any

boundary line-tied motion invariably results in the formation of current layers all along narrow QSLs. In our simulations, most of the spatial locations of these current layers are defined by the intrinsic properties of the magnetic configurations that already exist for the corresponding potential field. They are not defined by the topological properties of the boundary motions. Then these current layers are formed just like current sheets in configurations which have separatrices. We then reach an opposite conclusion from Titov et al. (2003) and Galsgaard et al. (2003), who pretend that the nature of the boundary motions is a determining factor in the formation of current layers in QSLs.

Figure 7, especially for $\Phi = 120^\circ$ for which larger twists could be applied, clearly shows how the rotational motions deform the QSL in the middle of P2, and how they tend to develop new wide and well resolved QSLs (with weaker Q) around the envelope of the twisted area. These new QSLs result directly from the twisting profile, which rapidly decreases to zero away from the center of P2. It is worth noticing that these new QSLs are also matched by electric currents, but they are neither as intense nor as narrow as the current layers which form in the main QSLs (see Fig. 6).

It is finally interesting to note that in our four simulations, the widths of the narrow current layers that form around QSLs tend to be larger for initially broader QSLs, as seen in Figs. 6 and 7. Also, the width of the current layers is well resolved, of the order of δ_Q as calculated with the resolution of the numerical simulations. This issue and its consequences are discussed further both in the context of QSLs and separatrices in Appendix A.

4.3. The hyperbolic flux tube

Apart from the regions right above sheared/twisted polarities, the strongest electric currents, which eventually form in all our simulations, are always located at high z , even though the magnetic fields are the strongest at low z (see Fig. 6). The location of these currents corresponds to the region in the QSL that has the highest squashing degree Q . It is the core of the QSL. In the limit of infinitely thin QSLs, this region corresponds to the intersection of two separatrices, which is called a separator. Contrary to a separator, which is a singular line, the HFT is a complex layer-like volume that takes the very elongated shape of the QSLs at the boundary, as shown in Eq. (6)).

For the specific configuration $\Phi = 150^\circ$ at $t = 38$ evolved with twisting motions, Fig. 8 shows the comparison of the squashing number in the vicinity of the HFT, calculated from global field line integrations with both the magnitude and the width of the current layers calculated from the local magnetic field derivatives. The Q map was calculated as explained in Sect. 2.3, except that the grid was defined on the plane $y = 0.07$ (instead of $z = 0$) and that the field lines were integrated in both directions from this plane. A similar behavior was found in all our runs. It is obvious that even though the strongest currents are the distributed ones at low altitude, the current layers are narrower within QSLs. These narrow currents reach their minimum thickness within the core of the QSLs, i.e. in the HFT. As mentioned in Sect. 4.2, it is also clear from Fig. 8 that the

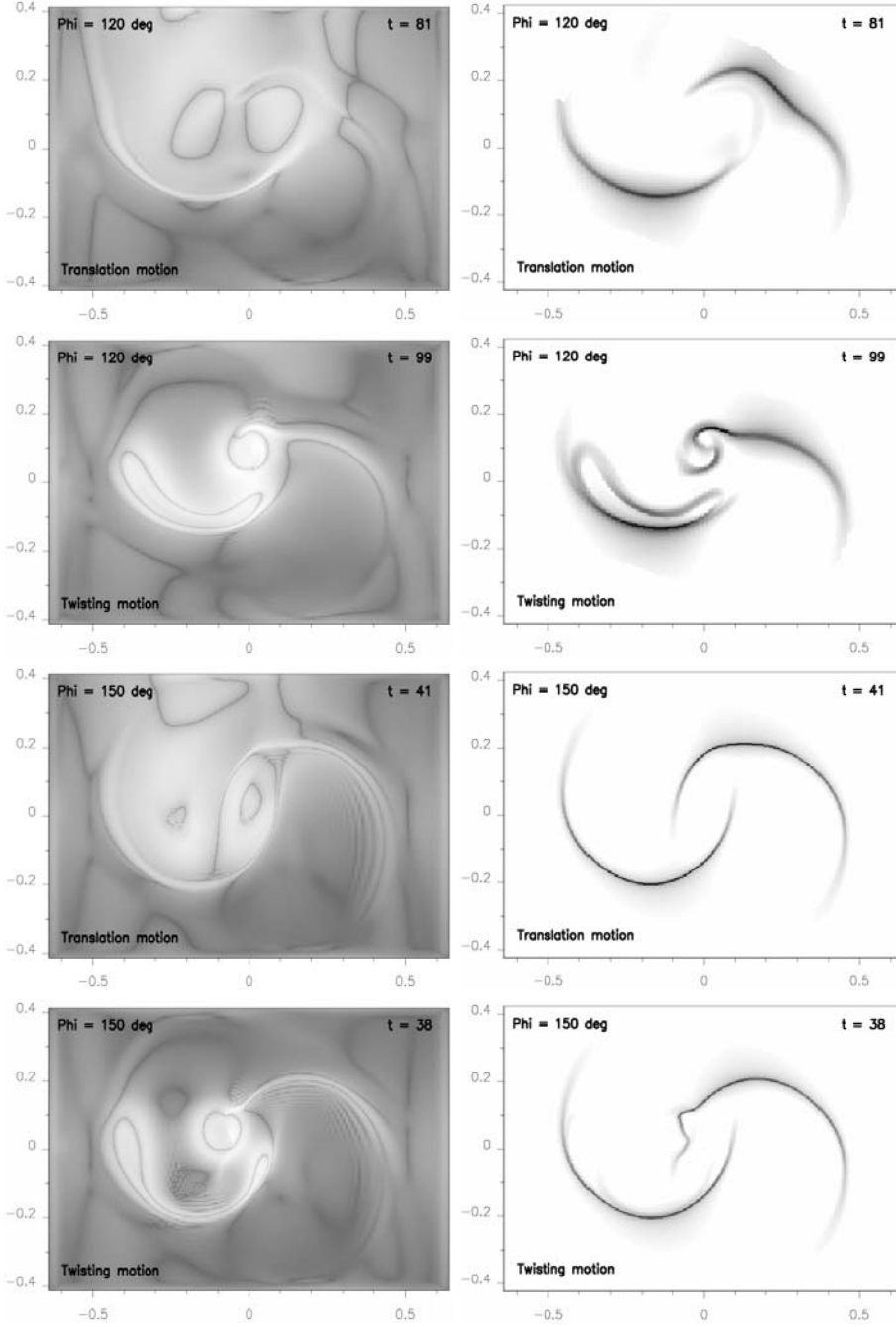


Fig. 7. (*Left column*): greyscale images of the electric currents at the lower boundary $j(z = 0)$ in logarithmic scale. In all panels, white (resp. dark grey) corresponds to $j(z = 0) = 850$ (resp. 10^{-3}). (*Right column*): greyscale images of the squashing degree at the lower boundary $Q(z = 0)$ in logarithmic scale. As in Fig. 3, for $\Phi = 120^\circ$ (resp. 150°), white corresponds to $Q = 5$ (resp. 6) and black to $Q = 1.3 \times 10^5$ (resp. 10^{11}).

currents which form in the MHD simulations are broader than the unresolved central peaks of the QSLs.

At early times, the current layer, which develops in the vicinity of the HFT at high z , first has a nearly circular shape in the (x, z) plane around $y = 0$, with four extensions along the QSLs. Its diameter is $\sim 3 \times 10^{-2} \sim 20d$. In the case of twisting motions, it is a combination of the outer parts of the extended currents and of the currents which form right in the middle of the HFT. This combination explains the spatial shift between the center of the current sheet and of the HFT visible in Fig. 8. In the case of translation motions, however, the maximum currents are almost co-spatial with the center of the HFT. Then in all our runs, as time progresses, this current layer flattens

vertically along z and slowly expands horizontally, mostly along x . We thus find that, whatever the precise form of the boundary motions, HFTs are preferential places for the formation of an intense current layer.

We checked that no stagnation point for the velocity ever forms in the vicinity of the HFT in any of our simulations. This is again contradictory to the restricted conditions that Galsgaard et al. (2003) found for current sheet formation in HFTs. This quantitative difference is probably due to our much thinner pre-existing QSLs combined with the absence of special symmetry properties in our models. All our magnetic field lines are rooted in one single line-tied plane (whereas Galsgaard et al. 2003, considered a straightened configuration

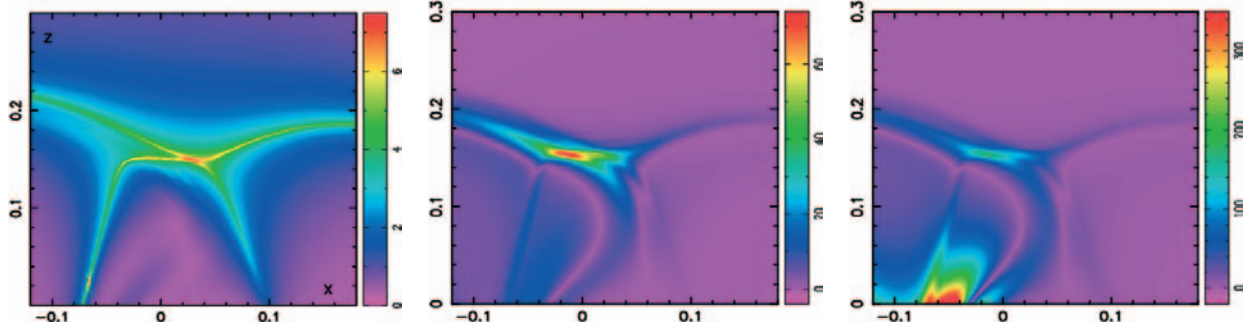


Fig. 8. Color images of 2D slabs (in x, z) at $y = 0.07$ of the HFT for the configuration $\Phi = 150^\circ$ at $t = 38$ evolved with twisting motions (see Fig. 6, lower-right panel). (Left panel): logarithm of the squashing degree = $\log Q$. (Middle panel): inverse of the scale-length of the magnetic field gradients in current layers = j/b . (Right panel): magnitude of the electric currents = j .

between two opposite line-tied plates), and only one of our four polarities is located in the boundary flow region (whereas all four polarities are displaced in Galsgaard et al. 2003). The precise dynamics and geometry of the HFT current sheets in our simulations are still controlled by the form of the line-tied motions, as shown in Fig. 6. The steepening of the current layer is mostly due to local compressive shearing motions, which result from a combination of the different vertical expansions and of the horizontal rotations of the field lines across the HFT, since they have different sizes and are not rooted in the same regions at $z = 0$. It is then natural that Galsgaard et al. (2003) could not obtain this behavior and thus needed to create a stagnation point so as to create a current sheet at the HFT, considering the absence of both short and long field lines in their straightened magnetic field configuration.

Electric current and magnetic field profiles along z for fixed (x, y) positions passing through the middle of the HFT are shown in Fig. 9; from these plots, one can estimate more quantitatively what the greyscale levels correspond to in Figs. 6 and 7. The potential field profiles are also drawn for comparison. These plots are comparable in the sense that they correspond to the formation of similar small scales in the HFT. These plots suggest that for a given magnetic configuration, the broader the QSLs are for its potential field, the longer the twist can be applied on the boundary and the higher the electric currents can be generated in the HFT, before the latter reach the scale of the mesh, i.e. the dissipative scale.

In all our simulations, provided that the viscous term was well adapted, the steep magnetic field gradients which progressively form in the HFT invariably caused numerical instabilities after several tens of Alfvén times, which eventually halted the simulations. We verified that increasing η permits to further evolve the systems for longer times. But we did not pursue in this direction, since the aim of this paper was to study the formation of current layers and their possible collapse at the scale of the mesh, with reduced diffusive effects.

The Lorentz forces are the strongest at the HFT. First analyses show that once the scale-lengths are small enough, the Lorentz forces lead to an undriven collapse of the current layer, and they accelerate the plasma at its outer edges for non-zero resistivities. This results in a magnetic reconnection-like

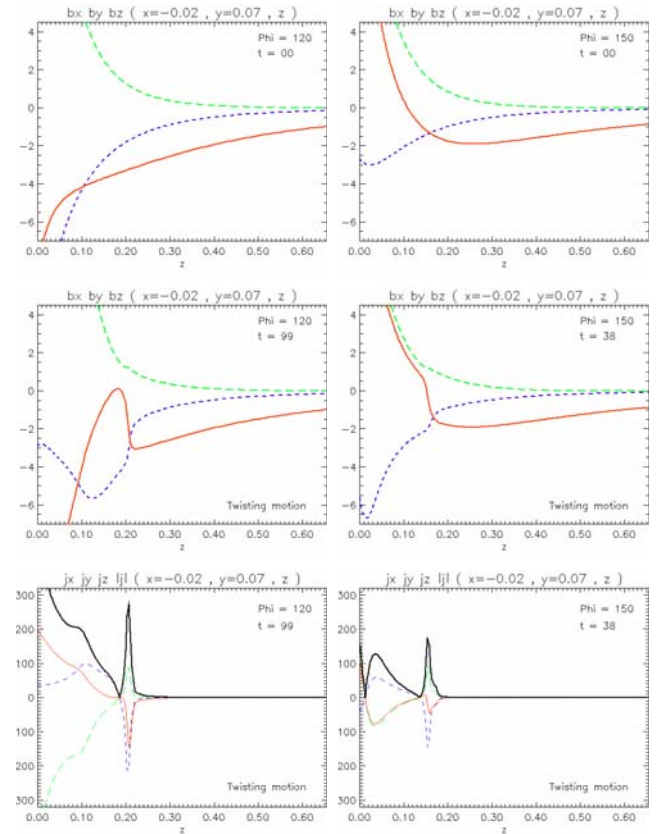


Fig. 9. Plots of the three components of \mathbf{b} and \mathbf{j} along z at $(x, y) = (-0.02, 0.07)$. The whole domain along z is shown. In the first and second rows, (continuous-red, dashed-blue, long-dashed-green) lines respectively correspond to (b_x, b_y, b_z) . In the third row, (continuous-red, dashed-blue, long-dashed-green, thick-continuous-black) lines respectively correspond to (J_x, J_y, J_z, j) . In both cases, the location of the smallest scale for \mathbf{b} associated with the narrowest peak of j corresponds to the HFT. Note that in this region, when the same small scale is achieved, the jump in \mathbf{b} , so the current magnitude, is larger for initially wider QSLs (i.e. for $\Phi = 120^\circ$ shown in the left column).

process, but the related change of connectivity during the diffusion is not discontinuous. Instead the field lines tend to slip

along each other on both sides of the HFT, while their footpoints at $z = 0$ quickly shift along the QSLs over long distances. Field line slippage was in fact first envisioned in the general context of magnetic reconnection with no null point by Priest & Démoulin (1995). Theoretical arguments for it were developed by Priest et al. (2003). It was only recently identified in non-zero β MHD simulations of reconnection within a thick HFT (Pontin et al. 2005) and between sheared arcades in the frame of prominence modeling (DeVore et al. 2005; Aulanier et al. in preparation). We thus believe that this specific behavior is the generalization magnetic reconnection from 2D to 3D, when neither null points nor separators are present in the system. Detailed analysis of this process in zero- β for our modeled configurations will be the object of a forthcoming paper following the present one.

5. Discussion

5.1. Summary

We considered two quadrupolar configurations (Figs. 1 and 2). They only differed by the respective angle made between the axes of the large outer and the small inner bipoles within one configuration. In spite of their quadrupolar nature, these configurations were, strictly speaking, bipolar. They did not possess separatrices. They still had strong gradients of field line connectivity in regions called QSLs (Figs. 3 and 4).

We considered two types of line-tied boundary motions, with zero- β resistive MHD simulations, using a $191 \times 161 \times 170$ non-uniform mesh. These motions were prescribed so as to displace only the field line footpoints within one of the polarities of the inner bipole, either by translation, or by twisting motions (see Fig. 5). Their maximum velocity was very sub-Alfvénic, allowing tens of wave reflections from one footpoint to another. They led to the advection of field lines over distances that were small compared to the characteristic scale-lengths of the configurations (see Fig. 1). Their gradients had typical scale-lengths which were between that of one single polarity and that of the whole quadrupolar configuration. These flows neither possessed any stagnation point at the line-tied boundary nor did they result in the formation of stagnation points in the domain as a result of the MHD evolutions.

The prescribed motions firstly resulted in the development of extended quasi force-free currents. The location and amplitude of these currents were directly related to the form of the motions, as is the case in all line-tied magnetic field simulations.

The key result is that these motions also invariably resulted in the formation of very narrow current layers, even though no true magnetic separatrices were present in the systems (see Fig. 6). These narrow current layers were always cospatial with the QSLs for various footpoint motions (see Fig. 7). Most QSLs already existed in the potential fields, and the evolution of their shapes mainly resulted from the advection by the boundary motions. Some secondary QSLs also formed where the boundary motions had the steepest shear gradients. Current layers naturally developed in these QSLs as well.

The thin volume corresponding to the highest squashing degree Q of the QSLs had a specific shape which led us to call it a HFT. For long enough motions, the strongest and narrowest current layer developed around the HFT (see Figs. 6 and 8), even though no stagnation point ever formed in this region. In typical magnetic configurations that possess separatrices, a current sheet is known to form with almost all kinds of boundary evolution at the separator, or at the null point if the 3D separatrix is only made of a fan surface and a singular spine field line. The current layer forming at the HFT is a generalization of the latter for configurations without separatrices, but with QSLs instead. When the magnetic field gradients reached the scale of the mesh, numerical instabilities developed as a natural result of the formation of unresolved gradients in this region. This instability could only be prevented by increasing the resistivity. Comparisons of several configurations have shown that the wider the QSLs were in the potential field, the stronger the currents became in the HFT before they reached the dissipative scale (see Fig. 9).

Since we varied both magnetic field configurations and footpoint motions, we started exploring the parameter space. The generic characteristics of our results on the development of electric currents suggests that they must also be valid in any magnetic configurations that have thin QSLs.

5.2. A model for solar flares: topology, energy build-up and switch-on of reconnection

Our results have strong implications for the physics of solar flares in general. Flare models that are based on magnetic reconnection in narrow current layers can be divided into two main classes. The first class involves a large-scale MHD instability (e.g. Amari & Luciani 1999) or a global non-equilibrium (e.g. Forbes 2000), which results in a fast flux tube deformation on time-scales that can be Alfvénic. The latter leads to strong vortical and/or compressive motions, which naturally results in the dynamic formation of narrow current layers and in the triggering of reconnection, with or without complex topologies in the pre-flare configuration. Since we have considered only modest footpoint motions, our simulations are not directly relevant to these models. The second class of flare models considers the slow buildup of large current sheets in separatrices (Somov 1992, and references therein). They predict that the width of the current sheets that spontaneously form in separatrices tends to zero in the limit of infinite Lundquist number (e.g. Aly 1990; Lau 1993). So they require that the current sheets do not diffuse for a long time (which is problematic, as discussed by Low & Wolfson 1988), before reconnection is switched on due to the triggering of plasma (or MHD) instabilities within the current sheets when some threshold is reached. Our simulations extend the latter models, and provide natural solutions to their difficulties.

In magnetic configurations which initially contained broader QSLs, the electric currents in the HFT increased to higher magnitudes when the magnetic field gradients reached the dissipative scale (Sect. 4.3). Then if the fast energy release is not the result of a global instability, as in our simulations,

the narrower the initial QSLs are, the shorter the time it takes to reach the dissipative scale and the less energy is likely to be accumulated before (and released during) a flare-like event.

We then argue that the most energetic solar flares that are not triggered by an early large-scale ideal instability must occur in magnetic configurations whose corresponding potential field have broad QSLs. This is rather counter-intuitive if one considers the long history of the separatrix-related flare models mentioned above, which involve the formation of long current sheets, which are spontaneously infinitely thin, during the energy build-up phase.

Let us now rescale our models to solar units for an active region. Typically, distances between P2 and N2 should be ~ 20 Mm, photospheric velocities should be $\sim 0.1 \text{ km s}^{-1}$, and Alfvén speeds should be $\sim 10^3 \text{ km s}^{-1}$. In this context, the Alfvén time is ~ 20 s and the photospheric velocity is $\sim 10^{-4}$ of the Alfvén speed. In our simulations for $\Phi = 120^\circ$, the currents in the HFT reached the scale of the mesh in $\sim 10^2$ Alfvén times, and we used a line-tied velocity of $\sim 10^{-2}$ of the Alfvén speed. The energy build-up phase converted to solar units should then be of the order of $\sim 10^4$ Alfvén times, i.e. ~ 2.3 days. This is of the order of the observed time-scales. We then propose that the above estimations, combined with the slow driven gradual steepening of the magnetic field gradients in the vicinity of a HFT, until they reach small dissipative scales, permits to solve the long standing paradigm for both the long-duration energy storage before a flare takes place, and for the switch-on of magnetic reconnection during the impulsive phase of the flare. This has been, in fact, one of the main problems in line-tied separatrix-related models, as discussed by Low & Wolfson (1988).

Our results then support and extend past works that associate temporal and spatial properties of observed solar flares with QSLs computed from magnetic field extrapolations. When the magnetic configuration has a low free magnetic energy stored or when the configuration is strongly quadrupolar, the potential field extrapolations of observed photospheric magnetograms and calculation of the resulting QSLs are sufficient to predict where a flare can potentially take place (Démoulin et al. 1997; Gaizauskas et al. 1998). When the distributed currents are important (so the free energy is high) and the configuration is more bipolar, force-free field extrapolations are needed to determine the location of the QSLs with more accuracy, so the flare location (Mandrini et al. 1996; Schmieder et al. 1997; Bagalá et al. 2000). Extrapolations and QSLs should then also be useful for predicting the acceleration sites and trajectories of solar energetic particles in flares.

5.3. The role of QSLs in coronal heating

Many models exist for heating the corona by the dissipation of thin current layers, as extensively reviewed in Mandrini et al. (2000). The related currents can either be of the AC (alternative current) or of the DC (direct current) type. Only the latter are related to low-frequency perturbations such as sub-Alfvénic line-tied footpoint motions. Presently, observational constraints permit to select the most relevant models

(Démoulin et al. 2003; Schrijver & Title 2005). DC type models are among the ones which fulfill observational requirements.

Recently, Gudiksen & Nordlund (2005) have performed MHD simulations of turbulent flux braiding in a potential field that was extrapolated from an observed magnetogram. The development of narrow current layers in their simulations was due to the line-tied driving. Since their boundary flows follow a turbulent power-spectrum, it should naturally create small scales and stagnation points in the velocity profiles, as directly prescribed in the simulations of van Ballegooijen (1986) and Galsgaard et al. (2003). Thus, one may argue that the topology of the flow was directly at the origin of the current layers which develop within the coronal volume.

Here we propose that another effect might play a non-negligible role in this particular simulation, and on the Sun more generally, based on the idea that well developed active regions are typically composed of numerous flux concentrations. Even with strictly bipolar and potential configurations, Démoulin & Priest (1997) found very thin QSLs, when several flux concentrations were embedded in a (non-zero) weaker vertical field background. They show that the QSL thickness strongly depends on the intensity of this background. In the present paper, we have shown numerically that narrow current layers spontaneously develop in such QSLs, even though we considered much simpler configurations with only two flux concentrations on each side of the inversion line. So we believe that at least some of the current layers in Gudiksen & Nordlund (2005) must be associated with QSLs defined by the magnetic flux concentrations at the boundary, rather than with the topology of the boundary flows, which must anyway create others QSLs, even if the magnetic field is initially homogeneous.

This conjecture and its associated time-scales should be tested in the future. If QSLs associated to the flux concentrations dominate in general, their calculation in potential (or force-free) field extrapolations of any high resolution magnetogram could be a good proxy not only for the occurrence of solar flares, but also for the locations where coronal heating results in the illumination of discrete loops in EUV images of the corona. Wang et al. (2000) and Fletcher et al. (2001) provided first observational evidences of this.

Appendix A: Numerical and physical issues regarding resistive and viscous effects in separatrices and QSLs

For the bipolar magnetic configurations that we studied, especially for $\Phi = 150^\circ$, but also for more general configurations, the profile of the squashing degree Q can be very strongly peaked (Démoulin et al. 1996a,b; Titov et al. 2002). This peak is, in fact, infinitely high and thin in the case of separatrices. The related full width at half maximum of the Q profiles can then often be orders of magnitudes below the grid resolutions presently achievable in MHD simulations. We argue that in an ideal plasma, the continuous characteristics of the ideal MHD equations (with neither resistive nor viscous effect) should physically advect the field lines in the volume according to the line-tied boundary motions. We believe that this physical

advection should then typically form thin current layers, with a thickness comparable to the QSL thickness (zero in the case of a separatrix, see e.g. Aly 1990; Low & Wolfson 1988; Lau 1993). The width of the current sheets that form is of major importance for flare and reconnection modeling, since it clearly determines the diffusive time, thus the duration of energy storage (see Sect. 5.2) and the reconnection rate (see e.g. Sweet 1958; Petschek 1964).

If the physical behaviour described above is also true when discretized equations are used in a numerical simulation, the line-tied motions should try to form sharp current layers at the QSLs on a time-scale of the order of the travel time of Alfvén waves along a QSL field line, and at a scale below the grid resolution, thus further leading to a quick numerical instability over a few time steps. This fast instability clearly does not happen in our simulations. It does happen in the HFT, but only after tens of Alfvén time units. Outside the HFT, but still within the QSLs, all our simulations result in current layers that are indeed narrow, but that are still resolved and far wider than the QSL itself (see Fig. 8 and Table 2). The same behavior is found in many separatrix line-tied 2.5D MHD simulations (e.g. Ma et al. 1995; Longcope & Magara 2004), which should physically result in spontaneous zero-width current sheet formation (as discussed by Low & Wolfson 1988). In the case of MHD numerical simulations, three questions therefore arise:

- (1) How is the discretized system of MHD equations sensitive to the QSL small-scales (or separatrix zero-scale) that already exist below the mesh resolution at $t = 0$?
- (2) How do the resistive and viscous terms control the width of the current layers that form around separatrices and QSLs?
- (3) How reliable are line-tied simulations of unresolved QSLs and separatrices in the calculation of time-scales associated with reconnection (duration of the energy storage and reconnection rate)?

In order to discuss these major issues, we performed two other simulations (hereafter labeled “S1” and “S2”) of our sharpest case: $\Phi = 150^\circ$ with twisting motions. Both simulations were done with exactly the same settings as the original (let us call it “S0”), except that $\eta = 0$ in S1 and $\eta = 0$ and $u_{\nu,*}(t > 13) = 0$ in S2. S1 surprisingly gave very similar results to S0. In particular, the narrow current layers that formed in the QSL, although they were slightly more intense, spontaneously developed on the same (resolved) scale, for tens of time units. The main difference is that S1 was halted earlier than S0, at about $t \sim 31$ instead of 40, because of numerical instabilities developing in the HFT, not elsewhere in the QSL. This earlier instability was expected off course, since the current build up at the HFT was not weakened by diffusion. However the long duration of the ideal simulation was not expected according to the idea that magnetic diffusion was not there to ensure that the current layers within the QSLs remained resolved. S2 remained stable for about one Alfvén time after the viscous term was set to zero at $t = 13$, and fast growing numerical instabilities stopped the run by $t \sim 15$. Even though common sense tells us that setting all diffusive terms in an MHD simulations cannot result in anything else than a numerical instability, we still performed this run to see where and how the instability first developed.

We found that it did not occur in the HFT, but on both sides of the magnetic configuration, around $(x, z) = (\pm 0.25, 0.18)$. These regions did not correspond to the strongest squashing degree Q , but rather to the regions where the ratio between the (non-uniform) grid size to the width of the unresolved QSL peak was the highest.

Comparing the three simulations permits us to give some answers to the questions addressed above.

- (1) Since with no diffusive term, numerical instabilities first and very quickly develop where the QSLs are the least resolved, we argue that our MHD code is somehow aware of the field line connectivities, even if the latter have strong unresolved gradients. Since our numerical scheme (described in detail in Aulanier et al. 2005) has no explicit feature to ensure this, we believe that it is a general property of all explicit codes that do not incorporate any important scheme-based diffusive effects.
- (2) Since a simulation with only viscosity is barely distinguishable from another one with both viscous and resistive effects, it appears that not only resistivity, but also viscosity, is a determining factor in the broadening of current sheets. The effect of the latter is in fact to smoothen the velocity profiles that result from the Alfvén waves that transport the information from one field line footpoint to another. So the shearing profile of the magnetic field on both sides of the QSL at $z > 0$ is artificially broadened, regardless of any resistive effect. This issue is not mentioned often in numerical simulations of separatrices and null points, which tend to focus their parameter study on the value of the Lundquist number.
- (3) Since viscosity and resistivity both limit the width of the current layers (to achieve long runs), it seems that the slow amplification of electric currents in magnetic field gradients that are on the scale of the mesh (i.e. the pre-flare energy build-up phase) is fully conditioned by the diffusive terms, which are always much higher than in a real plasma. Hence, the current sheet gradual stretching that is calculated in unresolved HFTs (see Fig. 8, *middle panel*) or at the intersection of separatrices (e.g. Biskamp 1986; Ma et al. 1995; Longcope & Magara 2004) may then be unphysical. This could have strong consequences in the evaluation of reconnection rates.

In a real physical system such as the solar corona, however, the continuous MHD equations are applicable to a much broader range of spatial scales than in present numerical simulations. We conjecture that the true width of the current layers within QSLs should then be defined by the true profile of the squashing degree Q (as in Fig. 8, *left panel*), while the boundary motions should define the precise current magnitude within these thin layers. The central peak of Q can have very high values, tending to infinity for a true separatrix, and the peak width can be extremely narrow, tending to zero for a true separatrix). Physical limitations to achieve these small scales should then be micro-physics (diffusive) effects and finite time evolutions, if the characteristic wave propagation speed is locally slow, e.g. in the vicinity of a magnetic null point. More generally, this implies that the gradual amplification of electric currents

in QSLs can only be possible as long as the later are broader than the physical dissipative scale, whatever its precise nature (resistive or collisionless). This suggests that slow line-tying motions around separatrices cannot account for anything more than steady coronal heating, since there, the currents readily form at the dissipative scale.

All these conjectures are difficult to test quantitatively, since resolving thin QSLs numerically is difficult. For very thin QSLs, MHD simulations should be performed with very small grid scales (see the values of $\delta_{Q,H}$ given in Table 2), which are hardly reachable with present computers facilities. Adaptive mesh refinement techniques are plausible ways to study a much larger range of scales. For wider QSLs, the amplitude of footpoint motions required to generate enough currents in the initial QSLs may be so large that new QSLs may form earlier on smaller scales, due to the prescribed velocity-field topology at the boundary. The newly formed QSLs can become much thinner than the initial QSLs, thereby dominate the current buildup. This is what happened in the simulations of Galsgaard et al. (2003), as discussed in Démoulin (2005). Since our configuration for $\Phi = 120^\circ$ has QSLs that remain resolved during about one fourth of the duration of our simulations, a compromise between both possibilities should be possible to investigate in a close future.

Acknowledgements. The authors thank C. R. DeVore and R. Grappin for fruitful discussions. The calculations in this paper were done on the Digital-UNIX ES40 and on the Compaq-HP Quadri-Opteron computers of the Service Informatique de l'Observatoire de Paris (SIO).

References

- Aly, J. J. 1990, in *The Dynamic Sun*, 176
- Amari, T., & Luciani, J. F. 1999, *ApJ*, 515, L81
- Aulanier, G., Démoulin, P., Schmieder, B., Fang, C., & Tang, Y. H. 1998, *Sol. Phys.*, 183, 369
- Aulanier, G., Démoulin, P., & Grappin, R. 2005, *A&A*, 430, 1067
- Aulanier, G., DeVore, C. R., & Antiochos, S. K., in preparation
- Bagalá, L. G., Mandrini, C. H., Rovira, M. G., & Démoulin, P. 2000, *A&A*, 363, 779
- Baum, P. J., & Bratenahl, A. 1980, *Sol. Phys.*, 67, 245
- Biskamp, D. 1986, *Phys. Fluids*, 29, 1520
- Démoulin, P. 2005, *Adv. Space Res.*, in press
- Démoulin, P., & Priest, E. R. 1997, *Sol. Phys.*, 175, 123
- Démoulin, P., Hénoux, J. C., & Mandrini, C. H. 1994a, *A&A*, 285, 1023
- Démoulin, P., Mandrini, C. H., Rovira, M. G., Hénoux, J. C., & Machado, M. E. 1994b, *Sol. Phys.*, 150, 221
- Démoulin, P., Hénoux, J. C., Priest, E. R., & Mandrini, C. H. 1996a, *A&A*, 308, 643
- Démoulin, P., Priest, E. R., & Lonie, D. P. 1996b, *J. Geophys. Res.*, 101, 7631
- Démoulin, P., Bagalá, L. G., Mandrini, C. H., Hénoux, J. C., & Rovira, M. G. 1997, *A&A*, 325, 305
- Démoulin, P., van Driel-Gesztelyi, L., Mandrini, C. H., Klimchuk, J. A., & Harra, L. 2003, *ApJ*, 586, 592
- DeVore, C. R., & Antiochos, S. K. 2000, *ApJ*, 539, 954
- DeVore, C. R., Antiochos, S. K., & Aulanier, G. 2005, *ApJ*, 629, 1122
- Fletcher, L., López Fuentes, M. C., Mandrini, C. H., et al. 2001, *Sol. Phys.*, 203, 255
- Forbes, T. G. 2000, *J. Geophys. Res.*, 105, 23153
- Gaizauskas, V., Mandrini, C. H., Démoulin, P., Luoni, M. L., & Rovira, M. G. 1998, *A&A*, 332, 353
- Galsgaard, K., & Nordlund, Å. 1996, *J. Geophys. Res.*, 101, 13445
- Galsgaard, K., Titov, V. S., & Neukirch, T. 2003, *ApJ*, 595, 506
- Gorbachev, V. S., & Somov, B. V. 1988, *Sol. Phys.*, 117, 77
- Gudiksen, B. V., & Nordlund, Å. 2005, *ApJ*, 618, 1020
- Hénoux, J. C., & Somov, B. V. 1987, *A&A*, 185, 306
- Lau, Y. T. 1993, *Sol. Phys.*, 148, 301
- Longcope, D. W., & Klapper, I. 2002, *ApJ*, 579, 468
- Longcope, D. W., & Magara, T. 2004, *ApJ*, 608, 1106
- Low, B. C., & Wolfson, R. 1988, *ApJ*, 324, 574
- Ma, Z. W., Ng, C. S., Wang, X., & Bhattacharjee, A. 1995, *Phys. Plasmas*, 2, 3184
- Mandrini, C. H., Démoulin, P., Hénoux, J. C., & Machado, M. E. 1991, *A&A*, 250, 541
- Mandrini, C. H., Démoulin, P., Rovira, M. G., de La Beaujardiere, J.-F., & Hénoux, J. C. 1995, *A&A*, 303, 927
- Mandrini, C. H., Démoulin, P., van Driel-Gesztelyi, L., et al. 1996, *Sol. Phys.*, 168, 115
- Mandrini, C. H., Démoulin, P., Bagalá, L. G., et al. 1997, *Sol. Phys.*, 174, 229
- Mandrini, C. H., Démoulin, P., & Klimchuk, J. A. 2000, *ApJ*, 530, 999
- Mikic, Z., Schnack, D. D., & van Hoven, G. 1989, *ApJ*, 338, 1148
- Milano, L. J., Dmitruk, P., Mandrini, C. H., Gómez, D. O., & Démoulin, P. 1999, *ApJ*, 521, 889
- Petscheck, H. E. 1964, in *AAS-NASA Symp. Solar Flares*, NASA SP-50, 425
- Pontin, D. I., Galsgaard, K., Hornig, G., & Priest, E. R. 2005, *Phys. plasmas*, 052307
- Priest, E. R., & Démoulin, P. 1995, *J. Geophys. Res.*, 100, 23443
- Priest, E. R., Hornig, G., & Pontin, D. I. 2003, *J. Geophys. Res.*, 108, 1285
- Priest, E. R., Longcope, D. W., & Heyvaerts, J. 2005, *ApJ*, 624, 1057
- Schindler, K., Hesse, M., & Birn, J. 1988, *J. Geophys. Res.*, 93, 5547
- Schmieder, B., Aulanier, G., Démoulin, P., et al. 1997, *A&A*, 325, 1213
- Schrijver, C. J., & Title, A. M. 2005, *ApJ*, 619, 1077
- Somov, B. V. 1992, *Physical processes in solar flares* (Kluwer Academic Publishers, Astrophysics and Space Science Library), Vol. 172
- Sweet, P. A. 1958, in *Electromagnetic Phenomena in Cosmical Physics*, IAU Symp., 6, 123
- Török, T., & Kliem, B. 2003, *A&A*, 406, 1043
- Titov, V. S. 2005, in *Reconnection of Magnetic Fields*, ed. J. Birn, & E. R. Priest (Cambridge, UK: Cambridge University Press)
- Titov, V. S., Priest, E. R., & Démoulin, P. 1993, *A&A*, 276, 564
- Titov, V. S., Hornig, G., & Démoulin, P. 2002, *J. Geophys. Res.*, 107, SSH 3, 1
- Titov, V. S., Galsgaard, K., & Neukirch, T. 2003, *ApJ*, 582, 1172
- van Ballegooijen, A. A. 1986, *ApJ*, 311, 1001
- van Driel-Gesztelyi, L., Hofmann, A., Démoulin, P., Schmieder, B., & Csepura, G. 1994, *Sol. Phys.*, 149, 309
- Wang, H., Yan, Y., Sakurai, T., & Zhang, M. 2000, *Sol. Phys.*, 197, 263



Formes combattantes; **Franz Marc**
1914, Huile sur toile, 131 x 91 cm
Munich, Staatsgalerie Moderner Kunst.

Chapitre 4

L'hélicité magnétique

Sommaire

4.1	Introduction à l'hélicité magnétique	100
4.1.1	Définitions	100
4.1.2	Hélicité relative	103
4.1.3	Évolution de l'hélicité	105
4.1.4	L'hélicité magnétique et la reconnexion	109
4.2	L'hélicité magnétique dans l'atmosphère solaire	111
4.2.1	L'injection d'hélicité dans l'atmosphère solaire	112
4.2.2	L'hélicité magnétique dans la couronne	119
4.2.3	L'hélicité magnétique dans les nuages magnétiques	121
4.2.4	L'hélicité et l'origine des éjections de masse coronales	123
4.3	Densités de flux d'hélicité	128
4.3.1	La définition classique et ses biais	128
4.3.2	Résumé de mes travaux: (A.2)	129
	(A.2): Photospheric Flux density of magnetic helicity	130
4.3.3	Résumé de mes travaux: (A.5, B.5, B.6, C.4)	146
	(A.5): What is the spatial distribution of magnetic helicity injected in a solar active region?	159
4.3.4	Conséquences de mes travaux sur la densité de flux d'hélicité	159
4.4	Hélicité magnétique mutuelle	161
4.4.1	Hélicité et inductance	161
4.4.2	Résumé de mes travaux: (A.4)	162
	(A.4): Basic properties of mutual magnetic helicity	163

Dans ce chapitre nous nous intéresserons à l'hélicité magnétique. La définition et les propriétés de l'hélicité magnétique seront introduites à la section 4.1. Dans la section 4.2, je présenterai son injection photosphérique, son accumulation dans la couronne et enfin son éjection dans le milieu interplanétaire. Je montrerai en quoi l'hélicité joue un rôle fondamental dans les mécanismes de l'activité solaire (voir aussi la revue Pariat 2006, **B.6**, voir Annexe C). Dans la section 4.3, je m'intéresserai plus particulièrement à la densité photosphérique de flux d'hélicité et aux problèmes liés à la définition de cette quantité. J'introduirai ainsi mes travaux qui définissent plus correctement cette quantité et montrent à quel point la vision que l'on avait de l'injection d'hélicité était jusqu'à

présent biaisée. Enfin je reviendrai sur les propriétés de l'hélicité mutuelle (Sect. 4.4). Je présenterai ainsi une nouvelle méthode théorique que nous avons développée pour mesurer l'hélicité magnétique dans la couronne solaire.

4.1 Introduction à l'hélicité magnétique

Cette partie présente la définition de l'hélicité magnétique et son interprétation en terme de géométrie du champ magnétique. Nous verrons que dans le cas de l'atmosphère solaire, une autre définition doit lui être préférée, l'hélicité magnétique relative. Nous nous attarderons par la suite sur la propriété fondamentale de l'hélicité : son invariance dans les milieux à haut nombre de Reynolds magnétique.

4.1.1 Définitions

4.1.1.1 Les hélicités magnétique, cinétique et de courant

Dans la section 2.1.2.3, nous avons vu que la définition de l'hélicité magnétique H_m est (Elsasser 1956) :

$$H_m = \int_V \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \, dV = \int_V \mathbf{A} \cdot \nabla \times \mathbf{A} \, dV \quad (4.1)$$

où \mathbf{A} est le vecteur potentiel (défini par $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$). Elsasser (1956) a montré l'intérêt de cette intégrale en tant qu'invariant de la MHD idéale (voir Sec. 4.2.4.1). L'hélicité magnétique est une quantité qui permet de mesurer quantitativement des propriétés géométriques du champ magnétique telles que la torsion, le cisaillement et l'entortillement des lignes de champ magnétique dans un volume donné.

De manière équivalente, l'hélicité cinétique est définie par le produit scalaire du champ de vitesse et de sa vorticité, ω : $H_K = \int_V \mathbf{v} \cdot \omega \, dV = \int_V \mathbf{v} \cdot \nabla \times \mathbf{v} \, dV$. Son étude est particulièrement importante dans l'intérieur solaire, en particulier dans le cadre de la dynamo solaire (voir revue de Brandenburg & Subramanian 2005). Une autre hélicité fréquemment étudiée en physique solaire est l'hélicité de courant, définie par $H_c = \int_V \mathbf{B} \cdot \mathbf{j} \, dV = \int_V \mathbf{B} \cdot \nabla \times \mathbf{B} \, dV$, où \mathbf{j} est la densité de courant (voir Zhang 2001; Zhang et al. 2006a, et les références à l'intérieur). Dans le cas d'un champ sans force linéaire (où $\nabla \times \mathbf{B} = \alpha \mathbf{B}$ avec α le paramètre du champ sans force linéaire, voir Annexe F.1), il existe un simple lien de proportionnalité entre H_m et H_c : $H_c = \alpha^2 H_m / \mu_0$ si le champ est entièrement contenu dans un volume fini¹. Plus généralement, le lien entre l'hélicité magnétique et l'hélicité de courant est beaucoup plus complexe (Zhang 2001). Contrairement à l'hélicité magnétique, l'hélicité de courant, de même que l'hélicité cinétique, ne sont pas des invariants de la MHD idéale (voir Sect. 4.1.3.1). Une partie de l'hélicité de courant pouvant être aisément mesurée au niveau de la photosphère solaire à partir de magnétogrammes vectoriels, l'hélicité de courant est l'objet d'un certain nombre de travaux (Bao et al. 2002; Pevtsov et al. 2001; Zhang 2001; Zhang et al. 2006a). En particulier, l'hélicité de courant moyen des régions actives suit la même règle hémisphérique que les structures torsadées (positive au sud, négative au nord, voir Sect. 2.1.2.2; Seehafer 1990; Pevtsov et al. 1995), sans changement entre les cycles (Bao et al. 2000).

1. Cette relation ne s'applique pas à l'hélicité relative

4.1.1.2 Nombre de liens

Mais plus généralement, l'origine de l'hélicité magnétique remonte au mathématicien Karl Friedrich Gauss. Gauss a découvert une formule intégrale permettant de déterminer le nombre de liens entre deux courbes fermées orientées (un sens de circulation privilégié est défini pour chacune de ces deux courbes). Le nombre de liens correspond au nombre de fois où l'une des courbes entoure l'autre. Plus précisément définissons une surface s'appuyant sur une des deux courbes. Le nombre de liens est la somme algébrique du nombre de fois où la deuxième courbe coupe cette surface. La figure 4.1 présente trois exemples de calcul du nombre de liens.



FIG. 4.1 – Exemples du nombre de liens entre deux courbes. **Gauche:** $L = 0$. **Centre:** $L = -1$. **Droite:** $L = 3$.

Soit γ_1 (resp. γ_2) une courbe fermée de l'espace dont l'équation est donnée par $\mathbf{x}(\sigma)$ (resp. $\mathbf{x}'(\tau)$), σ (resp. τ) étant l'abscisse curviligne le long de cette courbe. Le nombre de liens, $L(\gamma_1, \gamma_2)$ entre ces courbes est donné par :

$$L(\gamma_1, \gamma_2) = \frac{1}{4\pi} \oint_{\gamma_1} \oint_{\gamma_2} \frac{d\mathbf{x}'}{d\tau} \times \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}'}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} \cdot \frac{d\mathbf{x}}{d\sigma} d\tau d\sigma \quad (4.2)$$

Le nombre de liens ainsi défini est une quantité symétrique ($L(\gamma_1, \gamma_2) = L(\gamma_2, \gamma_1)$). Ce nombre est invariant à toutes déformations des courbes n'impliquant pas qu'elles s'ouvrent où que l'une d'elles “traverse” l'autre (*i.e.* qu'à un instant donnée, il existe un couple (σ', τ') tel que $\mathbf{x}(\sigma') = \mathbf{x}'(\tau')$). Cette propriété rend l'utilisation de ce nombre particulièrement intéressant pour les quantités physiques possédant une description en terme de tube de flux discret, en particulier les champs de vitesse, les courants électriques et les champs magnétiques.

L'hélicité d'une quantité vectorielle peut être vue comme la somme des nombres de liens de chaque couple de ligne de champ de cette quantité (Berger & Mordin 2000). Si le concept de nombre de liens ne s'applique *a priori* que pour des courbes discrètes, la définition de l'hélicité se généralise aux quantités définies continûment. Dans le cas d'un champ magnétique \mathbf{B} , contenu complètement dans un volume² \mathcal{V} , l'hélicité magnétique

2. Nous supposons ici et par la suite que les volumes considérés sont des volumes connexes. La définition de l'hélicité dans des volumes non connexes, tels que les tores (tokamaks), entraîne des complications supplémentaires (Berger, 1999) qui ne se posent pas dans le cas de l'étude de l'hélicité solaire.

H_m peut s'écrire comme la somme des nombres de liens de chaque couple (i, j) de tubes de flux élémentaires $(d\Phi_i, d\Phi_j)$, représentés par les courbes (γ_i, γ_j) :

$$H_m = \int_{\Phi_i} \int_{\Phi_j} L(\gamma_i, \gamma_j) \, d\Phi_j \, d\Phi_i \quad (4.3)$$

L'hélicité peut aussi s'exprimer directement en fonction du champ \mathbf{B} (Moffatt 1969) :

$$H_m = \frac{1}{4\pi} \int_V \int_V \mathbf{B}(\mathbf{x}') \times \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}'}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} \cdot \mathbf{B}(\mathbf{x}) \, dV \, dV' . \quad (4.4)$$

Moffatt (1969) a montré qu'en écrivant le vecteur potentiel \mathbf{A} (défini classiquement par $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$), dans la jauge de Coulomb ($\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$), et en utilisant la formule de Biot-Savart :

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \int_V \mathbf{B}(\mathbf{x}') \times \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}'}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} \, dV' , \quad (4.5)$$

La définition de l'hélicité (Eq. 4.4) est strictement équivalente à la formule classique de l'hélicité magnétique (Eq. 4.1).

4.1.1.3 Hélicité propre et hélicité mutuelle

Dans le cas où un nombre discret, N , de tubes de flux est présent, l'équation (4.3) se réduit à une somme (Berger & Field 1984) :

$$H_m = \sum_{i=1}^N T_i \Phi_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \mathcal{L}_{i,j} \Phi_i \Phi_j . \quad (4.6)$$

$T_i \Phi_i^2$, nommée l'hélicité propre, est l'hélicité contenue à l'intérieur du i -ème tube de flux. L'hélicité propre provient de la géométrie relative des lignes de champ au sein même d'un tube de flux. L'hélicité propre peut se décomposer en un terme mesurant la torsion des lignes de champ autour l'axe du tube, noté Tw (pour "Twist"), et un autre terme dû à la torsion de l'axe lui-même, noté Wr (pour "Writhe"; Berger & Field 1984). Pour un tube de flux uniformément torsadé, avec n le nombre de tours des lignes de champ autour de l'axe du tube, l'expression de Tw est simple. L'hélicité propre de ce tube de flux est égale à $|H| = |Tw| = n\Phi^2$. Pour un tube de flux dont l'axe est aussi torsadé, il faut ajouter à Tw , l'hélicité Wr pour obtenir l'hélicité totale (voir Fig. 4.2). Contrairement à l'hélicité totale, ni Tw , ni Wr ne sont des invariants pour un tube de flux fermé, par contre $Tw + Wr$ est conservé (Berger 1999).

$\mathcal{L}_{i,j} \Phi_i \Phi_j$ est l'hélicité mutuelle entre les tubes de flux i et j . Dans le cas où i et j sont des tubes de flux élémentaire, $\mathcal{L}_{i,j}$ est strictement égal au nombre de liens entre les courbes de ces deux tubes. Dans le cas d'une distribution continue du champ magnétique, seules les hélicités mutuelles importent. Cela peut se comprendre par le fait qu'un tube de flux élémentaire, assimilé à une unique ligne de champ, ne contient pas d'hélicité propre. On retrouve cela au niveau de l'Eq. 4.6 où lorsque l'on fait tendre le nombre de tubes de flux vers l'infini, le rapport du premier terme au second décroît comme $1/N$. Les propriétés des hélicités mutuelles sont présentées dans la section 4.4.

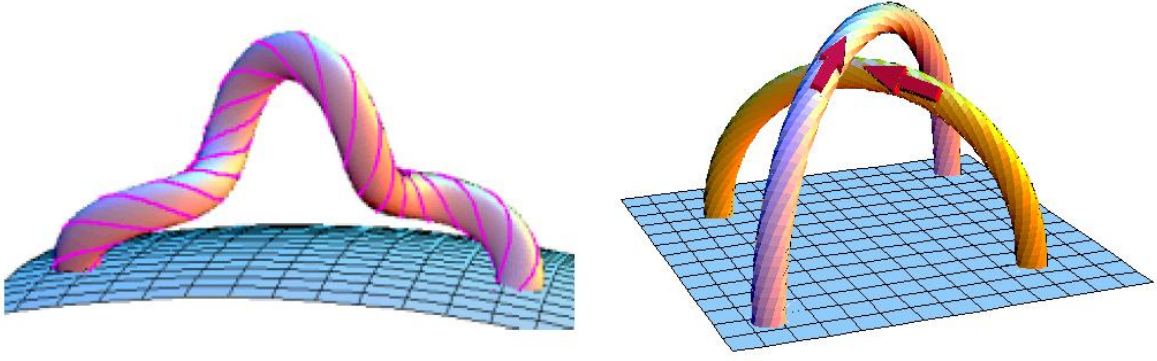


FIG. 4.2 –: **Gauche:** exemple d'une boucle contenant du "twist" et du "writhe": $Wr = 0.7\Phi^2$ et $Tw = 2.3\Phi^2$. L'hélicité totale vaut donc $3\Phi^2$ (Berger 1999). **Droite:** exemple de deux boucles ayant de l'hélicité mutuelle et de l'hélicité propre (du "twist", chaque boucle étant torsadée) (Berger 1999).

4.1.2 Hélicité relative

L'utilisation du potentiel vecteur dans la définition (Eq. 4.1) implique de s'interroger sur l'invariance de jauge de l'hélicité magnétique. Afin d'être physiquement significative, l'hélicité doit être invariante lors d'une quelconque transformation de jauge.

4.1.2.1 Invariance de jauge

Soit un volume \mathcal{V} de surface \mathcal{S} et soit $d\mathbf{S}$ l'élément infinitésimal de surface (le vecteur de direction normale à cette surface dirigé vers l'extérieur du volume), l'hélicité magnétique H'_m obtenue lors de la transformation de jauge $\mathbf{A}' \rightarrow \mathbf{A} + \nabla\phi$, ϕ étant une fonction quelconque, est égale à :

$$H'_m = \int_{\mathcal{V}} \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \, dV + \int_{\mathcal{V}} \nabla\phi \cdot \mathbf{B} \, dV \quad (4.7)$$

$$= H_m + \int_{\mathcal{S}} \phi \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (4.8)$$

en utilisant le théorème de Gauss-Ostrogradsky et $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$. Pour que l'hélicité magnétique soit invariante quelle que soit la transformation de jauge (*i.e.* $\forall \phi$), il faut et il suffit qu'en tout point de la surface \mathcal{S} , la composante normale du champ soit nulle : $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}|_{\mathcal{S}} = 0$. L'hélicité magnétique est donc un invariant de jauge uniquement pour des volumes magnétiques, des volumes où le champ ne traverse pas la surface, donc où \mathbf{B} est entièrement contenu dans \mathcal{V} .

Dans le cas de la couronne solaire cette condition n'est évidemment pas remplie. Du champ magnétique pénètre constamment dans l'atmosphère solaire en particulier au niveau des régions actives photosphériques (voir Sec. 2.1.2.1). La définition usuelle de l'hélicité (Eq. 4.1) ne peut donc pas être employée telle quelle dans le cadre de l'étude de l'atmosphère solaire. Une nouvelle définition a donc été introduite.

4.1.2.2 Définition de l'hélicité relative

Dans le cas de systèmes où du champ magnétique traverse la frontière du volume considéré, Berger & Field (1984) ont démontré qu'il est possible de définir une hélicité

relative, différence entre l'hélicité du champ magnétique étudié et celle d'un champ de référence.

Le champ de référence classiquement employé est le champ potentiel \mathbf{B}_P tel que $\nabla \times \mathbf{B}_P = 0$, donc sans courant électrique. L'hélicité relative, H , peut s'écrire (Finn & Antonsen 1985) :

$$H = \int_V (\mathbf{A} + \mathbf{A}_P) \cdot (\mathbf{B} - \mathbf{B}_P) \, dV \quad (4.9)$$

avec \mathbf{A}_P le potentiel vecteur du champ potentiel ($\nabla \times \mathbf{A}_P = \mathbf{B}_P$).

Soit la transformation de jauge : $\mathbf{A}' \rightarrow \mathbf{A} + \nabla\phi$ et $\mathbf{A}'_P \rightarrow \mathbf{A}_P + \nabla\phi_P$ alors :

$$H' = \int_V (\mathbf{A}' + \mathbf{A}'_P) \cdot (\mathbf{B} - \mathbf{B}_P) \, dV \quad (4.10)$$

$$= H + \int_V \nabla(\phi + \phi_P) \cdot (\mathbf{B} - \mathbf{B}_P) \, dV \quad (4.11)$$

$$= H + \int_S (\phi + \phi_P)(\mathbf{B} - \mathbf{B}_P) \cdot d\mathbf{S} \quad (4.12)$$

L'hélicité relative est donc un invariant de jauge à la condition suffisante que :

$$\mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}|_S = \mathbf{B}_P \cdot d\mathbf{S}|_S \quad (4.13)$$

Il suffit donc de considérer le champ potentiel possédant la même distribution surfacique que le champ réel pour la composante normale. Dans le cas de la mesure de l'hélicité magnétique dans l'atmosphère solaire, afin de s'assurer de l'invariance de jauge, il suffit donc que le champ potentiel de référence soit déterminé à partir du magnétogramme photosphérique de la région étudiée.

Remarquons tout de suite que la mesure directe de l'hélicité dans l'atmosphère solaire est problématique. Pour l'estimer il est nécessaire de déterminer le champ magnétique \mathbf{B} dans tout le volume que l'on désire étudier. A l'heure actuelle, la mesure du champ magnétique est principalement restreinte à la seule photosphère. L'estimation de H ne peut donc se faire que de façon indirecte (des méthodes seront présentées dans les sections 4.2.1.4, 4.2.2 et 4.4).

L'hélicité relative se simplifie en (Jensen & Chu 1984) :

$$H = \int_V \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \, dV - \int_V \mathbf{A}_P \cdot \mathbf{B}_P \, dV = H_m(\mathbf{B}) - H_P \quad (4.14)$$

si et seulement si

$$\int_S (\mathbf{A} \times \mathbf{A}_P) \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (4.15)$$

Ainsi l'hélicité relative représente la différence entre l'hélicité du champ étudié et l'hélicité du champ potentiel, H_P , à la condition suffisante que :

$$\mathbf{A} \times d\mathbf{S}|_S = \mathbf{A}_P \times d\mathbf{S}|_S . \quad (4.16)$$

Cette condition implique l'Eq. (4.13) et, bien qu'elle contraigne les conditions aux limites de \mathbf{A} , elle laisse libre le choix de la jauge du vecteur potentiel.

4.1.2.3 Hélicité du champ potentiel

Soit \mathcal{P} le potentiel dont dérive le champ potentiel : $\mathbf{B}_P = \nabla \mathcal{P}$. L'hélicité du champ potentiel peut donc s'écrire :

$$H_P = \int_{\mathcal{V}} \mathbf{A}_P \cdot \nabla \mathcal{P} \, dV \quad (4.17)$$

$$= \int_{\mathcal{S}} \mathcal{P} \mathbf{A}_P \cdot d\mathbf{S} - \int_{\mathcal{V}} \mathcal{P} \nabla \cdot \mathbf{A}_P \, dV \quad (4.18)$$

et l'on a donc (Berger 1988) :

$$\forall \mathcal{P}, \quad H_P = 0 \iff \begin{cases} \mathbf{A}_P \cdot d\mathbf{S}|_{\mathcal{S}} = 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{A}_P = 0 \end{cases} \quad (4.19)$$

Les conditions données en (4.19) définissent une solution unique pour le potentiel vecteur \mathbf{A}_P (Berger 1988). Muni de ce potentiel vecteur et des conditions définies en (4.13) et (4.16), l'hélicité relative devient strictement égale à l'hélicité du champ à étudier.

De même que dans la plupart des domaines de la physique où la densité d'énergie associée au vide est supposée nulle (puisque additionner une constante ne change pas la dynamique), assigner une hélicité nulle au champ potentiel semble naturel puisque le champ potentiel occupe le niveau minimum d'énergie.

Les conditions (4.13), (4.16) et (4.19) peuvent être facilement contrôlées et imposées dans des simulations numériques (DeVore 2000). Dans le cas des observations, la plupart³ des méthodes permettant de mesurer l'hélicité relative dans les régions actives assurent intrinsèquement la validité de ces conditions, en particulier la méthode basée sur la mesure du flux d'hélicité photosphérique (*c.f.* Sect. 4.2.1.1).

4.1.3 Évolution de l'hélicité

La variation temporelle d'hélicité relative dans un volume \mathcal{V} de surface \mathcal{S} fixe peut s'écrire de manière générale :

$$\frac{dH}{dt} = \int_{\mathcal{V}} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{A} + \mathbf{A}_P) \cdot (\mathbf{B} - \mathbf{B}_P) \, dV + \int_{\mathcal{V}} (\mathbf{A} + \mathbf{A}_P) \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{B} - \mathbf{B}_P) \, dV \quad (4.20)$$

$$= \int_{\mathcal{S}} (\mathbf{A} - \mathbf{A}_P) \times \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{A} + \mathbf{A}_P) \cdot d\mathbf{S} + 2 \int_{\mathcal{V}} \left(\mathbf{A} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \mathbf{A}_P \cdot \frac{\partial \mathbf{B}_P}{\partial t} \right) \, dV \quad (4.21)$$

En utilisant la condition de l'Eq. (4.16), le premier terme du membre de droite disparaît. De plus en utilisant l'équation de Faraday ($\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$; Eq. E.4) on obtient :

$$\frac{dH}{dt} = -2 \int_{\mathcal{V}} \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \, dV - 2 \int_{\mathcal{S}} (\mathbf{E} \times \mathbf{A}) \cdot d\mathbf{S} - 2 \int_{\mathcal{S}} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} \mathbf{A}_P \cdot d\mathbf{S} + 2 \int_{\mathcal{V}} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{A}_P \, dV \quad (4.22)$$

où $\nabla \mathcal{P} = \mathbf{B}_P$. Avec les conditions sur \mathbf{A}_P de l'Eq. (4.19) les deux derniers termes s'annulent. De plus en remarquant que $(\mathbf{E} \times \mathbf{A}) \cdot d\mathbf{S} = (\mathbf{E} \times \mathbf{A}_P) \cdot d\mathbf{S}$ avec l'Eq. (4.16),

3. Régner et al. 2005 ont pris des conditions sensiblement différentes ; même si l'hélicité du champ potentiel est alors non nulle, celle-ci reste très faible comparée à l'hélicité relative du champ réel.

la variation d'hélicité relative se simplifie (Berger & Field 1984) :

$$\frac{dH}{dt} = -2 \int_{\mathcal{V}} \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \, dV - 2 \int_{\mathcal{S}} (\mathbf{E} \times \mathbf{A}_P) \cdot d\mathbf{S} \quad (4.23)$$

Le premier terme du membre de droite, le terme volumique, décrit la dissipation d'hélicité sous l'action du champ électrique. Le second terme, terme de surface, correspond au flux d'hélicité à travers la surface. Il est intéressant de noter que l'équation (4.23) correspond aussi à la variation de l'hélicité totale que l'on obtiendrait en dérivant directement l'Eq. (4.1)⁴.

4.1.3.1 Dissipation

Dans le cadre de l'approximation de la Magnétohydrodynamique (MHD) idéale, où la conductivité électrique est infinie (voir Annexe E.2.3), le champ électrique est perpendiculaire au champ magnétique (Eq. E.17). La dissipation d'hélicité magnétique étant liée au produit scalaire des champs électrique et magnétique (Eq. 4.23), il s'en suit que la dissipation d'hélicité magnétique est nulle en MHD idéale (Woltjer 1958).

L'hélicité magnétique constitue donc un des invariants de la MHD idéale.

Les autres invariants sont l'énergie totale et l'hélicité croisée ($\int \mathbf{v} \cdot \mathbf{B} \, dV$). Dans un système isolé, sans flux d'hélicité magnétique à travers ses frontières, l'hélicité magnétique est conservée. Ceci peut se comprendre car en MHD idéale, les lignes de champ magnétique ne peuvent pas se reconnecter, se recouper. Le nombre de liens des lignes de champ ne peut donc pas varier et l'hélicité magnétique est ainsi conservée.

Une des propriétés fondamentales de l'hélicité magnétique est que ce principe de conservation ne se limite pas au cadre des conditions idéales de la MHD (qui n'existent jamais véritablement). Taylor (1974) conjectura que l'hélicité magnétique devrait être approximativement conservée, même en présence de résistivité. En effet si la relaxation résistive peut faire varier la connectivité d'un certain nombre de lignes de champ, la géométrie globale de l'ensemble des lignes n'est généralement pas modifiée suffisamment pour faire varier sensiblement la quantité globale d'hélicité magnétique (voir Sect. 4.1.4).

Berger (1984) a déduit une limite supérieure stricte à la dissipation d'hélicité possible en présence de résistivité magnétique. Dans le cas où le terme non idéal est due à la dissipation ohmique, $\mathbf{E} = \mathbf{j}/\sigma$ avec σ la conductivité électrique, la dissipation d'hélicité s'écrit :

$$\left. \frac{dH}{dt} \right|_{\text{dis.}} = -2 \int_{\mathcal{V}} \frac{\mathbf{j} \cdot \mathbf{B}}{\sigma} \, dV. \quad (4.24)$$

L'énergie magnétique contenue dans le volume \mathcal{V} étant $W = \int B^2/2\mu_0 \, dV$, la dissipation Ohmique d'énergie est égale à : $|dW/dt| = \int j^2/\sigma \, dV$. Par l'inégalité de Schwartz, la dissipation d'hélicité est inférieure à (Berger 1984) :

$$\left| \left. \frac{dH}{dt} \right|_{\text{dis.}} \right| \leq \sqrt{\frac{8\mu_0}{\sigma} W} \left| \left. \frac{dW}{dt} \right| \right| \quad (4.25)$$

4. Les conditions choisies impliquent $H = H_m$, le résultat est donc logique. On peut néanmoins remarquer que l'annulation du premier terme dans l'Eq. (4.21) justifie *a posteriori* le choix de la condition de l'Eq. (4.16), afin de simplifier l'expression de l'Eq. (4.23)

Considérons, un système isolé sans transfert d'énergie ni d'hélicité à travers ses frontières (en tout cas faible pendant le temps de la reconnexion). Il est possible de définir une échelle de longueur $L = |H|/\mu_0 W$, qui correspond à la taille effective des structures hélicoïdales. Si l'on considère des mécanismes de dissipation tel que la reconnexion, dissipant toute l'énergie libre du système en un temps Δt , l'intégration de l'Eq. (4.25) sur le temps donne :

$$\left| \frac{\Delta H}{H} \right| \leq \sqrt{\frac{8\Delta t}{\tau_d}} \quad (4.26)$$

où $\tau_d = \mu_0 \sigma L^2$ est l'échelle de temps de la dissipation. D'après l'équation (4.26), il apparaît que la variation d'hélicité devient négligeable pour des durées inférieures au temps de dissipation ohmique global, $\Delta t \ll \tau_d$.

Par exemple pour une boucle coronale de longueur $l = 100$ Mm, dans laquelle les lignes de champ font un tour⁵, alors la longueur caractéristique L est de l'ordre de 5 Mm (Berger 1984). Lors d'une éruption de durée $\Delta t = 1000$ s, pour une conductivité classique du plasma $\mu_0 \sigma \sim 1 \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}$ (prise pour $T = 10^6$ K), le rapport de l'hélicité dissipée à l'hélicité totale contenue dans la boucle est de l'ordre de $|\Delta H|/H = 10^{-5}$. L'hélicité magnétique est ainsi quasiment conservée lors des événements de reconnexion dans la couronne. En remarquant que la reconnexion se produit souvent dans des volumes plus petits que l'ensemble de la structure magnétique, Berger (1999) note que la variation d'hélicité doit être encore plus faible. La conservation de l'hélicité magnétique a été effectivement confirmée par les simulations numériques et par des expériences en laboratoire (Antiochos et al. 1999; Ji 1999).

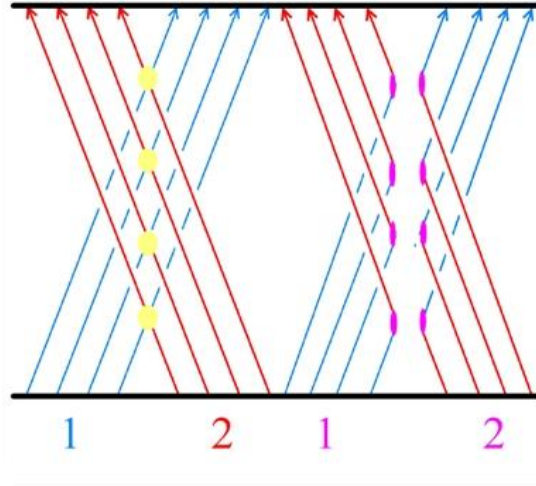


FIG. 4.3 –: Deux tubes de flux, composés chacun de 4 sous-tubes de flux, se reconnectant. Initialement les sous-tubes se croisent 16 fois, et 12 fois après la première phase de reconnexion (Berger 2003). L'hélicité de ces tubes étant liée aux nombres de croisement des lignes de champ, la variation d'hélicité est donc relativement faible par rapport à l'hélicité initiale. L'hélicité mutuelle initiale est transformée en hélicité propre.

5. Ce qui correspond à une valeur de α de l'ordre de 0.1 Mm^{-1} dans le cas d'une champ sans force, pour un champ axial uniforme.

La conservation de l'hélicité lors de la reconnexion peut se voir de la manière suivante. Considérons deux tubes de flux liés une fois (deux boucles jointes), de flux Φ et de rayon R . L'hélicité totale vaut donc Φ^2 . Lorsque ces tubes sont amenés en contact par les mouvements du milieu, et qu'ils se reconnectent, leur hélicité mutuelle va être convertit en hélicité propre. Le nombre de Reynolds magnétique, \mathcal{R}_m , de ces tubes vaut $\mu_0 \sigma R V_0$ (voir Eq. 2.4), avec V la vitesse caractéristique. Si l'on divise ces tubes en \mathcal{R}_m^2 sous-tubes, le flux de chacun de ces sous-tubes sera égal à $d\Phi = \Phi/\mathcal{R}_m$. De plus, le nombre de Reynolds magnétique de ces sous-tubes sera égal à 1, *i.e.* leur rayon sera de l'ordre de l'échelle de dissipation. Lorsque les tubes de flux initiaux interagiront, dans un premier temps, ce sont en fait les différentes paires de sous-tubes qui participeront à la reconnexion (voir Fig. 4.3). Dans cette approche l'évolution est idéale (sans perte d'hélicité), sauf lorsque des sous-tubes reconnectent. La perte d'hélicité lors de la reconnexion de deux sous-tubes est au plus égale à $(d\Phi)^2$ (leur hélicité mutuelle). Un nombre minimum de \mathcal{R}_m^2 reconnexions (une part couple de sous-tubes) est nécessaire pour reconnecter complètement les deux tubes de flux. La perte d'hélicité totale sera donc de l'ordre de $\mathcal{R}_m^2 d\Phi^2 = \Phi^2/\mathcal{R}_m^2$. La perte relative d'hélicité est ainsi seulement de l'ordre de \mathcal{R}_m^{-2} . Pour un grand nombre de Reynolds magnétique, la variation d'hélicité lors de la reconnexion est donc significativement plus faible que l'hélicité initiale. Pour qu'une plus grande quantité d'hélicité soit dissipée, il faut que la reconnexion se poursuive sur un temps plus important, nécessitant de nombreuses interactions entre les différents sous-tubes.

La conservation de l'hélicité magnétique peut aussi se comprendre dans le cadre de la turbulence MHD. Pouquet et al. (1976) découvrirent dans une simulation numérique que l'hélicité magnétique a tendance à s'accumuler à faible fréquence spatiale (*i.e.* aux grandes échelles spatiales) au cours du temps. Cette **propriété de cascade inverse de l'hélicité magnétique**, s'oppose au comportement de l'énergie, qui évolue au contraire vers les grandes fréquences spatiales. Cette cascade inverse se produit lors de la relaxation du système mais aussi en présence d'un forçage mécanique, comme pour l'effet dynamo (Alexakis et al. 2006). Si l'on exprime l'énergie et l'hélicité en terme de spectre de puissance, Frisch et al. (1975) ont montré que les densités spectrales d'énergie $E(k)$ et d'hélicité magnétique $H(k)$ associées à la fréquence spatiale k sont tel que :

$$\mu_0 E(k) \geq k H(k) \quad (4.27)$$

Ainsi pour une quantité donnée d'hélicité magnétique, l'énergie magnétique du système sera plus faible si l'hélicité est stockée aux grandes échelles spatiales. Ainsi la dissipation d'énergie s'accompagne d'une migration de l'hélicité magnétique vers les grandes échelles spatiales. Or les mécanismes de dissipation sont beaucoup plus efficaces aux petites échelles spatiales. L'énergie magnétique est donc dissipée beaucoup plus rapidement que l'hélicité magnétique.

La conservation de l'hélicité magnétique dans les milieux à haut nombre de Reynolds magnétique, telle la couronne solaire, même au cours des reconnexions magnétiques, constitue une propriété particulièrement intéressante. Les implications de cette propriété, font de l'hélicité une quantité clef pour comprendre un certain nombre de mécanismes de l'activité solaire comme les éruptions solaires (voir Sect. 4.1.4), et les éjections de masse coronales (voir Sect. 4.2.4).

4.1.3.2 Flux d'hélicité

Ainsi, dans les milieux à haut nombre de Reynolds magnétique telle la couronne, la variation d'hélicité dans un volume donné est uniquement due aux termes de flux à travers la surface. En écrivant, $\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{R}$, avec \mathbf{R} le terme résistif, la variation d'hélicité (Eq. 4.23) devient donc :

$$\frac{dH}{dt} = 2 \int_{\mathcal{S}} ((\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{A}_P) \cdot d\mathbf{S} - 2 \int_{\mathcal{S}} (\mathbf{R} \times \mathbf{A}_P) \cdot d\mathbf{S} \quad (4.28)$$

Dans le cas de la photosphère, le terme dissipatif correspond à une perte d'hélicité magnétique dans le transfert de la zone de convection vers la couronne. Ce terme fait intervenir les courants tangents à la surface. Ces courants ne sont pas mesurables pour le moment et donc on ne peut pas estimer actuellement la perte d'hélicité résultante. Néanmoins, de même que dans tout plasma chaud, le terme de dissipation d'hélicité doit être faible et sera négligé par la suite.

Considérons maintenant le vecteur unitaire $\hat{\mathbf{n}}$ normal à \mathcal{S} en tout point de \mathcal{S} et dirigé vers l'intérieur de \mathcal{V} tel que $\hat{\mathbf{n}} dS = -d\mathbf{S}$. En utilisant l'Eq. (4.19), et donc le fait que la composante normale de \mathbf{A}_P est nulle, l'hélicité injectée dans \mathcal{V} s'écrit :

$$\frac{dH}{dt} = 2 \int_{\mathcal{S}} [(\mathbf{A}_P \cdot \mathbf{B}_t)v_n - (\mathbf{A}_P \cdot \mathbf{v}_t)B_n] dS \quad (4.29)$$

l'indice $_n$ (resp. $_t$) représentant la composante parallèle (resp. perpendiculaire) à $\hat{\mathbf{n}}$. Contrairement à l'énergie, l'hélicité n'est pas une quantité strictement positive. Des précautions doivent donc être prise lors de l'interprétation du flux d'hélicité. Si $H > 0$ dans \mathcal{S} , alors $dH/dt > 0$ signifie bien un accroissement d'hélicité pour le volume \mathcal{S} considéré ($\hat{\mathbf{n}}$ est dirigé vers l'intérieur du volume) et les structures magnétiques deviennent plus hélicoïdales dans le volume. Cependant, cette augmentation d'hélicité peut s'interpréter aussi bien comme un "don" vers l'extérieur du volume d'hélicité négative que comme la réception d'une quantité positive d'hélicité. Par contre si le volume contient une hélicité négative, $H < 0$, un flux positif $dH/dt > 0$ implique que son hélicité devienne plus petite (en valeur absolue) et donc que les structures magnétiques qu'il contient deviennent moins hélicoïdales.

L'équation (4.29) fait naturellement apparaître deux sources possibles de flux d'hélicité. Le premier terme, en v_n , correspond à de l'hélicité injectée (ou éjectée) par advection d'hélicité dans \mathcal{V} . Le second terme correspond lui à un flux d'hélicité dû à des mouvements parallèles à \mathcal{S} . En effet, le déplacement des pieds des lignes de champ ancrées en \mathcal{S} , par cisaillement, modifie la géométrie des lignes du champ magnétique à l'intérieur de \mathcal{V} et transfère donc de l'hélicité magnétique.

4.1.4 L'hélicité magnétique et la reconnexion

4.1.4.1 Le principe de Woltjer-Taylor

Une des propriétés importantes de l'hélicité magnétique a été démontrée par Woltjer (1958). Soit un volume \mathcal{V} contenant une hélicité H_0 non nulle. Alors il existe un niveau d'énergie magnétique minimum dans ce volume. Par une méthode de variation lagrangienne, Taylor (1974) a montré que ce niveau d'énergie minimum est atteint lorsque le

champ magnétique est sans force linéaire ($\mu_0 \mathbf{j} = \alpha_0 \mathbf{B}$, voir Annexe F.1), de constante de cisaillement α_0 , déterminé par l'hélicité H_0 contenue dans le volume. Autrement dit, dans le cas d'un volume magnétique fermé⁶, l'énergie E , d'un champ \mathbf{B} est telle que : $E > |\alpha_0 H_0 / \mu_0|$.

Ainsi si dans un volume donné, l'hélicité ne varie pas au cours du temps, lorsque la configuration magnétique se relaxe en minimisant son énergie magnétique, le champ doit relaxer vers le champ sans force linéaire (Taylor 1974). Ceci définit le théorème de Woltjer-Taylor. L'application de ce théorème est bien vérifié en laboratoire (Yamada 1999). Dans le cas de la couronne solaire, l'hélicité n'étant pas dissipée, et si le flux d'hélicité photosphérique est faible par rapport à l'hélicité contenue dans la couronne, alors l'application du théorème de Taylor semble judicieuse (Heyvaerts & Priest 1984). Ainsi lors de la reconnexion, qui permet la dissipation résistive de l'énergie et qui ne modifie pas la quantité d'hélicité (Sect. 4.1.3.1), le champ magnétique doit devenir sans force linéaire. Cela justifie souvent l'approximation faite lors des extrapolation du champ magnétique (voir Annexe F).

La topologie du champ dans la couronne serait alors gouvernée par la quantité d'hélicité. Mais l'application du théorème de Woltjer-Taylor dans la couronne solaire n'est que peu vraisemblable (Antiochos et al. 1999). Les observations montrent que des forces de Lorentz existent en permanence dans la basse atmosphère (Metcalf et al. 1995). Dans la couronne, des structures avec de la torsion ou du cisaillement très localisés sont fréquemment observées (Gary et al. 1987; Schmieder et al. 1996). Enfin les simulations numériques d'évolution du champ magnétique coronal trouvent rarement un champ final sans force linéaire (Karpen et al. 1998; DeVore 2000; Amari & Luciani 2000).

L'une des raisons est que la reconnexion ne concerne généralement qu'un nombre limité de lignes de champ, celles proches des séparateurs et/ou des quasi-séparatrices et donc un volume relativement restreint du domaine (Antiochos et al. 1999). En fait la reconnexion permet le transfert de l'hélicité d'une sous-partie à l'autre du volume total (Low 1999; Linton & Antiochos 2002; Low & Berger 2003). Dans la région où se déroule la reconnexion, la modification de la connectivité des lignes de champ permet le transfert d'importantes quantités d'hélicité de certaines structures vers d'autres. Mais la reconnexion n'est pas un processus qui peut se développer et évoluer librement. Ceci vient de la difficulté de former des nappes de courant dans l'atmosphère solaire (voir sect. 3.4). Si de l'énergie est bien dissipée, la relaxation ne concernant pas l'ensemble du volume, des gradients du paramètre α subsistent ($\mathbf{j} = \alpha \mathbf{B}$ pour un champ sans force, voir Annexe F.1).

La relaxation du champ magnétique, si elle n'amène pas à un champ sans force linéaire, implique une redistribution de l'hélicité. Ceci permet d'expliquer la formation de structures torsadées à partir de champ cisailé⁷ (Zhang & Low 2005b). Tout en gardant une hélicité totale constante, la reconnexion permet ainsi une modification du mode de stockage de l'hélicité. Cela est particulièrement important pour certains mécanismes de l'activité solaire comme l'émergence de tubes torsadés (voir Sect. 4.2.1.5) ou la formation des CMEs (voir Sect. 4.2.4.2).

6. Dans le cas d'un volume ouvert, la relation est plus complexe : une intégrale surfacique dépendant de la distribution du champ magnétique sur la surface doit être prise en compte (Berger 1988).

7. Et inversement comme nous le verrons par la suite.

4.1.4.2 Annihilation d'hélicité

L'hélicité peut aussi intervenir d'une autre manière dans le mécanisme de reconnexion. Considérons une dissipation d'énergie au cours de laquelle l'hélicité reste constante dans le volume. Pour une énergie initiale donnée, plus l'hélicité initiale sera grande, moins l'énergie potentiellement libérable sera importante. Ceci car le niveau d'énergie minimum d'un système isolé est proportionnel à la quantité totale d'hélicité qu'il contient. Par contre, s'il est possible de faire diminuer l'hélicité totale en même temps que l'énergie est dissipée, le niveau minimum d'énergie accessible sera plus bas que si l'hélicité était restée constante. Par conséquent une plus grande quantité d'énergie pourra être libérée.

Dans la couronne, la dissipation d'hélicité est très faible. Il en découle que pour un volume confiné, le seul moyen de faire diminuer l'hélicité relative est de l'annihiler. Ceci peut être réalisé en faisant interagir des volumes contenant des hélicités de signes opposés. Ainsi une énergie plus importante peut être libérée lors de la reconnexion (Kusano et al. 1995). Les simulations numériques de reconnexion entre tubes de flux torsadés (Linton et al. 2001; Linton & Antiochos 2005) montrent en effet que la reconnexion est plus violente et que plus d'énergie est libérée lorsque des tubes de torsions opposées, et donc de signes d'hélicité opposés, interagissent. Ce type de reconnexion, impliquant de l'annihilation d'hélicité, est à la base du modèle d'éruption de Kusano et al. (2002). En appliquant un profil de cisaillement présentant une inversion de direction au sein de chaque polarité, Kusano et al. (2004b) fait reconnecter des régions d'hélicité de signes opposés. Ceci entraîne non seulement une importante libération d'énergie magnétique mais aussi la formation d'un tube de flux magnétique torsadé qui est éjecté.

Ce type de modèle était originellement motivé par l'observation d'une injection simultanée de flux d'hélicité de signes opposés dans les régions actives. Nous démontrons néanmoins dans la section 4.3 que les cartes de densité de flux d'hélicité employées jusqu'à présent doivent être considérées avec précaution.

4.2 L'hélicité magnétique dans l'atmosphère solaire

Nous avons vu dans la section 2.1.2.2, que de très nombreuses structures torsadées et cisillées étaient présentes dans le soleil et son atmosphère. Nous avons aussi vu que ces torsions et cisaillements étaient fondamentaux pour de nombreux mécanismes de la physique solaire, en particulier pour l'émergence du champ magnétique (*c.f.* Sect. 2.2.2.2). L'hélicité magnétique représente une mesure naturelle globale de ces torsions et cisaillements. Les développements théoriques, en particulier la définition de l'hélicité relative (voir Sect. 4.1.2), ont récemment permis l'étude quantitative de l'hélicité dans la couronne.

Dans cette partie, nous verrons comment l'hélicité est injectée au niveau photosphérique, la manière dont elle est stockée dans la couronne puis éjectée dans l'espace interplanétaire. Je présenterai aussi les méthodes de mesures de l'hélicité dans les différentes couches de l'atmosphère solaire. Nous verrons pourquoi l'hélicité est si fondamentale pour comprendre l'existence des éjections de masse coronales (CMEs). Nous verrons aussi pourquoi l'étude de l'injection photosphérique d'hélicité magnétique, sur laquelle est basée une partie de mon travail de thèse, est la principale source d'information sur l'hélicité magnétique.

4.2.1 L'injection d'hélicité dans l'atmosphère solaire

L'hélicité générée dans l'intérieur solaire est ensuite transportée dans la zone de convection par les tubes de flux magnétiques (voir Sect. 2.2.2). Lors du transport dans la zone de convection, l'hélicité n'étant pas dissipée, l'hélicité contenue dans les tubes de flux est conservée. Il apparaît ainsi que la mesure du flux d'hélicité magnétique à travers la photosphère est une donnée clef qui devrait permettre de contraindre les modèles de transport de tubes de flux ainsi que les modèles de dynamo. Son observation devrait ainsi apporter un nombre substantiel d'informations. Si la mesure directe de l'hélicité est impossible par manque de mesure directe du champ magnétique dans la couronne (voir Sect. 4.1.2.2), l'estimation du flux photosphérique est beaucoup plus simple.

4.2.1.1 Mesure du flux d'hélicité

Pour déterminer le flux photosphérique d'hélicité (Eq. 4.29) seules trois quantités doivent être déterminées.

☞ Tout d'abord, le champ magnétique photosphérique \mathbf{B} est mesuré par spectropolarimétrie. Même si de plus en plus de magnétogrammes vectoriels, fournissant les trois composantes de \mathbf{B} , ont été récemment développés, tel THEMIS (Iles Canaries), IVM (Hawaï), Huairou (Chine) et bientôt SXT (satellite Solar-B⁸), bien souvent seuls des magnétogrammes longitudinaux où seule la composante du champ le long de la ligne de visée B_l est mesurée, sont disponibles avec une cadence temporelle suffisante. Pour les régions actives proches du centre du disque, les effets de projection sont faibles et l'on corrige la composante longitudinale en supposant que le champ est radial (localement vertical) pour obtenir la composante normale (à la photosphère), $B_n = B_l / \cos \varphi$, avec φ l'angle héliocentrique de la région considérée au centre disque. L'idéal est, bien sûr, de pouvoir déterminer la véritable composante normale du champ en utilisant des magnétogrammes vectoriels. Par la suite, lorsque nous parlerons de magnétogrammes nous supposerons que ce sont ceux de la composante normale à la surface, en gardant à l'esprit que si l'on ne dispose que de magnétogrammes longitudinaux, les effets de projections modifient un peu la mesure du flux d'hélicité (voir l'Annexe A dans Chae et al. 2001).

☞ En second lieu, il est possible de déterminer le potentiel vecteur \mathbf{A}_P du champ potentiel à partir de ces magnétogrammes. Dans la jauge de Coulomb ($\nabla \cdot \mathbf{A}_P = 0$), les composantes parallèles à la photosphère, supposée plane⁹ sont directement déterminées à partir de la composante normale du champ par transformée de Fourier (Chae 2001). La liberté sur la composante normale du potentiel vecteur permet d'imposer $\mathbf{A}_{P,n} = 0$ et de satisfaire ainsi la première condition de l'Eq. (4.19). La jauge de \mathbf{A} reste, quant à elle, complètement libre.

8. lancement prévu en octobre 2006

9. La taille d'une région active, sur laquelle est généralement mesurée le flux d'hélicité, étant beaucoup plus faible que le diamètre solaire, respectivement de l'ordre de 100 et de 1500 Mm, nous supposons la photosphère plane à l'échelle des régions actives. Cela simplifie notablement les calculs de \mathbf{A}_P .

✎ La dernière quantité qui doit être mesurée pour déduire le flux d'hélicité est le champ de vitesse photosphérique du plasma \mathbf{v} . La composante longitudinale (le long de la ligne de visée) de ce champ peut être mesurée grâce à l'effet Doppler, mais cette information n'est pas suffisante pour calculer le flux d'hélicité. Pour déterminer la composante horizontale \mathbf{v}_t , Chae (2001) a montré qu'il était possible d'employer la méthode de "Local Correlation Tracking" (LCT; November & Simon 1988). La technique de la LCT consiste à mesurer le déplacement rigide d'une sous-région (limitée à une fenêtre choisie) entre deux images successives. Plus précisément, la LCT mesure le coefficient de corrélation entre sous-régions voisines dans deux images successives. Pour chaque paire d'images, le coefficient de corrélation est calculé sur une fenêtre, centrée à la position \mathbf{x}_0 , de taille caractéristique w . Le coefficient de corrélation est exprimé comme une fonction de $\delta\mathbf{x}$, le déplacement appliqué à la première image. Le déplacement $\delta\mathbf{x}_m$ qui maximise le coefficient de corrélation donne une vitesse horizontale $\mathbf{u}_{LCT}(\mathbf{x}_0) = \delta\mathbf{x}_m/\Delta t$, Δt étant la différence temporelle entre les deux images. w et Δt sont les deux paramètres importants de la LCT qui définissent la résolution spatiale et temporelle et contrôlent la qualité des résultats.

Dans le cas de la mesure du flux d'hélicité ce sont des magnétogrammes qui sont utilisés (Chae 2001; Chae et al. 2001; Moon et al. 2002a; Nindos et al. 2003). Le champ de vitesse photosphérique \mathbf{u}_{LCT} calculé par LCT suppose que toutes les variations de B_n proviennent de l'advection :

$$\frac{\partial B_n}{\partial t} + (\mathbf{u}_{LCT} \cdot \nabla) B_n = 0 \quad (4.30)$$

Initialement, comme seule une vitesse horizontale était déterminée par LCT, il était admis que seul le terme d'injection par cisaillement (voir Eq. 4.29) pouvait être mesuré. Néanmoins il faut remarquer qu'en appliquant la LCT à des magnétogrammes nous suivons en fait l'intersection photosphérique des tubes de flux et non la vitesse du plasma. La LCT détermine ici l'évolution des structures magnétiques, le déplacement des pieds des tubes de flux. Ainsi généralement $\mathbf{u}_{LCT} \neq \mathbf{v}_t$. Démoulin & Berger (2003) ont ainsi montré que le champ de vitesse mesuré par LCT comporte de l'information sur la composante horizontale du champ de vitesse mais aussi sur la composante normale.

Considérons par exemple un tube de flux rectiligne, émergeant verticalement (voir Fig. 4.4, gauche). Si ce tube de flux est incliné par rapport à la surface (et qu'il existe donc une composante horizontale du champ magnétique \mathbf{B}_t), l'intersection entre ce tube de flux et la surface se déplace le long de la surface au cours de l'émergence. Ainsi, bien que le plasma ne présente aucune vitesse horizontale, la LCT détecterait une vitesse $\mathbf{u} = -v_n \mathbf{B}_t / B_n$. Plus généralement, la vitesse photosphérique des pieds des lignes de champs, \mathbf{u} , est reliée au champ de vitesse du plasma photosphérique par la relation (Démoulin & Berger 2003) :

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}_t - \frac{v_n}{B_n} \mathbf{B}_t. \quad (4.31)$$

Ainsi, utilisant cette équation, le flux d'hélicité (Eq. 4.29) se réécrit :

$$\frac{dH}{dt} = -2 \int_S (\mathbf{A}_P \cdot \mathbf{u}) B_n \, d\mathcal{S}, \quad (4.32)$$

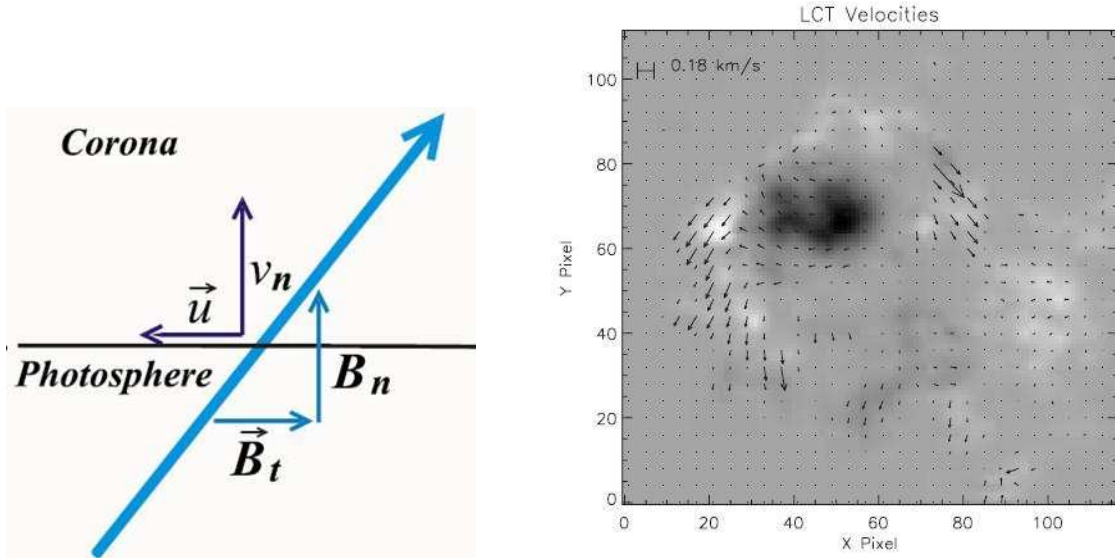


FIG. 4.4 –: **Gauche:** vitesse photosphérique \mathbf{u} du pied d'un tube de flux, émergeant verticalement à la vitesse v_n (Démoulin & Berger 2003). **Droite:** magnétogramme longitudinal de la région active 8100 et champ de vitesse photosphérique déterminé par “Local Correlation Tracking” (Welsch et al. 2004)

La LCT permet d'obtenir une estimation de \mathbf{u} (voir Fig. 4.4, droite). En supposant que $\mathbf{u}_{LCT} \simeq \mathbf{u}$, le flux total d'hélicité est donc directement donné par le champ de vitesse déterminé par LCT. On peut aussi remarquer que seule la composante normale du champ magnétique est nécessaire. Ainsi même si seul le champ longitudinal est disponible, malgré les problèmes liés aux effets de projection, le flux total d'hélicité peut être estimé relativement correctement.

4.2.1.2 Biais de la LCT

La méthode de “Local Correlation Tracking” (LCT) induit néanmoins certains biais dans l'estimation de \mathbf{u} (Démoulin & Berger 2003; Nindos et al. 2003; Chae et al. 2004a). Tout d'abord la LCT fonctionne mal sur les régions de contraste limité comme dans le centre des taches solaires observées avec MDI/SoHO¹⁰. De plus, la LCT ne peut pas déterminer les vitesses et les déformations de structure d'une taille inférieure à w . La LCT est aussi incapable de détecter des mouvements d'une durée inférieure à l'intervalle Δt .

Mais le principal problème de la LCT concernant l'étude de l'injection d'hélicité, reste qu'un certain nombre de mouvements sont indétectables par la LCT. Tous les déplacements ne modifiant pas la distribution spatiale de B_n , impliquant des vitesses orthogonales aux gradients de B_n , ne sont pas pris en compte (voir Eq. 4.30). Parmi ces mouvements se trouvent les mouvements de rotation qui sont pourtant d'excellents pourvoyeurs d'hélicité. Gibson et al. (2004), en modélisant l'émergence d'un tube de flux torsadé ont montré que la mesure du flux d'hélicité par LCT sous-estimait ainsi fortement le flux réel d'hélicité. Heureusement, dans les régions actives réelles la distribution du champ est bien plus contrastée que dans leur modèle théorique. Une portion

¹⁰. L'amélioration des mesures du champ magnétique, en particulier en terme de résolution, devraient faire apparaître de plus en plus de structures, et permettre d'éliminer la “saturation” du signal magnétique, améliorant de fait les capacités de la LCT.

signifiante du flux d'hélicité peut malgré tout être perdu. Il faut enfin remarquer que l'équation de la LCT (Eq. 4.30), est inconsistante avec la composante normale de l'équation idéale d'induction (Longcope 2004; Schuck 2005, Eq. E.20, *c.f.*). La LCT néglige ainsi l'évolution du champ donnée par le terme $B_n \nabla_t \mathbf{u}$. Ce terme étant généralement faible, le champ de vitesse déterminé par LCT reste globalement correct.

Pour pallier les problèmes de la LCT, plusieurs méthodes se développent afin d'améliorer la mesure des vitesses horizontales des pieds des lignes de champ (Kusano et al. 2002; Longcope 2004; Welsch et al. 2004). Les vitesses données par la LCT sont utilisées comme une première estimation du champ de vitesse horizontale. Puis la composante normale de l'équation de l'induction ainsi que d'autres contraintes (comme une minimisation de l'énergie dans le cas de Longcope 2004) sont utilisées pour contraindre le champ vitesse à une unique solution physiquement valide. Ces méthodes requièrent la mesure du champ magnétique horizontal \mathbf{B}_t et ne peuvent donc pas être utilisées systématiquement. Schuck (2005) a, quant-à-lui, montré comment modifier la formulation de la méthode LCT afin de la rendre compatible directement avec l'équation d'induction. L'application de ces nouvelles méthodes devrait améliorer sensiblement la précision de l'estimation du flux d'hélicité.

4.2.1.3 Origine de l'injection d'hélicité

La mesure du flux a ainsi permis d'étudier l'origine de l'injection photosphérique d'hélicité et de répondre à la question : où se déroule l'injection d'hélicité? Welsch & Longcope (2003) ont estimé que le flux d'hélicité sur l'ensemble du soleil calme (hors région active) est de l'ordre de $5 \times 10^{39} \text{ Mx}^2 \cdot \text{jour}^{-1}$ soit un flux total pour l'ensemble du cycle de l'activité solaire de l'ordre de 10^{43} Mx^2 . Cette valeur est complètement négligeable comparée à l'injection d'hélicité au niveau des régions actives. En effet, le flux dans une unique région active est de l'ordre de $10^{42} \text{ Mx}^2 \cdot \text{jour}^{-1}$. L'hélicité totale injectée au niveau des régions actives lors d'un cycle d'activité solaire est estimé à 10^{46} Mx^2 . Cette valeur peut se retrouver en considérant un nombre moyen de 250 régions actives par cycle de durée de vie moyenne de l'ordre de 40 jours. Ceci justifie l'intérêt exclusif porté aux régions actives dans cette thèse.

Quel mécanisme est à l'origine de l'hélicité injecté dans les régions actives? La mesure des vitesses par "Local Correlation Tracking" (LCT; Eq. 4.32) donne l'injection globale de l'hélicité et ne permet donc pas de séparer le terme d'injection par émergence de celui par cisaillement (Eq. 4.29, voir aussi discussion Sect. 4.2.1.5). Le champ de vitesse induit par la rotation différentielle étant connu empiriquement, il est possible de déterminer analytiquement l'injection d'hélicité dans des régions actives modèles (Devore 2000; Démoulin et al. 2002a). Observationnellement, en soustrayant la rotation différentielle au champ de vitesse donnée par la LCT, il est possible d'étudier séparément l'injection d'hélicité due à la rotation différentielle et l'injection d'hélicité due aux seuls mouvements propres de la région active (Chae et al. 2001). Cette injection est due au mécanisme général d'émergence du champ magnétique au niveau des régions actives, auquel s'ajoute le cisaillement par les mouvements photosphériques hors rotation différentielle.

Avec un flux magnétique Φ ($\sim 10^{22} \text{ Mx}$), l'injection d'hélicité moyenne due à la rotation différentielle est de l'ordre de $10^{-5} - 10^{-4} \Phi^2 \cdot \text{hr}^{-1}$ tandis que l'injection propre à la région active est de l'ordre de $10^{-4} - 10^{-3} \Phi^2 \cdot \text{hr}^{-1}$. Remarquons que le flux d'héli-

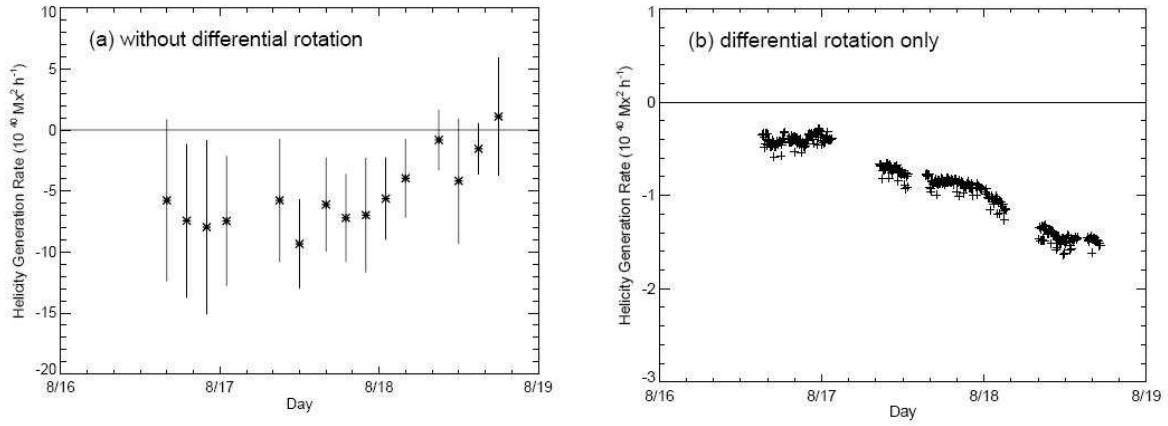


FIG. 4.5 –: Flux photosphérique d'hélicité dans la région active 8668. **Gauche:** flux dû aux mouvements propres. **Droite:** flux dû à la rotation différentielle (Chae et al. 2001).

cité peut varier fortement d'une région à l'autre, d'un à deux ordres de grandeur (voir tableau 1 et 3 respectivement dans van-Driel Gesztelyi et al. 2003; Nindos et al. 2003). Cependant, l'injection d'hélicité par rotation différentielle est négligeable, car généralement d'un ordre de grandeur inférieure à l'injection d'hélicité propre à la région active (voir Fig. 4.5 ainsi que Chae 2001; Chae et al. 2001; Kusano et al. 2002; Nindos & Zhang 2002; Nindos et al. 2003; Pevtsov et al. 2003).

4.2.1.4 Mesure de l'injection d'hélicité dans la couronne

La mesure du flux d'hélicité permet aussi de mesurer l'injection totale d'hélicité dans la couronne solaire. En intégrant l'hélicité au cours du temps, on détermine une différence d'hélicité entre deux instants. Lorsqu'on observe une région active depuis son émergence (son hélicité coronale initiale est donc nulle), si cette région n'éjecte pas d'hélicité dans l'espace interplanétaire (cf. Sect. 4.2.4.1), et si elle n'interagit pas ou peu avec d'autres régions actives, alors, comme la dissipation d'hélicité est quasi-nulle dans la couronne, l'intégrale temporelle du flux est égale à l'hélicité coronale totale stockée dans cette région active (Chae et al. 2001).

La figure 4.6 présente deux exemples de mesure du flux d'hélicité et de l'hélicité accumulée. Le flux d'hélicité présente des variations à plusieurs échelles, de l'ordre de la minute, de l'heure et de la journée. Si les variations de périodes supérieures à l'heure ne sont pas dues à des bruits de mesure (Yamamoto et al. 2005), les fluctuations de l'ordre de la minute sont, elles, principalement dues aux erreurs et aux biais induits par la méthode de mesure. Hartkorn & Wang (2004) ont estimé la fluctuation du flux d'hélicité dû au bruit de l'ordre de $10^{41} \text{ Mx}^2 \cdot \text{h}^{-1}$. En particulier, le flux à l'échelle de la dizaine de minutes est très sensible aux valeurs des paramètres de la LCT. Par contre le flux moyenné sur une heure ne dépend que peu de ces paramètres (Chae et al. 2004a).

Le développement de ces méthodes de mesure de l'hélicité a ainsi été à l'origine de la multiplication des travaux s'intéressant aux liens entre l'hélicité magnétique et différents phénomènes de l'activité solaire, tels que la formation de filaments (Chae et al. 2001; Romano et al. 2005), le développement de régions actives et la distribution photosphérique d'hélicité (Chae et al. 2001, 2004a; Kusano et al. 2002, 2003, 2004a; Pevtsov et al. 2003; Yokoyama et al. 2003, voir aussi Sect. 4.3), la formation des sig-

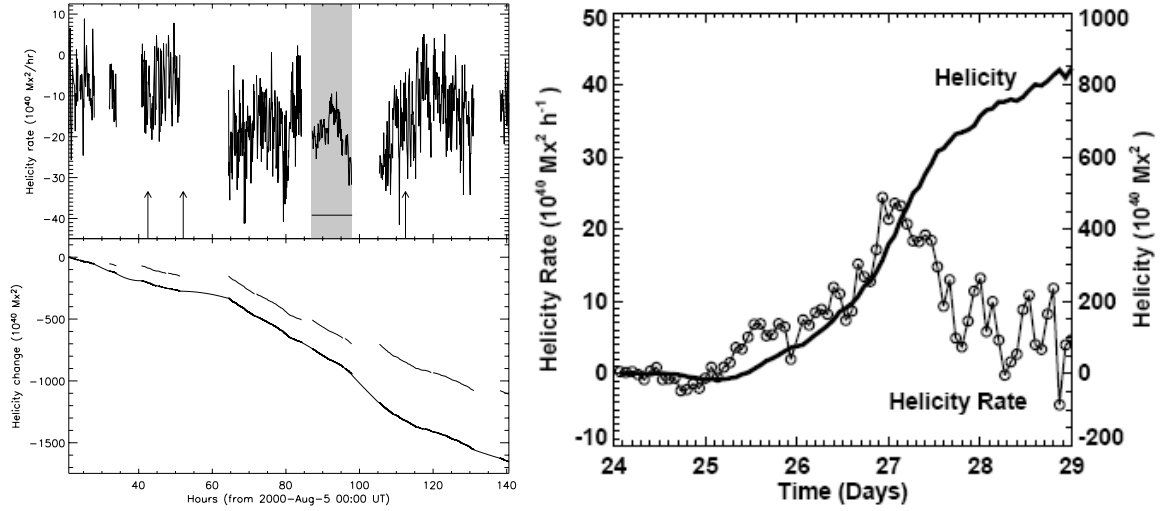


FIG. 4.6 —: Flux d'hélicité et hélicité totale injectée dans les régions actives 9114 (Gauche: Nindos et al. 2003) et 10365 (Droite: Chae et al. 2004a)

moïdes (Yamamoto et al. 2005), et le développement des CMEs (Nindos & Zhang 2002; Nindos et al. 2003, voir aussi Sect. 4.2.4).

L'étude du lien entre l'hélicité et les éruptions solaires, et en particulier du rôle de l'hélicité dans les mécanismes de reconnexion (voir sect. 4.1.4), est une thématique particulièrement analysée (Hartkorn & Wang 2004; Maeshiro et al. 2005; Moon et al. 2002a,b, 2003b,a). Moon et al. (2002a) ont ainsi montré une corrélation entre des pics du flux d'hélicité et l'augmentation du flux X qui caractérise les éruptions solaires. Hartkorn & Wang (2004) ont néanmoins démontré que ce lien était artificiellement causé par la perturbation des raies photosphériques lors de l'éruption. Ces perturbations provoquent des erreurs de la mesure du champ magnétique allant jusqu'à une inversion apparente du signe (Patterson 1984; Qiu & Gary 2003), ce qui biaise fortement la mesure du flux d'hélicité. Ainsi le rôle théorique supposé de l'hélicité magnétique dans les éruptions solaires reste encore aujourd'hui un sujet très débattu. Comme nous le verrons section 4.3.4, l'étude précise et correcte de la distribution spatiale de l'injection d'hélicité, rendue possible par mes travaux, semble apporter de nouveaux arguments en faveur du rôle de l'hélicité dans les mécanismes de reconnexion.

4.2.1.5 Simulation de l'injection d'hélicité

Peut-on séparer l'injection d'hélicité observée en une contribution d'émergence et une autre de cisaillement (Eq. 4.29)? Puisque les mouvements du plasma parallèlement à \mathbf{B} ne modifient pas la configuration du champ magnétique, à partir de magnéto-gramme on ne peut, au mieux, que déduire des vitesses du plasma, \mathbf{v}_\perp , perpendiculaire localement à \mathbf{B} (Welsch et al. 2004). Comme en général $v_{\perp,n} \neq v_n$, il n'est pas possible d'estimer complètement la vitesse normale v_n du plasma (localement verticale). L'utilisation d'une autre méthode comme la mesure Doppler de la vitesse longitudinale, permettrait d'apporter un supplément d'information. En fait ceci n'a jamais été réalisé à l'heure actuelle car il faudrait une mesure très précise du vecteur champ magnétique (pour séparer le mouvement parallèle et orthogonal à \mathbf{B}). Ainsi, à partir des observations, il est aujourd'hui impossible de distinguer l'injection d'hélicité due

à l'émergence de celle due aux cisaillements¹¹. Actuellement, la seule méthode pour étudier la contribution de chacun des termes reste la simulation de l'injection d'hélicité dans l'atmosphère solaire.

L'étude numérique de l'injection d'hélicité s'inscrit dans le cadre plus global de l'étude de l'émergence de tubes de flux dans l'atmosphère solaire et des mécanismes de cette émergence (voir chapitre 3).

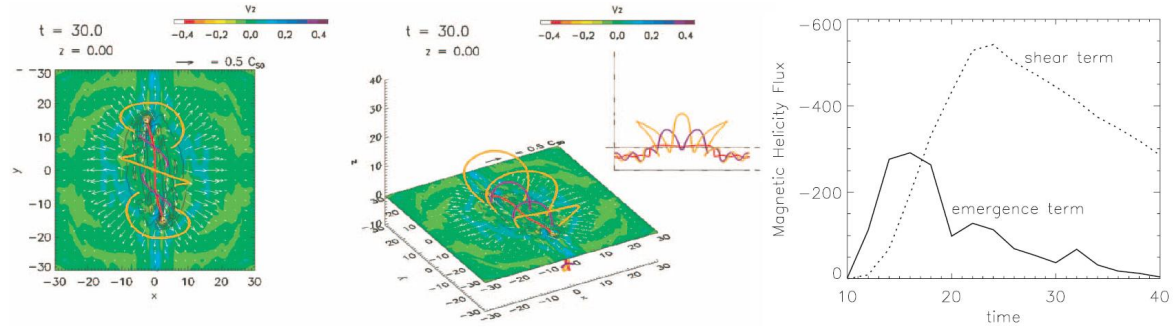


FIG. 4.7 —: *Simulation numérique d'émergence d'un tube de flux torsadé dans une atmosphère stratifiée (Magara & Longcope 2003). Gauche et centre : lignes de champ magnétique, matérialisant le tube de flux, juste après la traversée de la photosphère. Droite : contribution au flux photosphérique d'hélicité du terme d'émergence (ligne continue) et du terme de cisaillement (ligne pointillée).*

Si l'hélicité magnétique était autrefois marginale, de plus en plus de simulations l'incluent désormais parmi les quantités à étudier (Magara & Longcope 2003; Fan & Gibson 2004; Gibson et al. 2004; Cheung et al. 2005).

Magara & Longcope (2003), en utilisant un code 3D purement MHD, ont ainsi évalué l'injection d'hélicité dans l'atmosphère lors de l'émergence d'un tube de flux torsadé (Fig. 4.7). Le tube de flux simulé étant très torsadé, le terme d'émergence (dans l'équation du flux d'hélicité 4.29) est important. Cependant ils ont obtenu que le terme de cisaillement domine l'injection d'hélicité. Ceci est dû au fait que, lors de l'émergence, en particulier lors de la traversée de la photosphère, le tube de flux s'étire et se détorsade partiellement. Il en découle des mouvements photosphériques importants et ainsi l'injection d'hélicité se fait préférentiellement par cisaillement.

Cependant, en utilisant un code numérique plus réaliste, tenant compte du transfert radiatif d'énergie et une équation d'état incluant les effets de l'ionisation des éléments solaires les plus abondants, Cheung et al. (2005) trouvent un résultat sensiblement différent (Fig. 4.8). Le terme prédominant reste ici le terme d'injection dû à l'émergence. Au-delà de la différence du code numérique employé, ces deux études n'ont pas le même objectif, l'un tentant principalement de modéliser la zone sub-photosphérique (Cheung et al. 2005), alors que l'autre décrit mieux l'atmosphère solaire (Magara & Longcope 2003). La description de la physique de ces milieux n'étant pas comparable, il paraît logique que les résultats soient différents. De plus, suivant le modèle, une fraction plus ou moins importante de l'hélicité peut rester dans la zone de convection. Ceci montre que l'injection photosphérique d'hélicité magnétique est un processus qui est très fortement conditionné par le détail des mécanismes de l'émergence du champ magnétique dans

11. Bien que Kusano et al. (2002) présentent séparément des cartes d'injection d'hélicité due à chacun des termes de l'Eq. (4.29), cette distinction est purement arbitraire pour les raisons évoquées précédemment.

l'atmosphère solaire. En particulier, quelle est l'influence de l'ondulation des tubes de flux lors de la traversée de la photosphère (voir Sect. 3.1.1)? Et quelle influence peuvent avoir les multiples reconnexion ayant lieu lors de l'émergence (voir Sect. 3.3)?

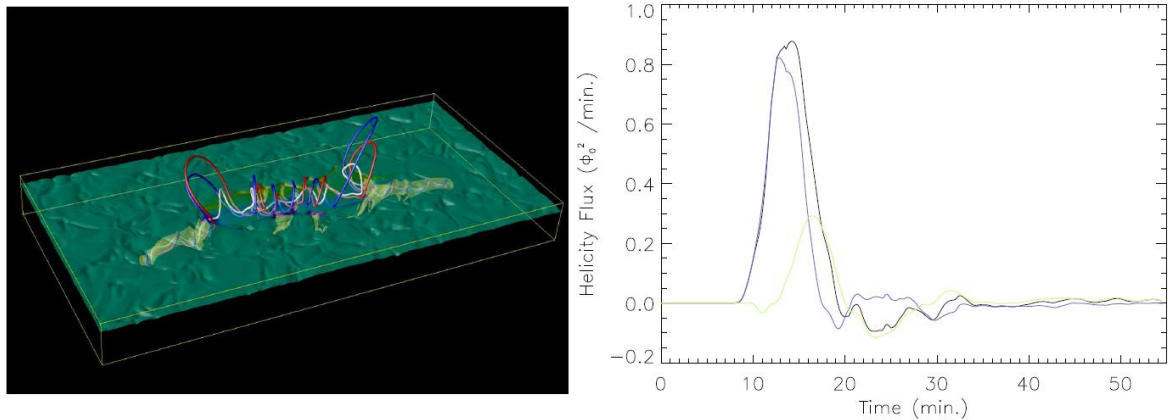


FIG. 4.8 – : *Simulation d'émergence d'un tube de flux torsadé depuis la zone de convection (Cheung et al. 2005). Gauche: représentation 3D du tube de flux après émergence. Droite: flux photosphérique d'hélicité (trait noir) et ses deux contributions: le terme d'émergence (trait bleu) et le terme de cisaillement (trait vert)*

Les deux simulations précédentes ont aussi des points communs ; En particulier elles montrent une transformation des structures dans lesquelles était stockée l'hélicité. Alors que dans l'intérieur solaire l'hélicité est stockée par la torsion des tubes de flux (voir Sect. 2.2.2.2), lors de l'émergence, l'hélicité totale est transférée dans le cisaillement des boucles coronales. Cela est confirmé par les mesures d'hélicité dans l'atmosphère solaire (*c.f.* Sect. 4.2.2). La reconnexion, bien que modifiant la topologie des lignes de champ, ne permet pas de faire diminuer la quantité d'hélicité. La reconnexion constitue donc un excellent candidat pour expliquer le transfert de mode de stockage de l'hélicité.

Pour ce qui est de l'injection d'hélicité, à l'heure actuelle, les résultats de ces simulations numériques n'ont jamais été confrontés aux observations. En particulier, les cartes de densité de flux d'hélicité résultants des simulations sont-elles comparables à celles observées (voir Sect. 4.3)? L'utilisation des observations d'injection d'hélicité pourrait permettre de contraindre les modèles d'émergence et de ce fait améliorer notre compréhension des mécanismes clef de l'émergence.

4.2.2 L'hélicité magnétique dans la couronne

Il n'existe actuellement pas de preuves observationnelles que des structures torsadées de plus de ~ 2 tours soient présentes dans la couronne. Chae & Moon (2005) trouvent que la torsion typique des lignes de champ dans une boucle coronale n'est que de l'ordre de 0.75 tour sur l'ensemble de la boucle. Leamon et al. (2003) constatent que la torsion présente dans les sigmoïdes excède rarement un demi tour. Par contre un cisaillement important est présent dans quasiment toutes les régions actives (Hagyard et al. 1984; Aulanier et al. 2002; Mandrini et al. 2005). La torsion très élevée, de l'ordre de plusieurs tours le long du tube de flux, utilisée dans les simulations numériques (et nécessaire à l'émergence des tubes de flux sous-photosphériques, voir Sect. 2.2.2.2), n'est jamais observée dans la couronne. Une partie significative de l'hélicité propre des

tubes de flux émergents doit ainsi être transformée en hélicité mutuelle lors de leur traversée photosphérique.

Même s'il est théoriquement possible de calculer l'hélicité mutuelle entre deux boucles coronales et par conséquent de calculer l'hélicité dans une région active par sommation sur chaque couple de boucles, l'application d'une telle méthode reste limitée observationnellement (voir Sect. 4.4).

Pour estimer l'hélicité relative contenue dans une région active, bien que le champ magnétique ne soit pas mesuré dans la couronne, il est néanmoins possible de l'extrapoler moyennant certaines approximations (voir Annexe F). En particulier si l'on suppose que le champ est sans force linéaire, l'hélicité relative est directement donnée par la distribution photosphérique de la composante normale du champ magnétique B_n et par la valeur du cisaillement magnétique α (Berger 1985). L'expression linéarisée de H est ainsi (Green et al. 2002)¹² :

$$H = \alpha \sum_{n_x=0}^{N_x} \sum_{n_y=0}^{N_y} \frac{|\tilde{B}_{n_x, n_y}^2|}{(k_x^2 + k_y^2)^{3/2}} \quad (4.33)$$

avec \tilde{B}_{n_x, n_y} l'amplitude de Fourier de B_n correspondant aux fréquences spatiales ($k_x = 2\pi n_x/L, k_y = 2\pi n_y/L$), L étant la taille du domaine de calcul de la transformée de Fourier. La dérivation de cette formule utilise le formalisme de la section 4.1.2. Comme attendu, l'hélicité ne fait pas intervenir les jauges utilisées pour \mathbf{A} et \mathbf{A}_P .

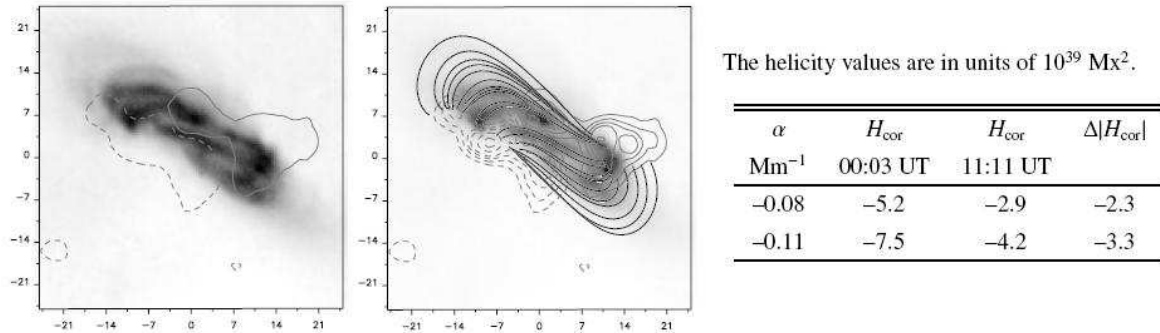


FIG. 4.9 –: Exemple de mesure de l'hélicité dans une région active (Mandrini et al. 2005). **Gauche**: observation des boucles coronales UV au niveau de la région active par le satellite TRACE. Les contours sont ceux de la composante normale du champ magnétique. **Centre**: extrapolation de boucles de champ magnétique dans l'approximation du champ sans force linéaire. **Droite**: valeurs de l'hélicité dans la région active trouvées avant et après une CME pour deux estimations du cisaillement.

Le cisaillement magnétique supposé constant dans tout le volume (avec le modèle du champ sans force linéaire), est déterminé en utilisant d'autres observations, par exemple en reproduisant le mieux possible les boucles coronales (voir Annexe F). La Figure 4.9 présente un exemple d'utilisation d'une telle méthode.

Une des limitations de cette méthode provient principalement de l'hypothèse du champ sans force linéaire. Le champ n'est en effet jamais complètement relaxé dans la

12. Attention, l'équation reproduite ici diffère de celle de Green et al. (2002) d'un facteur 2. Ce facteur de différence est originellement une coquille. Il est maintenant malheureusement reproduit dans de trop nombreux articles.

couronne. Si la méthode du champ sans force linéaire donne une très bonne approximation de la topologie du champ magnétique (Schmieder et al. 1996, 1997a; Aulanier et al. 2000; Pariat et al. 2004a), son utilisation pour obtenir des données quantitatives doit être prise avec plus de précautions. Mandrini et al. (2005) ont ainsi utilisé deux valeurs de α pour estimer l'hélicité à un instant donné (Fig. 4.9).

L'hypothèse du champ sans force linéaire tend à sous-estimer (respectivement sur-estimer) le cisaillement des lignes de champ courtes (resp. longues; Schmieder et al. 1996). Elle tend donc à diminuer l'hélicité contenue aux petites échelles spatiales et à l'augmenter aux grandes échelles. C'est une conséquence de la propriété de cascade inverse de l'hélicité qui se produit lorsque le champ se relaxe vers un champ sans force linéaire. La détermination de α étant généralement basée sur les grandes boucles coronales, l'hélicité contenue dans celles-ci est correctement évaluée. Pour les petites boucles, leur hélicité étant *a priori* plus grande, cette méthode tend ainsi à sous-estimer l'hélicité réelle des régions actives. Ceci est corroboré par Nindos (2005) qui a mesuré l'hélicité dans un grand nombre de régions actives avec deux méthodes: par extrapolation du champ magnétique coronal et par la mesure du flux photosphérique (voir Sect. 4.2.1.4). La méthode utilisant l'extrapolation donne des valeurs systématiquement plus faibles en valeur absolue que la méthode du flux photosphérique¹³. L'erreur relative reste néanmoins raisonnable comparée aux barres d'erreur de chacune de ces méthodes.

Des extrapolations non linéaires peuvent aussi être employées (Régner et al. 2005). Malheureusement, il n'existe alors pas de généralisation de l'Eq. (4.33) dans ce cas et il faut donc directement évaluer H numériquement en utilisant l'Eq. (4.9). Cela implique un certain nombre de contraintes, en particulier pour calculer \mathbf{A} et \mathbf{A}_P tout en satisfaisant leurs conditions aux limites¹⁴.

4.2.3 L'hélicité magnétique dans les nuages magnétiques

Une quantité importante d'hélicité est advectée par le vent solaire vers l'extérieur de l'héliosphère. L'hélicité contenue dans la spirale de Parker est due à la rotation des lignes de champ ouvertes (voir Sect. 2.2.1.1).

A plus petite échelle, les éjections de masse coronales (CMEs) injectent sporadiquement de l'hélicité dans le vent solaire. Cette hélicité a pour origine les régions actives, depuis l'émergence jusqu'à la dissipation complète (le soleil calme n'injectant que peu d'hélicité, *c.f.* Sect. 4.2.1.3). Les CMEs et leur contrepartie interplanétaire, les nuages magnétiques, étant des tubes de flux magnétiques torsadés (voir Sect. 2.1.2.2) l'hélicité est à nouveau stockée dans la torsion, de même que dans l'intérieur solaire. Les modèles de déclenchement des CMEs doivent ici aussi expliquer la transformation du mode de stockage de l'hélicité (*c.f.* Sect. 4.2.4) entre la couronne et les CMEs.

De même que dans la couronne solaire, l'hélicité n'est pas dissipée dans le vent solaire. L'hélicité contenue par une CME reste donc constante au cours de son trajet dans l'héliosphère (en l'absence de reconnexion avec les structures magnétiques en-

13. Qui, elle aussi, sous-estime probablement l'hélicité totale (voir Sect. 4.2.1.2)!

14. Ce qui explique peut-être pourquoi la valeur de l'hélicité totale trouvée dans la région active 8210 par Régner et al. (2005), diffère totalement (signe contraire) de toutes les autres études (Moon et al. 2002a; Nindos et al. 2003) et n'est pas en accord avec la rotation horaire de la tache principale de polarité négative (ce qui injecte une hélicité positive)

vironnantes). En étudiant l'hélicité contenue par les nuages magnétiques il est donc possible de déterminer l'hélicité des CMEs.

Le champ magnétique dans les nuages magnétiques n'est mesuré que le long d'une ligne (voir Sect. 2.1.1.2), correspondant à la trajectoire de la sonde dans le nuage. Il faut ici aussi extrapoler le champ magnétique afin de mesurer l'hélicité des nuages magnétiques. La première hypothèse faite est l'invariance locale selon l'axe du tube car le rayon de courbure global du tube de flux (~ 1 UA) est typiquement d'un ordre de grandeur plus grand que le diamètre du tube. Une autre hypothèse courante est la circularité de la section du tube. Le nuage magnétique est assimilé localement à un cylindre de section constante. Plusieurs modèles pour le champ magnétique peuvent ensuite être utilisés : sans force linéaire (Lundquist 1951; Burlaga et al. 1981; Lepping et al. 1990); uniformément torsadé (Farrugia et al. 1999), avec une densité de courant électrique constante (Hidalgo et al. 2000), ou dépendant linéairement du rayon (Cid et al. 2002). Les paramètres du tube de flux, tels que le rayon, R , de sa section, la torsion du champ par unité de longueur, τ_0 , et l'intensité du champ axial, B_0 , sont déterminés par un ajustement aux moindres carrés du modèle aux mesures des trois composantes du champ magnétique (Bothmer & Schwenn 1998).

Il est ainsi possible de déterminer l'hélicité relative par unité de longueur le long de l'axe dH/dz (Démoulin et al. 2002b; Dasso et al. 2003, 2005). Dans l'hypothèse de nuages magnétiques à symétrie cylindrique, cette hélicité est homogène à (Dasso et al. 2003) :

$$\frac{dH}{dz} \propto \tau_0 B_0^2 R^4 \quad (4.34)$$

Le facteur de proportionnalité dépend du modèle choisi mais ne présente pas de grande variation d'un modèle à l'autre (Dasso et al. 2005).

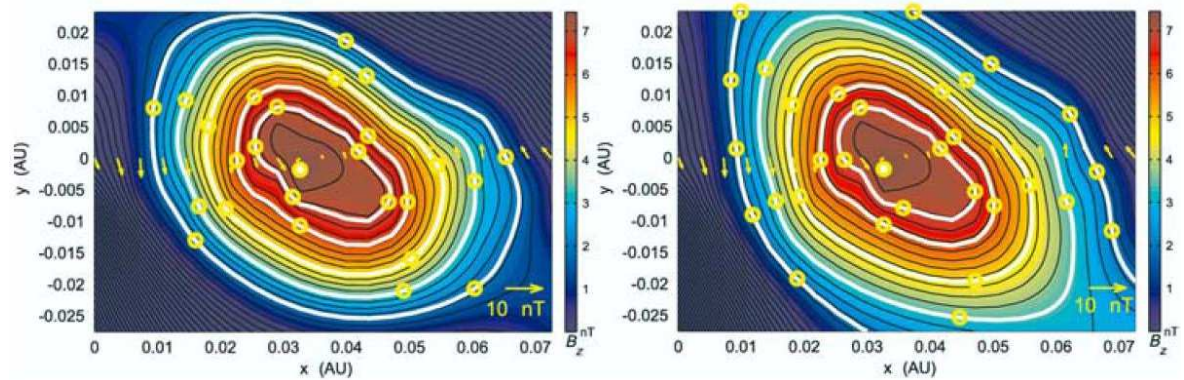


FIG. 4.10 –: *Distribution du flux magnétique axial dans deux nuages magnétiques (Hu & Dasgupta 2005). Les points où le champ magnétique a été effectivement mesuré par le satellite sont représentés par les vecteurs jaunes.*

Si l'hypothèse d'une section circulaire est attrayante puisqu'elle permet de dériver l'hélicité magnétique relativement simplement, il n'y a que peu de chance que celle-ci soit satisfaite pour l'ensemble des nuages magnétiques. Un nuage magnétique se déplaçant plus vite que le vent solaire subit une compression dans la direction de son déplacement (Vandas et al. 2002). Les nuages magnétiques rapides sont donc vraisemblablement allongés dans le sens perpendiculaire à leur déplacement. Ceci conduit

à une sous-estimation de l'hélicité totale lorsque l'on suppose une section circulaire. Néanmoins, les mesures in situ du plasma dans les nuages magnétiques permettent aussi de déterminer la pression du plasma. En supposant que le nuage magnétique est à l'équilibre magnétohydrostatique dans le repère se déplaçant à la vitesse moyenne, en résolvant l'équation de Grad-Shafranov, il est possible de déterminer la géométrie de la section du nuage magnétique (Hu & Sonnerup 2002, 2003, voir Fig. 4.10). De là, il est possible de déterminer l'hélicité par unité de longueur contenu dans le tube en tenant compte de la géométrie du tube (Ruzmaikin et al. 2003; Hu & Dasgupta 2005).

La principale incertitude dans la détermination de l'hélicité totale d'un nuage magnétique reste néanmoins la détermination de la longueur de l'axe du tube de flux. Les nuages magnétiques sont-ils encore ancrés dans le soleil? Cette question reste toujours ouverte, aussi la dimension des tubes de flux peut varier du simple au quadruple, entre 0.5 et 2 UA, ce qui conduit à une grande incertitude sur la mesure de l'hélicité contenue dans l'ensemble d'un nuage magnétique (Démoulin et al. 2002b; Green et al. 2002; Nindos et al. 2003).

4.2.4 L'hélicité et l'origine des éjections de masse coronales

L'existence de tubes de flux torsadés dans la couronne est aujourd'hui l'objet d'un débat extrêmement intense. Ce débat est alimenté par la discussion portant sur les différents modèles de déclenchement des éjections de masses coronales (CMEs; voir revues par Forbes 2000; Linker et al. 2003). En effet, de nombreux modèles supposent que les CMEs sont déclenchées à partir d'un tube de flux torsadé; une perte d'équilibre ou l'instabilité de "kink" sont responsable de la génération de la CME (Forbes & Isenberg 1991; Fan & Gibson 2004; Kliem et al. 2004; Török & Kliem 2005). D'autres modèles expliquent le déclenchement des CMEs par le cisaillement d'arcades magnétiques (Antiochos et al. 1999; MacNeice et al. 2004; Lynch et al. 2005; Jacobs et al. 2005). Si des preuves observationnelles de l'instabilité de "kink" existent lors de l'éruption de filaments (Rust & Kumar 1996; Rust & LaBonte 2005), l'observation de structures très torsadées reste épisodique (voir Sect. 4.2.2)

Peu importe que ce soit le cisaillement ou la torsion de tubes de flux qui est à l'origine des CMEs, puisque ce sont deux formes de stockage possibles de l'hélicité magnétique. Ceci suggère donc que l'hélicité magnétique est une quantité clef pour la compréhension des CMEs et de leur déclenchement.

4.2.4.1 Application du principe de conservation

Non seulement l'hélicité peut jouer un rôle dans le déclenchement des éjections de masse coronales (CMEs; voir Sect. 4.2.4.2) mais, plus généralement, l'hélicité et son évolution peuvent expliquer naturellement l'existence et la nécessité de tels phénomènes. En effet, les CMEs et les nuages magnétiques peuvent être vus comme le stade ultime de l'évolution de l'hélicité magnétique. CMEs et nuages magnétiques sont nécessaires afin de s'affranchir de l'accumulation continue d'hélicité magnétique dans la couronne solaire, suite à sa génération permanente par la dynamo solaire. Cette idée, introduite par Rust & Kumar (1994b) et développée par Low (1996) découle directement du principe de conservation (voir Sect. 4.1.3.1) appliqué à la couronne solaire. En

effet :

- ☞ de l'hélicité est en permanence injectée dans l'atmosphère solaire, essentiellement dans les régions actives, par rotation différentielle et surtout par émergence du champ magnétique (voir Sect. 4.2.1.3) ;
- ☞ l'hélicité globalement injectée dans une région active est non nulle, (*c.f.* Fig. 4.6 et Sect. 4.3) ;
- ☞ le signe de l'hélicité injectée est globalement positif dans l'hémisphère sud et négatif dans l'hémisphère nord (voir Sect. 2.2.1.1). L'annihilation d'hélicité entre régions actives stockant de l'hélicité de signes opposés reste donc limitée aux reconnexion à longue distance entre régions actives (et ce type d'interaction reste néanmoins faible (Pevtsov 2000)) ;
- ☞ le signe de l'injection d'hélicité dans chaque hémisphère ne change pas d'un cycle à l'autre (voir Sect. 2.2.1.1). L'hélicité ne peut donc pas s'annihiler dans un hémisphère entre cycles successifs ;
- ☞ l'hélicité ne peut pas s'accumuler indéfiniment dans la couronne solaire. Cette hypothèse est posée car, dans le cas contraire, on observerait des structures extrêmement torsadées dans l'atmosphère, de l'ordre de plusieurs tours, ce qui n'est pas le cas ;
- ☞ l'hélicité est très faiblement dissipée dans la couronne (voir Sect. 4.1.3.1).

Dès lors, par conservation de l'hélicité magnétique, l'hélicité photosphérique nette injectée dans la couronne ne s'annihilant et ne se dissipant que très faiblement, celle-ci doit impérativement être éjectée dans l'espace interplanétaire. L'éjection de l'hélicité coronale se fait via les CMEs. **Le développement des CMEs est ainsi le seul moyen pour la couronne solaire de limiter l'accumulation d'hélicité magnétique.**

Ce principe est soutenu par un certain nombre d'observations. D'une part la chiralité moyenne des nuages magnétiques, déterminée à partir de la mesure in situ du sens de rotation du champ magnétique, est en accord avec le signe de l'hélicité injectée dans l'hémisphère dont proviennent ces nuages magnétiques (Rust 1994; Ruzmaikin et al. 2003). D'autre part, Rust & LaBonte (2005) ont montré que la chiralité des filaments éruptifs était très souvent en accord avec le signe et l'orientation des tubes de flux interplanétaires que ces filaments génèrent. Plus quantitativement, dans le cas d'un unique événement (Mandrini et al. 2005), il a été possible de mesurer l'hélicité dans un nuage magnétique ainsi que la variation d'hélicité de sa région d'origine au moment de l'éjection de la CME. La mesure de l'hélicité dans le nuage magnétique est d'environ $-3 \times 10^{39} \text{ Mx}^2$ pour un nuage dont la longueur axiale est de 1 UA, ce qui est bien du même ordre que la variation d'hélicité au niveau de la région active (*c.f.* Fig. 4.9).

Néanmoins le lien direct entre les CMEs et leur région précise d'origine est souvent difficile à faire, les CMEs étant observées préférentiellement par coronographie dans la direction perpendiculaire à la ligne d'observation. Il est cependant possible de faire des bilans d'hélicité à l'échelle d'une région active pour l'ensemble de son existence (Démoulin et al. 2002b; Green et al. 2002; Nindos et al. 2003). L'hélicité injectée dans l'atmosphère solaire compense-t-elle l'hélicité éjectée par les CMEs? La conservation de l'hélicité magnétique (voir Sect. 4.2.4.1) pour une région active, depuis son émergence jusqu'à sa dispersion, peut s'écrire sous la forme (Démoulin et al. 2002b) :

$$\Delta H_{\text{emerg.}} + \Delta H_{\text{rot. diff.}} = \Delta H_{\text{couronne}} + N \bar{H}_{\text{CME}} \quad (4.35)$$

L'injection d'hélicité par émergence de structures magnétiques $\Delta H_{\text{emerg.}}$ et par la rotation différentielle $\Delta H_{\text{rot. diff.}}$ doit être égale à la variation d'hélicité coronale $\Delta H_{\text{couronne}}$ et à l'hélicité éjectée par les CMEs, N étant le nombre de CMEs et \bar{H}_{CME} l'hélicité moyenne dans une CME.

De même que l'hélicité due à la rotation différentielle est négligeable (Sect. 4.2.1.3), l'hélicité qui est stockée dans la couronne est relativement faible. La variation de l'hélicité coronale dans une région active, étant au mieux égale à son hélicité maximale, est de l'ordre de $0.1\Phi^2$, où Φ est le flux magnétique de la région active (Démoulin et al. 2002b, voir aussi Fig. 4.11). L'hélicité éjectée par les CMEs, $N\bar{H}_{\text{CME}}$, est, quant à elle, comprise entre 0.5 et $2\Phi^2$ (Démoulin et al. 2002b). L'hypothèse faite à la section 4.2.4.1, que l'hélicité n'est que peu stockée dans la couronne, est ainsi confirmée. Toute l'hélicité contenue dans les CMEs provient de l'intérieur solaire et n'est que temporairement stockée dans les régions actives.

L'estimation de l'hélicité éjectée par les CMEs est sujette à de multiples incertitudes, expliquant la fourchette donnée. Ces incertitudes viennent ;

- d'une part de la mesure de l'hélicité des nuages magnétiques (*c.f.* Sect. 4.2.3),
- d'autre part de la valeur de l'hélicité moyenne des CMEs,
- enfin de l'estimation du nombre total de CMEs éjectées par une région active (ce qui implique des interpolations lorsque la région active est sur la face cachée du soleil).

L'incertitude sur l'hélicité moyenne des CMEs vient du fait que l'hélicité contenue dans les nuages magnétiques couvre une très large gamme de valeurs, portant sur plusieurs ordres de grandeurs (Lynch et al. 2005). De plus on suppose que l'hélicité moyenne des nuages magnétiques est égale à l'hélicité moyenne des CMEs. Or il est possible que seules les CMEs les plus importantes soient effectivement détectées sous forme de nuages magnétiques. Par conséquent, l'hélicité moyenne des CMEs se trouve surévaluée.

Du fait de ces incertitudes et erreurs dans les estimations de l'hélicité au niveau de chacune des structures, que ce soit lors de l'injection d'hélicité (Sect. 4.2.1.3), au niveau de la couronne (Sect. 4.2.2) et dans l'espace interplanétaire (Sect. 4.2.3), il est difficile de faire le bilan précis de l'hélicité. Ces incertitudes expliquent vraisemblablement les différences constatées dans le bilan en hélicité établi par Nindos et al. (2003). Il est à prévoir (et espérer!¹⁵) que cette divergence disparaisse avec l'amélioration des méthodes de mesure.

Quoiqu'il en soit, en ordre de grandeur, le bilan en hélicité montre qu'une hélicité de l'ordre de Φ^2 doit être injectée dans une région active au cours de son existence pour compenser l'hélicité perdue via les CMEs. Ceci peut être fait en ~ 100 jours, le flux d'hélicité dans une région active étant de l'ordre de $10^{-2} \Phi^2 \text{ jour}^{-1}$ (voir Sect. 4.2.1.3). Cette durée est bien compatible avec le temps de vie d'une région active. La conservation de l'hélicité est effectivement vérifiée en ordre de grandeur.

4.2.4.2 Déclenchement des CMEs et seuil en hélicité

L'hélicité ne pouvant s'accumuler infiniment, l'idée qu'il existe un seuil maximal d'hélicité stockée dans la couronne apparaît naturellement. Dans cette hypothèse,

15. Si ce n'est pas le cas, une nouvelle énigme physique sera à élucider : le mystère de l'hélicité manquante/excédante

lorsque l'hélicité coronale dépasse ce seuil, une instabilité se produit menant à la formation d'une éjection de masse coronale (CME), ce qui permet d'éjecter l'hélicité coronale excédentaire (Rust & Kumar 1996; Low 1996). La formation et le déclenchement des CMEs pourraient être directement et naturellement expliqués. L'hélicité peut ainsi être un excellent paramètre pour prévoir les CMEs. Nindos & Andrews (2004) ont ainsi mesuré l'hélicité magnétique coronale pour deux échantillons de régions actives : d'une part dans des régions actives qui ont été sources de CMEs et d'autre part pour des régions actives qui n'en ont pas produit, chaque groupe ayant par ailleurs des éruptions comparables (Fig. 4.11). **Les régions actives sources de CMEs ont une hélicité moyenne bien plus importante que celles qui ne produisent pas de CMEs**, avec respectivement $27 \times 10^{42} \text{ Mx}^2$ contre $8 \times 10^{42} \text{ Mx}^2$. Cette différence est aussi présente à flux magnétique donné.

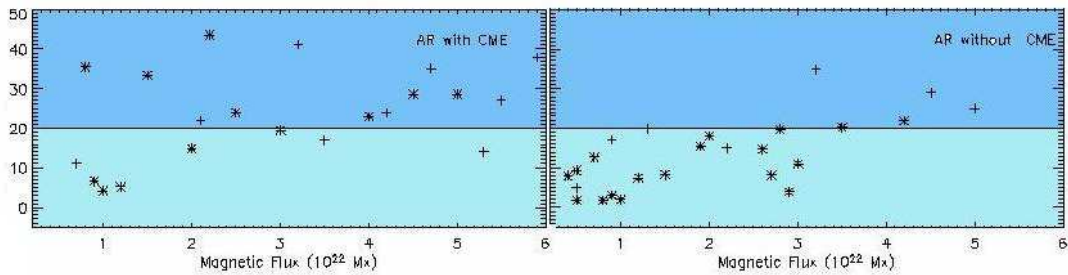


FIG. 4.11 –: Hélicité magnétique coronale de régions actives en fonction de leur flux magnétique. **Gauche:** pour des régions sources de CMEs. **Droite:** pour des régions qui n'ont pas produit de CMEs (Nindos & Andrews 2004).

Néanmoins, si ces résultats montrent l'importance de l'hélicité magnétique en tant que prédicteur potentiel pour les CMEs, ils ne permettent pas de conclure sur l'existence d'un seuil en hélicité. Des régions actives ne produisant pas de CMEs mais possédant un flux magnétique important pouvant avoir une hélicité totale plus grande que des régions actives sources de CMEs et de flux magnétique faible. Cela indique aussi que si un tel seuil existe celui-ci doit être pondéré par le flux magnétique présent dans la région active.

L'accumulation d'hélicité s'accompagnant de l'accumulation d'énergie libre magnétique (voir Sect. 4.1.4), la question est de savoir laquelle de ces quantités joue le rôle le plus fondamental pour la formation des CMEs. Puisque l'énergie libre peut être libérée lors de la reconnexion, alors que l'hélicité est conservée, l'importance de l'hélicité semble prévaloir pour la formation des CMEs.

L'idée d'un seuil en hélicité s'accorde assez naturellement avec l'explication de la formation des CMEs par l'instabilité de "kink", celle-ci apparaissant lorsque la torsion globale dans un tube de flux est suffisamment grande. Phillips et al. (2005) fait néanmoins remarquer qu'une hélicité importante n'implique pas forcément une torsion importante, le terme de cisaillement étant très important dans la couronne. Or, le cisaillement amène aussi à la formation de CMEs (Linker & Mikic 1995; Antiochos et al. 1999). Le seuil en hélicité ne peut donc pas être compris seulement par l'instabilité de "kink" mais par un processus plus global. Dans le cas où le champ magnétique est sans force axisymétrique en loi de puissance (Flyer et al. 2004), il existe une limite à l'hélicité magnétique que ce champ peut contenir (Zhang et al. 2006b). Ce résultat

peut-il se généraliser à tout type de champ?

L'existence d'un seuil peut en tout cas être testée numériquement. Mais les résultats des simulations numériques sont très variés¹⁶. Pour Jacobs et al. (2006), le développement d'une instabilité menant à l'éjection de matière ne peut se faire que si l'hélicité coronale dépasse un certain seuil. Leur simulation MHD 2,5D est basée sur le modèle de Linker & Mikic (1995). Si ce seuil dépend du modèle de vent solaire, pour un modèle de vent donné, l'instabilité se développe toujours pour la même quantité d'hélicité quelque soit la vitesse de cisaillement photosphérique appliquée et donc indépendamment du taux d'injection d'hélicité (Fig. 4.12). Les CMEs sont émises à des niveaux d'énergie différents. Dans le cas où l'injection d'hélicité n'est pas suffisamment rapide pour atteindre le seuil requis avant la fin de la simulation, aucune CME n'est formée.

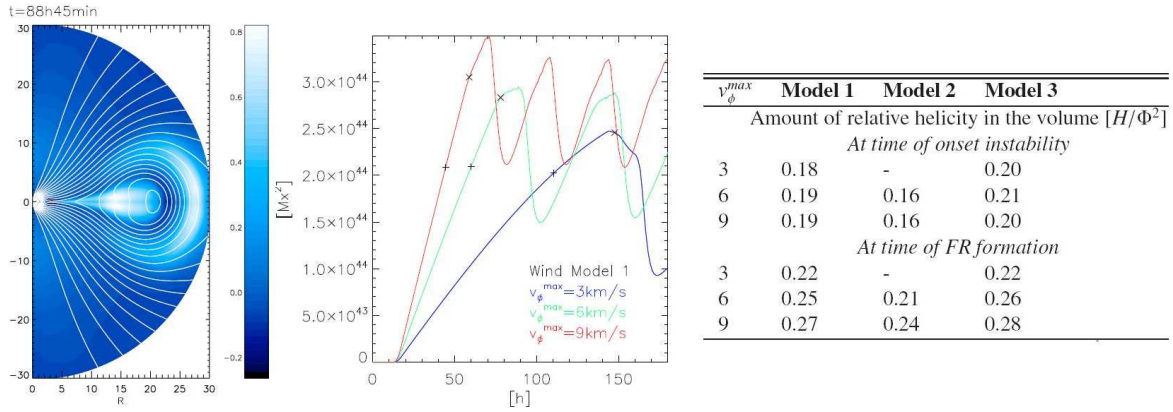


FIG. 4.12 —: Simulation 2,5D de déclenchement d'une CME par cisaillement photosphérique dans la direction toroïdale (Jacobs et al. 2006). **Gauche:** distribution de la densité de plasma et lignes du champ magnétique. **Centre:** évolution de l'hélicité totale pour différentes vitesses de cisaillement. Les (+) indiquent l'instant du déclenchement de l'instabilité et les (X) le départ de la CME. **Droite:** valeur de la quantité totale d'hélicité pour différents modèles de vent solaire et différentes vitesses de cisaillement.

Dans le cas des simulations 3D (Amari et al. 2003a,b), l'hélicité ne peut pas être le seul paramètre contrôlant le déclenchement de la CME car l'éjection se produit après une phase à hélicité constante (où le flux magnétique décroît par reconnexion au niveau de la ligne d'inversion photosphérique). Une hélicité importante est une condition nécessaire mais pas suffisante.

Enfin, pour Phillips et al. (2005), ce seuil en hélicité n'existe pas. Dans le cadre d'une simulation 2,5D basée sur le modèle de "breakout" (Antiochos et al. 1999), ils utilisent un profil de vitesse de cisaillement qui injecte une hélicité totale nulle. Une CME se formant néanmoins, ils réfutent ainsi l'existence d'un seuil en hélicité. Par contre, ils constatent que la CME se forme à la même énergie que lors d'une précédente simulation (où l'hélicité injectée était non nulle; MacNeice et al. 2004). Néanmoins même si l'hélicité coronale totale est nulle, des quantités importantes d'hélicité de signes opposés sont injectées en des lieux différents. Dans le cadre des précédentes simulations, l'injection d'hélicité était unipolaire. Ainsi, ce n'est peut être pas l'hélicité totale qui est importante, mais l'intensité de l'hélicité signée. Dans le cas de la simulation de Phillips et al. (2005), l'injection d'hélicité de chaque signe se fait dans des régions qui

16. Ce qui en fait un sujet polémique.

n'interagissent pas entre elles. Aussi la CME peut être le résultat d'une instabilité se développant dans une sous-région où l'hélicité coronale est non nulle.

Quoiqu'il en soit, cela indique que la distribution photosphérique de l'injection d'hélicité peut être une donnée clef pour comprendre la formation des CMEs. Au sein d'un même région active, des hélicités de signes opposés sont-elles injectées simultanément? Ou au contraire, est-ce que l'injection d'hélicité se fait de façon homogène et unipolaire?

4.3 Densités de flux d'hélicité

4.3.1 La définition classique et ses biais

A partir de l'équation (4.32) du flux d'hélicité, il paraît naturel de considérer que l'intégrant définit la densité de flux photosphérique d'hélicité magnétique :

$$G_A = -2(\mathbf{A}_P \cdot \mathbf{u})B_n . \quad (4.36)$$

La cartographie de G_A permet ainsi l'étude de la distribution de l'injection d'hélicité au niveau photosphérique. Plusieurs travaux ont ainsi publié des cartes de densité de flux d'hélicité dans les régions actives (Chae 2001; Chae et al. 2001, 2004a; Kusano et al. 2002, 2004b,a; Maeshiro et al. 2005; Moon et al. 2002a,b, 2003b,a; Nindos & Zhang 2002; Nindos et al. 2003; Yamamoto et al. 2005; Yokoyama et al. 2003). Toutes les cartes de G_A montrent une même caractéristique de l'injection d'hélicité : de l'hélicité de signes opposés est simultanément injectée dans les régions actives (Fig. 4.13). L'injection d'hélicité semble ainsi être un mécanisme extrêmement hétérogène.

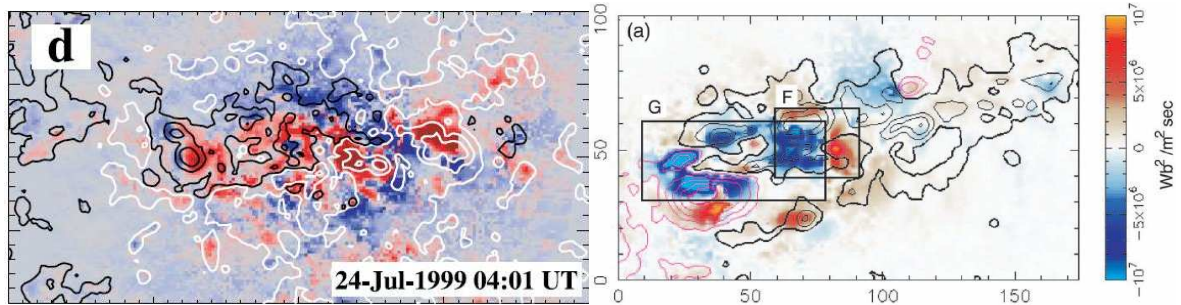


FIG. 4.13 –: Exemples de cartes de G_A dans deux régions actives. Le flux positif (resp. négatif) est représenté en rouge (resp. bleu). **Gauche** : région active 8636 (Maeshiro et al. 2005). **Droite** : région active 8100 le 3 Novembre 1997 (Kusano et al. 2002).

Analysons néanmoins un exemple simple. Considérons un tube de flux vertical non torsadé, infiniment long, de champ magnétique $\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{\mathbf{z}}$ constant dans la section du tube, en translation le long d'un plan perpendiculaire à l'axe du tube : à chaque instant tous les points du tube sont soumis au même champ de vitesse \mathbf{v}_0 (Fig. 4.14). Par ce mouvement aucune ligne de champ n'est tordue, ni cisailée. L'hélicité relative dans ce tube de flux reste ainsi constamment nulle et le flux d'hélicité est nul en tout point de la surface. Dans le repère en coordonnées cylindriques, pris au centre du tube, l'unique solution pour \mathbf{A}_P (solution de l'Eq. 4.19), est telle que $\mathbf{A}_P = A_P(r)\hat{\theta}$, $\hat{\theta}$ étant le vecteur unitaire azimuthal. Ainsi \mathbf{A}_P est parallèle à \mathbf{v}_0 dans une partie du tube de flux et antiparallèle dans une autre et donc G_A présente des régions de signes opposés.

Finalement alors que l'injection d'hélicité devrait être nulle à l'intérieur du tube de flux, la carte de G_A présente une injection simultanée d'hélicité de signes opposés (Fig. 4.14). L'intégrale de G_A donne bien un flux nul, mais G_A ne représente pas convenablement l'injection réelle d'hélicité.

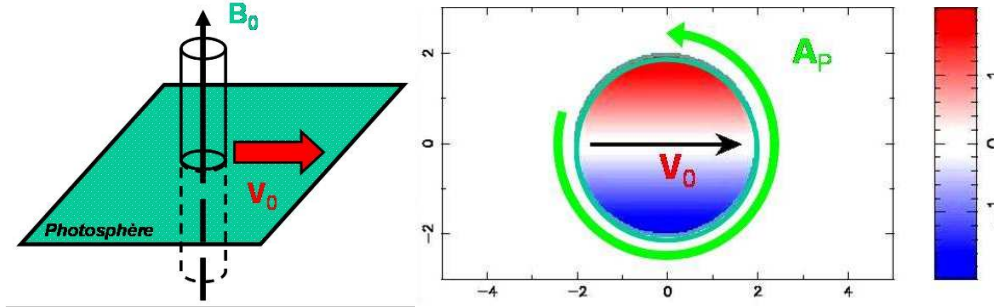


FIG. 4.14 –: **Gauche**: schéma de la translation d'un tube de flux vertical. Ce mouvement ne génère pas de flux d'hélicité. **Droite**: carte de G_A associée à cette translation.

4.3.2 Résumé de mes travaux : (A.2)

4.3.2.1 Nouvelles définitions

Pourquoi G_A ne représente-t-il pas l'injection d'hélicité? On doit d'abord se demander si la densité de flux d'hélicité est une quantité physiquement significative? Cette question se pose également pour la densité d'hélicité magnétique. L'hélicité représente la somme des nombres de liens des lignes de champ et est donc une quantité non locale. La définition d'une densité d'hélicité, et donc d'une densité de flux d'hélicité, est problématique lorsqu'elle inclut le vecteur potentiel. Cependant, dans un volume \mathcal{V} , en considérant que le champ magnétique peut être décrit comme une somme de tubes de flux élémentaires, l'hélicité de chaque tube définit une densité d'hélicité par tube de flux élémentaire. De même, la seule densité de flux d'hélicité physiquement valide est la densité de flux d'hélicité par tube de flux élémentaire. Pour un tube de flux \mathcal{C} donné, les déplacements relatifs des autres tubes de flux sont à l'origine de la variation du nombre de liens, et donc de la variation de la densité d'hélicité au niveau de \mathcal{C} . Ce sont les déplacements relatifs des pieds, le long de la surface \mathcal{S} de \mathcal{V} , des autres tubes de flux, autour des pieds de \mathcal{C} , qui sont à l'origine d'un flux d'hélicité, noté $dh_\Phi/dt|_{\mathcal{C}}$, dans \mathcal{C} .

Il est possible de "distribuer" la densité de flux d'hélicité par tube de flux élémentaire entre chaque pied de ce tube de flux. Ceci permet de définir une densité de flux d'hélicité par unité de surface. Mais, puisque qu'il n'existe pas une unique manière de distribuer l'hélicité entre chacun des pieds, la densité de flux d'hélicité par unité de surface n'est pas unique. Il existe ainsi plusieurs définitions qui possèdent des propriétés diverses et qui représentent plus ou moins bien la densité réelle de flux d'hélicité par tube de flux élémentaire. Certaines définitions, comme G_A , ne tiennent pas en compte la notion de tube de flux.

Dans Pariat et al. (2005), je me suis intéressé à trois définitions de la densité de flux d'hélicité par unité de surface, G_A , G_θ , G_Φ et à leurs propriétés et intérêts respectifs. La densité G_Φ , qui correspond directement à la répartition de $dh_\Phi/dt|_{\mathcal{C}}$ entre chaque

pied de \mathcal{C} , est d'un emploi très limité observationnellement car il faudrait connaître la connectivité des lignes de champ dans toute la région active, information indisponible à l'heure actuelle. La définition classique G_A donne, comme nous l'avons vu, une très mauvaise estimation de la densité de flux d'hélicité $dh/dt|_{\mathcal{C}}$: elle induit de nombreux signaux parasites. J'ai proposé une nouvelle et meilleure définition :

$$G_{\theta}(\mathbf{x}) = -\frac{B_n}{2\pi} \int_{\mathcal{S}'} \frac{d\theta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')}{dt} B'_n(\mathbf{x}') d\mathcal{S}' \quad (4.37)$$

avec $d\theta/dt$ le taux de rotation entre les deux points \mathbf{x} et \mathbf{x}' (la vitesse de rotation du vecteur position $\mathbf{x} - \mathbf{x}'$ par rapport à une direction donnée). G_{θ} mesure ainsi la somme pondérée de la rotation relative de pied des tubes de flux élémentaires. G_{θ} est donc bien plus à même que G_A de mesurer l'enroulement relatif des lignes de champ les unes autour des autres et donc de représenter l'injection d'hélicité¹⁷. Si G_A mesure bien la rotation de la distribution du champ magnétique autour d'un pied de tube de flux élémentaire, G_A ne rend pas compte de la rotation de ce pied par rapport à la distribution du champ magnétique. Or pour l'injection d'hélicité c'est la rotation relative des pieds qui est importante.

A travers de multiples exemples analytiques et numériques, dans Pariat et al. (2005), je montre en quoi ma nouvelle définition de la densité de flux d'hélicité magnétique, G_{θ} , est supérieure à celle utilisée habituellement, G_A , et devrait donc lui être préféré pour étudier l'injection d'hélicité. Je présente aussi comment calculer $dh_{\Phi}/dt|_{\mathcal{C}}$ à partir de G_{θ} et ouvre ainsi l'étude de l'injection réelle d'hélicité dans le cas où la connectivité coronale serait connue.

4.3.2.2 Article (A.2) : Photospheric Flux density of magnetic helicity

17. Dans l'exemple précédent, dans le cas de mouvements de translation, le taux de rotation étant nul pour n'importe quel couple de points, en utilisant G_{θ} on retrouve bien une injection nulle d'hélicité.

Photospheric flux density of magnetic helicity[★]

E. Pariat¹, P. Démoulin¹, and M. A. Berger²

¹ Observatoire de Paris, LESIA, UMR 8109 (CNRS), 92195 Meudon, France
e-mail: [etienne.pariat;pascal.demoulin]@obspm.fr

² Department of Mathematics, University College London, UK
e-mail: m.berger@ucl.ac.uk

Received 10 January 2005 / Accepted 12 May 2005

Abstract. Several recent studies have developed the measurement of magnetic helicity flux from the time evolution of photospheric magnetograms. The total flux is computed by summing the flux density over the analyzed region. All previous analyses used the density $G_A (= -2(\mathbf{A} \cdot \mathbf{u})B_n)$ which involves the vector potential \mathbf{A} of the magnetic field. In all the studied active regions, the density G_A has strong polarities of both signs with comparable magnitude. Unfortunately, the density G_A can exhibit spurious signals which do *not* provide a true helicity flux density. The main objective of this study is to resolve the above problem by defining the flux of magnetic helicity per unit surface. In a first step, we define a new density, G_θ , which reduces the fake polarities by more than an order of magnitude in most cases (using the same photospheric data as G_A). In a second step, we show that the coronal linkage needs to be provided in order to define the true helicity flux density. It represents how all the elementary flux tubes move relatively to a given elementary flux tube, and the helicity flux density is defined per elementary flux tube. From this we define a helicity flux per unit surface, G_Φ . We show that it is a field-weighted average of G_θ at both photospheric feet of coronal connections. We compare these three densities (G_A , G_θ , G_Φ) using theoretical examples representing the main cases found in magnetograms (moving magnetic polarities, separating polarities, one polarity rotating around another one and emergence of a twisted flux tube). We conclude that G_θ is a much better proxy of the magnetic helicity flux density than G_A because most fake polarities are removed. Indeed G_θ gives results close to G_Φ and should be used to monitor the photospheric injection of helicity (when coronal linkages are not well known). These results are applicable to the results of any method determining the photospheric velocities. They can provide separately the flux density coming from shearing and advection motions if plasma motions are known.

Key words. Sun: magnetic fields – Sun: photosphere – Sun: corona

1. Introduction

The theoretical importance of magnetic helicity in understanding the magnetohydrodynamic (MHD) evolution of magnetic fields was recognized a long time ago (e.g. Berger & Field 1984). However it is only during the last years that attempts were made to measure magnetic helicity from solar and interplanetary observations. Magnetic helicity (unlike current helicity) is one of the few global quantities that is conserved even in resistive MHD on a time-scale less than the global diffusion time-scale. Thus magnetic helicity studies make it possible to trace helicity as it emerges from the sub-photospheric layers to the corona and then is ejected via coronal mass ejections (CMEs) into interplanetary space, reaching the Earth as magnetic clouds (MCs).

Presently most developments have been done at the photospheric level because the magnetic field is mainly measured there in the solar atmosphere. The flux of magnetic helicity from differential motion is usually found to be too small (typically a factor 10) to explain the helicity ejected in CMEs

(Démoulin et al. 2002; Green et al. 2002; Nindos et al. 2003). Most of the helicity flux comes from local motions within ARs (e.g. Nindos et al. 2003; Chae et al. 2004; Kusano et al. 2005), with a negligible contribution from the quiet Sun (Welsch & Longcope 2003).

The horizontal photospheric velocities, needed to compute the helicity flux, are determined by tracking the evolution of the magnetic field. The most widely used are local correlation tracking (LCT) methods. Two important parameters in LCT have to be properly chosen: the FWHM (full width at half maximum) of the apodizing function and the time interval between the two images to be compared. Chae et al. (2004) made a quantitative estimate of the effects of both parameters. They found that, when averaged over a time period of, or larger than, one hour the average flux of helicity is the same within 10%. The LCT method still has limitations (Démoulin & Berger 2003; Kusano et al. 2005), e.g. it gives only the mean velocity of several flux tubes (the average is done by the apodizing function which needs to be several pixels width). Then Kusano et al. (2002) proposed a method which uses the vertical component of the induction equation. In fact the velocity of flux tubes cannot fully be deduced from the induction equation and part

[★] Appendix A is only available in electronic form at
<http://www.edpsciences.org>

of the velocity is still computed from the LCT method (Welsch et al. 2004). When the transverse magnetic field is available, Kusano et al. (2005) developed a method which minimize the input from the LCT, while Longcope (2004) proposed a method which uses only the induction equation and minimizes the photospheric “kinetic energy”.

Whatever is the method used to derive the photospheric velocities, the injection of magnetic helicity has complicated patterns both in space and time. In particular, Chae et al. (2001, 2004); Kusano et al. (2002, 2005); Moon et al. (2002b); Nindos et al. (2003) found that the total flux of magnetic helicity over an AR is usually the summation of opposite sign contributions which usually have similar magnitude (then the net flux is much lower than the unsigned flux).

Why does the derived helicity flux have so much mixed-sign polarity? It could come from the effect of turbulence on the magnetic flux tubes in the convection zone. But before looking for any physical implications, either in the convective zone, or in the corona, the notion of helicity flux (per unit surface) should be re-visited. Magnetic helicity is a global quantity, and it is not obvious if a helicity density and a helicity flux per unit surface have any physical meaning.

The definition of the relative magnetic helicity and its injection via boundary motions are briefly summarized in Sect. 2. Then we explore three different possibilities to define a helicity flux per unit surface: the first one, G_A , was used to analyze all previous observations (Sect. 3.1), a second one, G_θ , which gives better results (Sect. 3.2) and a third one, G_Φ , which has the required property of a density (Sect. 3.3). The two first densities, G_A and G_θ , can be computed with only photospheric observations while G_Φ needs the coronal connectivities which are, in practice, difficult to observe. We then explore, with basic configurations, the advantages of using G_θ rather than G_A , and compare with G_Φ , in Sect. 4. Then we conclude on the best way to derive the photospheric flux of magnetic helicity with present observations (Sect. 5).

2. Magnetic helicity

2.1. Relative magnetic helicity

The magnetic helicity of a divergence-free field \mathbf{B} within a volume \mathcal{V} , bounded by a surface S , was first defined by:

$$H_c = \int_{\mathcal{V}} \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \, d^3x, \quad (1)$$

where the vector potential \mathbf{A} satisfies $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$. However Eq. (1) is gauge invariant (independent of Φ where $\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla\Phi$) only when the magnetic field is fully contained inside the volume \mathcal{V} (i.e. at any point of S , the normal component $B_n = \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}}$ vanishes).

In the case where \mathcal{V} is part of the corona, we clearly have magnetic fluxes crossing S (in particular for the part of S located at the photospheric level). Berger & Field (1984) have shown that for cases where $B_n \neq 0$ on S one can define a relative magnetic helicity, H , by subtracting the helicity of the potential field \mathbf{B}_p (\mathbf{B}_p has the same normal component B_n on S).

An expression for H , valid for any gauge is (Finn & Antonsen 1985):

$$H = \int_{\mathcal{V}} (\mathbf{A} + \mathbf{A}_p) \cdot (\mathbf{B} - \mathbf{B}_p) \, d^3x. \quad (2)$$

2.2. Flux of magnetic helicity

The time variation of H can be written in general as (Berger & Field 1984):

$$\left. \frac{dH}{dt} \right|_{\text{Tot}} = 2 \int_S (\mathbf{A}_p \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{S} - 2 \int_{\mathcal{V}} \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \, d^3x - 2 \int_S \frac{\partial \Psi}{\partial t} \mathbf{A}_p \cdot d\mathbf{S}, \quad (3)$$

where Ψ is defined by $\mathbf{B}_p = \nabla\Psi$ (potential field), \mathbf{E} is the electric field associated to \mathbf{B} evolution, and $d\mathbf{S}$ is the elementary surface directed outside the volume \mathcal{V} . The last term on the right has been computed with the gauge:

$$\nabla \cdot \mathbf{A}_p = 0. \quad (4)$$

Below we will always use this gauge. The last term of Eq. (3) vanishes if we select the boundary condition:

$$\mathbf{A}_p \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0, \quad (5)$$

with $\hat{\mathbf{n}} d\mathbf{S} = -d\mathbf{S}$. This choice is compatible with the gauge selection (Eq. (4)).

With $\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{R}$ in resistive MHD, \mathbf{R} being the non-ideal resistive term, Eq. (3) becomes:

$$\left. \frac{dH}{dt} \right|_{\text{Tot}} = 2 \int_S [(\mathbf{A}_p \cdot \mathbf{B}) v_n - (\mathbf{A}_p \cdot \mathbf{v}) B_n] \, dS - 2 \int_S (\mathbf{A}_p \times \mathbf{R})_n \, dS - 2 \int_{\mathcal{V}} \mathbf{R} \cdot \mathbf{B} \, d^3x. \quad (6)$$

Since the dissipation of magnetic helicity is very small (Berger 1984), we consider below only the first integral, i.e. the ideal MHD flux of helicity. With the boundary condition given by Eq. (5), the two terms of the integral have a clear physical interpretation: the first term corresponds to inflow (or outflow) of helicity through S (advection term), while the second term corresponds to helicity flux by footpoint motions parallel to S (shear term).

2.3. Estimation of the flux from observations

Present magnetograms provide \mathbf{B} on S located in the photosphere. From B_n distribution on S and Eq. (4) one can derive the vector potential \mathbf{A}_p (an explicit formula is given below in Eq. (14)). The observed evolution of the magnetic field can provide an estimation of the velocities. It is then possible to estimate the photospheric flux of helicity from present observations.

Initially, since only horizontal velocities were deduced from the temporal evolution of B_n , it was supposed that only the shear term could be derived (e.g. Chae et al. 2001; Nindos & Zhang 2002; Moon et al. 2002b). However, the magnetograms of B_n permit us to follow the photospheric intersection of the

magnetic flux-tubes but not the evolution of the plasma (even if the plasma is frozen in the field, the two velocities are usually different). From the observed magnetic evolution one can estimate the flux-tube motion, not the plasma motion, parallel to \mathcal{S} . Let \mathbf{v}_t be the plasma velocity tangent to the photosphere and v_n be the velocity perpendicular to the photosphere. With the velocity of the footpoints of flux tubes, \mathbf{u} , defined as

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}_t - \frac{v_n}{B_n} \mathbf{B}_t, \quad (7)$$

the helicity flux given by Eq. (6) simplifies to

$$\frac{dH}{dt} = -2 \int_{\mathcal{S}} (\mathbf{A}_p \cdot \mathbf{u}) B_n dS, \quad (8)$$

allowing the full helicity flux to be deduced (Démoulin & Berger 2003, but with several possible caveats as discussed therein). Nindos et al. (2003) have used Eq. (7) in order to derive the full helicity flux from observations.

Several methods have been developed to derive the velocities from observed B_n evolution (see Sect. 1). The LCT method follow explicitly the magnetic flux, so derive an estimation of \mathbf{u} . But even the methods using the normal component of the ideal induction equation (combined in different ways with the LCT method) can only give an estimation of \mathbf{u} , since the induction equation can be rewritten as (Démoulin & Berger 2003):

$$\frac{\partial B_n}{\partial t} = -\nabla_t(B_n \mathbf{u}). \quad (9)$$

Since flows along \mathbf{B} have no effect on the helicity flux (they do not change $\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B}$), vector magnetograms allow us only to compute from \mathbf{u} the velocity \mathbf{v}_\perp locally orthogonal to \mathbf{B} (Welsch et al. 2004). However, we cannot interpret the normal component $v_{\perp,n}$ as a plasma velocity crossing \mathcal{S} (like for v_n). Since $v_{\perp,n}$ can be written as:

$$v_{\perp,n} = \mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{n}} - \frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{B})}{B^2} \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}} \quad (10)$$

for example if we consider plasma motions only tangential to \mathcal{S} , then $v_{\perp,n} \neq 0$ at every location where \mathbf{B} is not orthogonal to \mathbf{v} . This leads to the false impression that some flows are crossing \mathcal{S} .

The above arguments imply that we cannot fully separate the shear and advection terms in Eq. (6) if we are using the LCT or/and the induction equation to derive the velocities. The only part which can be separated un-ambiguously is the part of the shearing term associated to the velocity component orthogonal both to $\hat{\mathbf{n}}$ and \mathbf{B}_t (this part cannot come from emergence as shown by Eq. (7)). The other part of the shearing term can always be re-interpreted as an advection term and vice versa.

In order to separate the shearing and advection terms, we need to derive the full plasma velocity vector \mathbf{v} . Measuring the Doppler velocity gives only one component of the plasma velocity but it can be combined with the determination of \mathbf{u} to get an estimate of \mathbf{v} . The method of Longcope (2004) provides this possibility within the framework of minimizing a functional. Then, if we know both \mathbf{v} and \mathbf{B} , we can separate the shearing and advection terms in Eq. (6). However we can always rewrite

them as in Eq. (8) with \mathbf{u} replaced by $\mathbf{u}_{\text{shear}} = \mathbf{v}_t$ for the shearing term, and $\mathbf{u}_{\text{advec}} = -\mathbf{B}_t v_n / B_n$ for the advection term. So we have:

$$\left. \frac{dH}{dt} \right|_{\text{shear}} = -2 \int_{\mathcal{S}} (\mathbf{A}_p \cdot \mathbf{v}_t) B_n dS, \quad (11)$$

$$\left. \frac{dH}{dt} \right|_{\text{advec}} = -2 \int_{\mathcal{S}} (\mathbf{A}_p \cdot \mathbf{u}_{\text{advec}}) B_n dS. \quad (12)$$

Below we use \mathbf{u} generically but all the results apply to shear and advection terms separately or to their sum depending on the data available.

3. Flux density of magnetic helicity

3.1. Flux density involving the vector potential

Equations (8), (11), (12) seem to suggest that the quantity

$$G_A(\mathbf{x}) = -2(\mathbf{A}_p \cdot \mathbf{u}) B_n \quad (13)$$

could be a candidate for the helicity flux density. G_A has been used extensively to monitor the spatial distribution of magnetic helicity flux in previous studies of active regions (Chae 2001; Chae et al. 2001, 2004; Kusano et al. 2002, 2005; Nindos & Zhang 2002; Nindos et al. 2003; Moon et al. 2002a,b).

However G_A is non null even with simple flows which do not input any magnetic helicity to the coronal field! For example, consider a simple circular magnetic region (with $B_n > 0$) moving in a straight line. In the classical Coulomb gauge, the vector field \mathbf{A}_p is toroidal, while \mathbf{u} is constant (say, $\mathbf{u} = U_0 \hat{\mathbf{x}}$). Then G_A will be positive in the top half ($y > 0$) of the region, and negative in the bottom half (see Fig. 1). Indeed G_A introduces artificial polarities of both signs with most of the flow patterns. These amplitudes are analyzed for some basic flows in Sect. 4.

3.2. Flux density involving relative velocities

In order to solve the above problem, \mathbf{A}_p should be explicitly written in terms of the magnetic field (using the gauge of Eq. (4)). For simplicity we assume that the solar photosphere \mathcal{S} is planar. In this geometry the field \mathbf{A}_p is especially simple (Berger 1984):

$$\mathbf{A}_p(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi} \hat{\mathbf{n}} \times \int_{\mathcal{S}'} B_n(\mathbf{x}') \frac{\mathbf{r}}{r^2} dS', \quad (14)$$

where $\mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{x}'$ is the vector between the two photospheric positions defined by \mathbf{x} and \mathbf{x}' .

Using Eq. (14), we obtain an expression for dH/dt (Eq. (8), but also Eqs. (11), (12)) that depends only on observable photospheric quantities (B_n , \mathbf{r} and \mathbf{u}):

$$\frac{dH}{dt} = -\frac{1}{\pi} \int_{\mathcal{S}} \int_{\mathcal{S}'} \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{u}(\mathbf{x})}{r^2} \Big|_n B_n(\mathbf{x}) B_n(\mathbf{x}') dS dS'. \quad (15)$$

Below we will let $B_n = B_n(\mathbf{x})$, $B'_n = B_n(\mathbf{x}')$, etc. Since both integrations are done on the same surfaces, $\mathcal{S} = \mathcal{S}'$, we can exchange \mathbf{x} and \mathbf{x}' . This yields a new equation that summed up with Eq. (15) gives:

$$2 \frac{dH}{dt} = -\frac{1}{\pi} \int_{\mathcal{S}} \int_{\mathcal{S}'} \frac{\mathbf{r} \times [\mathbf{u} - \mathbf{u}']}{r^2} \Big|_n B_n B'_n dS dS'. \quad (16)$$

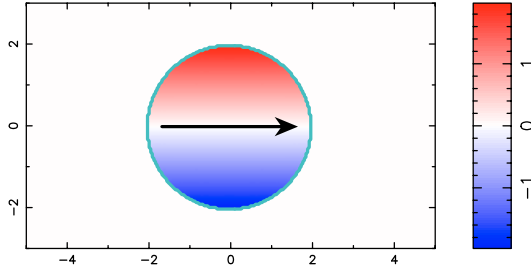


Fig. 1. Map of G_A (Eq. (13)) for a single magnetic region executing a simple translational motion towards the right (arrow). The normal magnetic field component B_n is uniform. The grey levels shows the strength of G_A with middle grey being 0, lighter grey positive, and darker grey negative (a color version is available in the electronic version at <http://www.edpsciences.org> with red/blue coding the positive/negative values). The computation has been done with $U_0RB_0^2 = 2$ (Eq. (30)).

Let us define θ as the angle between \mathbf{r} and a fixed direction on \mathcal{S} with trigonometric convention (counterclockwise), then

$$\frac{d\theta(\mathbf{r})}{dt} = \frac{1}{r^2} \left(\mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right)_n = \frac{1}{r^2} (\mathbf{r} \times (\mathbf{u} - \mathbf{u}'))_n. \quad (17)$$

Thus $d\theta/dt$ is the relative rotation rate of the two points \mathbf{x} and \mathbf{x}' . This rate is independent of the choice of the fixed direction used to define θ . It is an intrinsic quantity of the motion pattern.

Equation (16) is transformed to

$$\frac{dH}{dt} = -\frac{1}{2\pi} \int_{\mathcal{S}} \int_{\mathcal{S}'} \frac{d\theta(\mathbf{r})}{dt} B_n B'_n dS dS'. \quad (18)$$

This equation shows that the helicity injection rate can be understood as the summation of the rotation rate of all the pairs of elementary fluxes weighted with their magnetic flux (Berger 1986). It could then appear logical to define a helicity flux density $G_\theta(\mathbf{x})$ as:

$$G_\theta(\mathbf{x}) = -\frac{B_n}{2\pi} \int_{\mathcal{S}'} \frac{d\theta(\mathbf{r})}{dt} B'_n dS'. \quad (19)$$

This flux density is related to the previous definition, G_A (Eq. (13)), as follow.

$$\begin{aligned} G_\theta &= \frac{B_n}{2\pi} \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{u} \times \int_{\mathcal{S}'} \frac{\mathbf{r}}{r^2} B'_n dS' \\ &\quad - \frac{B_n}{2\pi} \int_{\mathcal{S}'} \left(\frac{\mathbf{u}' \times \mathbf{r}}{r^2} \right)_n B'_n dS' \\ &= \frac{G_A}{2} - \frac{B_n}{2\pi} \int_{\mathcal{S}'} \left(\frac{\mathbf{u}' \times \mathbf{r}}{r^2} \right)_n B'_n dS'. \end{aligned} \quad (20)$$

The first term ($G_A/2$) represents the motion of the endpoint at \mathbf{x} around the rest of the photospheric magnetic field. But this gives only part of the net rotation of \mathbf{x} about the field. To obtain all of $d\theta/dt$ we need the second term, which gives the motion of the rest of the field around the point \mathbf{x} . This is why G_A by itself can produce spurious signals: it fails to accurately measure the net rotation of \mathbf{x} about the photospheric field.

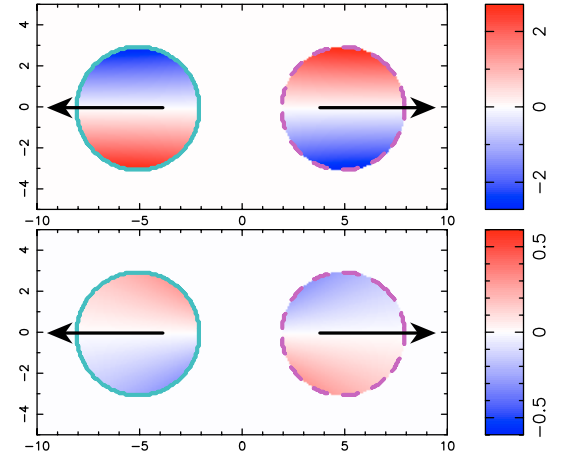


Fig. 2. Maps of G_A and G_θ (Eqs. (13) and (19)), *top and bottom panel* respectively, for two magnetic regions of opposite polarity executing a simple translational motion away from each other (as indicated by arrows). B_n is uniform in both magnetic polarities. Both G_A and G_θ have two polarities in each magnetic region but with opposite sign and different magnitude (G_θ is lower by about a factor 10, see Fig. 4). The shading convention is the same than in Fig. 1 (a color version is available in the electronic version at <http://www.edpsciences.org>). The values used are: $U_0RB_0^2 = 3$ and $D/R = 10/3$.

For the non-rotating motion of a single footpoint illustrated in Fig. 1, we have $G_\theta = 0$ everywhere. Thus G_θ does not suffer the same problem as G_A , which displays two artificial polarities.

However, we can still find configurations where G_θ does not give physically sensible results. For example, consider the case when two magnetic regions simply separate without any rotation. The total helicity flux is zero. However, as seen from a position \mathbf{x}_1 within region 1, some points in region 2 will change their relative angle; i.e. $d\theta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')/dt \neq 0$. For positions off axis, there will be a net contribution to G_θ (Fig. 2).

3.3. Flux density involving field-line connectivities

The definition of G_θ (Eq. (19)) has not fully reached our goal of defining a flux density of magnetic helicity. For that purpose we need to consider the magnetic connectivity in the volume \mathcal{V} as shown below.

The magnetic helicity injected (Eq. (18)) can be separated into two terms:

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dt} &= +\frac{1}{2\pi} \iint_{B_n \cdot B'_n < 0} \frac{d\theta}{dt} |B_n B'_n| dS dS' \\ &\quad - \frac{1}{2\pi} \iint_{B_n \cdot B'_n > 0} \frac{d\theta}{dt} B_n B'_n dS dS'. \end{aligned} \quad (21)$$

The first term, with $B_n \cdot B'_n < 0$, corresponds to the relative rotation of positive and negative polarities. For a configuration where a flux tube emerging into the corona from the convection zone links the opposite polarities, this term reflects the global shape, more precisely the writhe, of the flux tube. The last term corresponds to the flux of helicity by the rotation of each polarity ($B_n \cdot B'_n > 0$). This helicity is injected in a similar way as twisting motions would do.

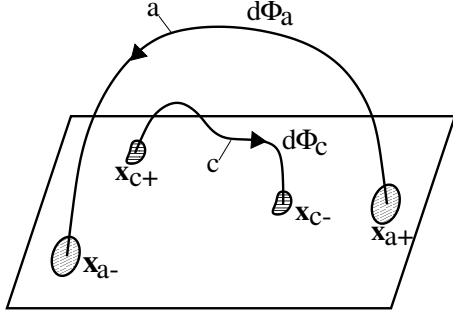


Fig. 3. Sketch of the general connectivity of two field lines, a and c . The field line a stretches from x_{a+} , where the magnetic field flux is $d\Phi_{a+}$, to x_{a-} with flux $d\Phi_{a-}$. Similarly, the footpoint positions of the c field line, x_{c+} and x_{c-} , are respectively associated with a positive flux $d\Phi_{c+}$ and a negative one $d\Phi_{c-}$. Conservation of the magnetic flux along the flux tubes gives: $d\Phi_a = d\Phi_{a+} = d\Phi_{a-}$ and $d\Phi_c = d\Phi_{c+} = d\Phi_{c-}$.

Let us define the elementary fluxes: in the positive polarity $d\Phi_+ = B_n(x_+) dS$ and a similar one for the negative polarity: $d\Phi_- = -B_n(x_-) dS$. Then we get:

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dt} = & +\frac{1}{2\pi} \int_{\Phi_-} \int_{\Phi'_+} \frac{d\theta(x_- - x'_+)}{dt} d\Phi_- d\Phi'_+ \\ & +\frac{1}{2\pi} \int_{\Phi_+} \int_{\Phi'_-} \frac{d\theta(x_+ - x'_-)}{dt} d\Phi_+ d\Phi'_- \\ & -\frac{1}{2\pi} \int_{\Phi_+} \int_{\Phi'_+} \frac{d\theta(x_+ - x'_+)}{dt} d\Phi_+ d\Phi'_+ \\ & -\frac{1}{2\pi} \int_{\Phi_-} \int_{\Phi'_-} \frac{d\theta(x_- - x'_-)}{dt} d\Phi_- d\Phi'_-. \end{aligned} \quad (22)$$

In the above equation, the integrals are done at the boundary \mathcal{S} without taking into account the existing connectivity in the volume \mathcal{V} .

Now let us organize the integrals of Eq. (22) according to the field line connectivity. Let a be the label of a generic field line going from x_{a+} to x_{a-} . Similarly, the field line labeled c travels from x_{c+} to x_{c-} (Fig. 3). Then we can reorganize Eq. (22) as:

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dt} = & +\frac{1}{2\pi} \int_{\Phi_{a-}} \int_{\Phi_{c+}} \frac{d\theta(x_{a-} - x_{c+})}{dt} d\Phi_{a-} d\Phi_{c+} \\ & +\frac{1}{2\pi} \int_{\Phi_{a+}} \int_{\Phi_{c-}} \frac{d\theta(x_{a+} - x_{c-})}{dt} d\Phi_{a+} d\Phi_{c-} \\ & -\frac{1}{2\pi} \int_{\Phi_{a+}} \int_{\Phi_{c+}} \frac{d\theta(x_{a+} - x_{c+})}{dt} d\Phi_{a+} d\Phi_{c+} \\ & -\frac{1}{2\pi} \int_{\Phi_{a-}} \int_{\Phi_{c-}} \frac{d\theta(x_{a-} - x_{c-})}{dt} d\Phi_{a-} d\Phi_{c-}. \end{aligned} \quad (23)$$

While this equation has an appearance similar to Eq. (22), its meaning is different since the integrals are done according to the connectivity (in \mathcal{V}). This extra information permits us to group the different terms together. With $d\Phi_{a+} = d\Phi_{a-} = d\Phi_a$

and $d\Phi_{c+} = d\Phi_{c-} = d\Phi_c$, and the notation $r_{ij} = x_j - x_i$ the above expression simplifies to:

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dt} = & \frac{1}{2\pi} \int_{\Phi} \int_{\Phi} \left(\frac{d\theta(r_{c+a-})}{dt} + \frac{d\theta(r_{c-a+})}{dt} \right. \\ & \left. - \frac{d\theta(r_{c+a+})}{dt} - \frac{d\theta(r_{c-a-})}{dt} \right) d\Phi_a d\Phi_c. \end{aligned} \quad (24)$$

We can now define a density of helicity flux for each flux tube; but this density is per unit of magnetic flux, not per unit surface. Thus for the flux tube labeled a we have:

$$\begin{aligned} \frac{dh_{\Phi}}{dt} \Big|_a = & \frac{1}{2\pi} \int_{\Phi} \left(\frac{d\theta(r_{c+a-})}{dt} + \frac{d\theta(r_{c-a+})}{dt} \right. \\ & \left. - \frac{d\theta(r_{c+a+})}{dt} - \frac{d\theta(r_{c-a-})}{dt} \right) d\Phi_c. \end{aligned} \quad (25)$$

It takes into account the relative motions of all the other flux tubes with respect to flux tube a . The total flux can be written as the integral of the flux density:

$$\frac{dH}{dt} = \int_{\Phi} \frac{dh_{\Phi}}{dt} \Big|_a d\Phi_a. \quad (26)$$

One can relate dh_{Φ}/dt to G_{θ} at both feet of flux tube a if we separate in Eq. (25) the contributions at x_{a+} from those at x_{a-} to get:

$$\frac{dh_{\Phi}}{dt} \Big|_a = \frac{G_{\theta}(x_{a+})}{|B_n(x_{a+})|} + \frac{G_{\theta}(x_{a-})}{|B_n(x_{a-})|}. \quad (27)$$

Then the helicity flux per unit magnetic flux, dh_{Φ}/dt , is a field-weighted average of the flux per unit surface, G_{θ} , at both footpoints.

While the helicity flux density has a meaning only for each individual flux tube, it is convenient to define a flux per unit surface area. This will enable us to compare helicity injection with other sets of observations (e.g. the location of emergence or of flaring). A helicity flux density per unit of surface, $B_n dh_{\Phi}/dt$, can be assigned to either the positive or the negative polarity. Equivalently the helicity input in an elementary flux tube can be shared at both footpoints, e.g. setting a fraction $f_+ = f$ in the positive polarity and $f_- = 1 - f$ in the negative polarity. Then we define the helicity flux density through \mathcal{S} as:

$$\begin{aligned} G_{\Phi}(x_{a+}) &= \frac{dh_{\Phi}}{dt} \Big|_a |B_n(x_{a+})| f_+ \\ G_{\Phi}(x_{a-}) &= \frac{dh_{\Phi}}{dt} \Big|_a |B_n(x_{a-})| f_- \end{aligned} \quad (28)$$

where $0 \leq f \leq 1$ is a parameter that is chosen for convenience of representation. For example if we choose $f = 1$ (resp. $f = 0$), all the helicity flux per unit magnetic flux will be assumed to be injected through the positive (resp. negative) footpoint of each flux tubes. If $f = 1/2$, one assumes that the helicity injection is equally shared by both footpoints.

One can relate G_{Φ} to G_{θ} at both feet of flux tube a using Eqs. (27) and (28):

$$G_{\Phi}(x_{a\pm}) = \left(G_{\theta}(x_{a\pm}) + G_{\theta}(x_{a\mp}) \frac{|B_n(x_{a\pm})|}{|B_n(x_{a\mp})|} \right) f_{\pm}. \quad (29)$$

Then the helicity flux density G_Φ is a field-weighted average of the flux density G_θ at both footpoints of the coronal flux tube.

4. Illustrative examples

The expression G_Φ (Eq. (28)) defines the correct helicity flux density. However accurately measuring G_Φ will certainly be difficult because coronal connectivities are only marked by a few loops. Moreover the ends of such loops are below coronal temperatures and so usually not observed. In addition, active region connectivity is usually complex, involving quasi-separatrix layers (QSLs): on both sides of a QSL field lines link very distant photospheric regions (Démoulin et al. 1997). Usually, only some flux tubes on one side of a QSL are dense enough to be observed. All these considerations imply that the use of G_Φ is practically limited by the available number of connectivities that observations can provide. Thus it is worth considering the densities G_A (Eq. (13)) and G_θ (Eq. (19)) (which do not involve connectivity). Do these simpler densities provide measurements representative of the G_Φ distribution?

4.1. Translational motion of a single magnetic polarity

In observed magnetograms, magnetic flux tubes are frequently observed to move bodily, so we consider a simple circular magnetic region (with B_n uniform, $= B_0$, in the disk of radius R) moving with a constant velocity $\mathbf{u} = U_0 \hat{\mathbf{e}}_x$.

In this basic example, G_A is positive in the top half of the region, and negative in the bottom half (Fig. 1):

$$G_A(\mathbf{x}) = yU_0B_0^2 \quad \text{for } |\mathbf{x}(x, y)| \leq R. \quad (30)$$

Since G_A is antisymmetric with respect to the x -axis, the helicity flux density is equal to 0, as it should be since there is no helicity injection with this model. However, this clearly shows that one must be careful when directly interpreting any G_A map: one could conclude wrongly that there is an injection/ejection of helicity while there is no helicity flux at all.

The total amount of helicity in each polarity of G_A is large. For both polarities the total absolute flux is:

$$\frac{dH_{A,+}}{dt} = \left| \frac{dH_{A,-}}{dt} \right| = \frac{2}{3} U_0 B_0^2 R^3. \quad (31)$$

This can be compared to the helicity flux injected in one polarity (of flux Φ) rotating rigidly with an angular velocity $\Omega = U_R/R$ (U_R is the velocity at the polarity border):

$$\frac{dH_{\text{rot}}}{dt} = \frac{\Omega}{2\pi} \Phi^2 = \frac{\pi}{2} U_R B_0^2 R^3, \quad (32)$$

then

$$\frac{dH_{A,+}/dt + |dH_{A,-}/dt|}{dH_{\text{rot}}/dt} = \frac{8}{3\pi} \frac{U_0}{U_R}. \quad (33)$$

So the total absolute flux falsely computed with G_A is similar to the flux injected by twisting motions when the translation motion is comparable to the rotation velocity ($U_0 \approx U_R$)!

The above spurious contribution of G_A can easily mask the true helicity flux density, especially because the values of U_R are expected to be substantially lower than those of U_0 .

For example, with a twist of one turn in 10 days, U_R will be in the interval $[0.005, 0.05] \text{ km s}^{-1}$ with R belonging to $[10^3, 10^4] \text{ km}$; meanwhile U_0 is frequently observed to be of the order of several 0.1 km s^{-1} (e.g. maximum values 0.3 to 0.7 km s^{-1} for the ARs analyzed by Nindos et al. 2003). The maximum rotation velocities deduced from the best examples of rotating asymmetric sunspots are in the interval $[0.03, 0.1] \text{ km s}^{-1}$ (Brown et al. 2003), a range which is just around the maximal magnitude estimated above for U_R . Thus U_0 is expected to dominate U_R in most ARs. Moreover, tracking methods detect translational motions much more easily than rotating ones (Démoulin & Berger 2003; Gibson et al. 2004), so it is vital to *not include* the strong translational signal in the helicity flux density.

In the above case of the translation motion of a single magnetic polarity, both G_θ and G_Φ solve the problem perfectly: since the rotation rate $d\theta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')/dt$ is null for every pairs of elementary fluxes, we have

$$G_\theta(\mathbf{x}) = G_\Phi(\mathbf{x}) = 0. \quad (34)$$

4.2. Two separating magnetic polarities

4.2.1. G_A and G_θ distributions

At the photospheric level, magnetic flux tubes move relative to each other. A basic motion is the separation of two opposite polarities (e.g. after emergence of a bipole). For concreteness, we consider two circular opposite polarities (P_+ and P_-) which separate without any rotation (so there is no helicity injection). Their velocities are:

$$\mathbf{u}_- = -\mathbf{u}_+ = U_0 \hat{\mathbf{e}}_x. \quad (35)$$

Let O_+ (O_-) be the position of the centre of the positive (resp. negative) polarity with $\mathbf{O}_+ \mathbf{O}_- = D \hat{\mathbf{e}}_x$. The following results can also be applied to magnetic polarities approaching each others (there is only a sign change for G_A and G_θ).

The values of G_A and G_θ at the point $M(\mathbf{x})$ are:

$$G_A(\mathbf{x}) = \pm y U_0 B_0^2 \left(1 - \frac{R^2}{|O_\pm M|^2} \right) \quad \text{for } M \in P_\mp \quad (36)$$

$$G_\theta(\mathbf{x}) = \mp y U_0 B_0^2 \frac{R^2}{|O_\pm M|^2} \quad \text{for } M \in P_\mp. \quad (37)$$

Both G_A and G_θ present non zero values (Fig. 2). As explained at the end of Sect. 3.2, G_θ presents fake polarities due to a non-zero relative rotation rate. This clearly shows that neither G_A nor G_θ are the real helicity flux density. But G_θ gives much lower values than G_A : the ratio between G_A and G_θ is equal to:

$$\frac{G_A}{G_\theta} = 1 - \frac{|O_\pm M|^2}{R^2} \quad \text{for } M \in P_\mp, \quad (38)$$

and so roughly only depends of the ratio D/R (we have $G_A/G_\theta \approx 1 - (D/R)^2$ for $D \gg R$). For example, with $D = 10$ and $R = 3$ (Fig. 2) we get $G_A > 10 G_\theta$. At the limit $D/R \rightarrow \infty$, Eqs. (36) and (37) respectively reduce to Eqs. (30) and (34) for an isolated magnetic polarity.

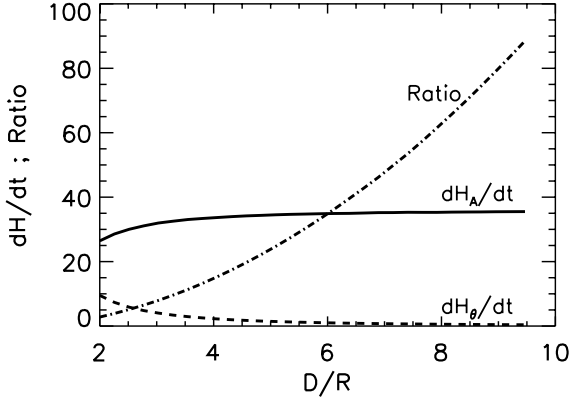


Fig. 4. Total positive fluxes for G_A and G_θ for two separating magnetic regions as in Fig. 2. The total fluxes $(dH_A/dt)_+$ (with $G_A > 0$, Eq. (39)), $(dH_\theta/dt)_+$ (with $G_\theta > 0$, Eq. (40)) and their ratio are given in function of the separation distance D normalized to the radius R of the magnetic regions (for $D/R = 2$ the magnetic regions are in tangential contact). As D/R increases, $(dH_\theta/dt)_+$ decreases rapidly towards zero, while $(dH_A/dt)_+$ saturates (giving the case of Fig. 1 for each magnetic region). The fluxes are drawn with $U_0 B_0^2 R^3 = 27$.

The total positive helicity fluxes of each magnetic polarity are:

$$\left(\frac{dH_A}{dt}\right)_{+,1 \text{ pol.}} = \int_{S, G_A > 0} G_A dS = U_0 B_0^2 R^3 (-1/3 + f(R/D)) \quad (39)$$

$$\left(\frac{dH_\theta}{dt}\right)_{+,1 \text{ pol.}} = \int_{S, G_\theta > 0} G_\theta dS = U_0 B_0^2 R^3 (1 - f(R/D)) \quad (40)$$

$$\text{with } f(x) = \frac{1-x^2}{2x} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right).$$

For $D \gg R$ we have approximately:

$$\left(\frac{dH_A}{dt}\right)_{+,1 \text{ pol.}} \approx \frac{2}{3} U_0 B_0^2 R^3 (1 - (R/D)^2)$$

$$\left(\frac{dH_\theta}{dt}\right)_{+,1 \text{ pol.}} \approx \frac{2}{3} U_0 B_0^2 R^3 (R/D)^2$$

so that, as the relative distance D/R between polarities increases, $(dH_A/dt)_+$ tends to a constant (Eq. (31)) while $(dH_\theta/dt)_+$ decreases rapidly toward zero (as $(R/D)^2$). In the worst case for G_θ , when the polarities are into contact ($D = 2R$), the spurious unsigned total helicity flux given by G_θ is a factor ~ 3 lower than the flux derived by using G_A (Fig. 4). But when the borders of the polarities are only separated by their diameter (so $D = 4R$) this factor reaches ~ 15 !

4.2.2. G_ϕ distributions

The helicity flux density defined by the linkage, G_ϕ , averages the values of G_θ at both footpoints of each flux tube (Eq. (29)). For a potential field connection between the two moving magnetic regions we have: $G_\theta(\mathbf{x}_{a_+}) = -G_\theta(\mathbf{x}_{a_-})$

and $B_n(\mathbf{x}_{a_+}) = |B_n(\mathbf{x}_{a_-})|$, which implies $dh_\phi/dt|_a = 0$ (Eq. (27)) and $G_\phi(\mathbf{x}_{a_+}) = G_\phi(\mathbf{x}_{a_-}) = 0$ (Eq. (29)). There is no helicity flux density as expected.

However when the magnetic polarities are linked by a twisted flux tube, there is in general a non null flux density as follows. For simplicity, suppose that the flux tube, which links the magnetic regions, has a uniform twist T in its cross-section. Let $T \geq 0$ be fixed as the magnetic polarities separate (so there is *no* twisting motions and *no* net injection of magnetic helicity) and analyze the effect of T on the distribution of G_ϕ . For $T > 0$, $G_\theta(\mathbf{x}_{a_+}) \neq -G_\theta(\mathbf{x}_{a_-})$ and the difference increases from $T = 0$ to $T = 1/2$ (for a half turn $G_\theta(\mathbf{x}_{a_+}) = G_\theta(\mathbf{x}_{a_-})$). Thus G_ϕ depends on the amount of twist in the volume. More precisely, taking $f_+ = f_- = 0.5$ (so sharing the flux equally in each magnetic polarity) G_ϕ is in the interval $[0, G_\theta]$ when T is in $[0, 1/2]$!

The twist T indeed creates an asymmetry between the elementary fluxes linking the polarities. Let us call \mathcal{A} the field line linking the centre of the polarities (axis of the torus). When T is in $[0, 1/2]$, part of the flux linkage lies below \mathcal{A} while the other part lies above \mathcal{A} and at $T = 1/2$, this effect is maximum. As the magnetic polarities separate, the elementary flux tubes going above (resp. below) \mathcal{A} get a magnetic helicity flux which increases (resp. decreases) their positive helicity. Although there is no net global flux of helicity, the footpoint separation creates a reorganization in the helicity distribution and thus the appearance of positive/negative helicity flux densities. For $T > 1/2$, G_ϕ decreases and goes to zero for $T = 1$ since all the flux is now passing below \mathcal{A} . Finally, the distribution of G_ϕ is modified periodically with T with a period of 1. This example illustrates that the remnant polarities in G_θ can be artificial or real depending on the coronal linkage.

4.2.3. Effects of B_n distributions

We have assumed above a uniform field component B_n in the magnetic regions. We investigate below how profile dependent the above result is. The selected profiles are ordered from a profile where the flux is mostly at the border of the magnetic region to a profile where the flux is concentrated around the centre of the region (keeping the same total magnetic flux):

$$\begin{aligned} B_1(\rho) &= \frac{3\rho}{2R} B_0 \\ B_2(\rho) &= B_0 \\ B_3(\rho) &= \frac{B_0}{\ln 2 (1 + (\rho/R)^2)} \\ B_4(\rho) &= 3B_0(1 - \rho/R) \\ B_5(\rho) &= \frac{1 - \rho/R}{(3 - 4 \ln 2)(1 + \rho/R)}, \end{aligned} \quad (41)$$

where ρ is the distance from the centre ($\rho \leq R$). The ratio between $(dH_A/dt)_+$ and $(dH_\theta/dt)_+$ shows that G_θ introduces, relatively to G_A , even less spurious helicity flux when the flux is more concentrated (Fig. 5). Only when the magnetic flux lies mostly at the border of the magnetic region (field B_1 in Eq. (41)) will the ratio be slightly less than in the case where B_n is uniform. Since profiles of observed photospheric flux tubes show B_n decreasing from the centre to the border, the case with

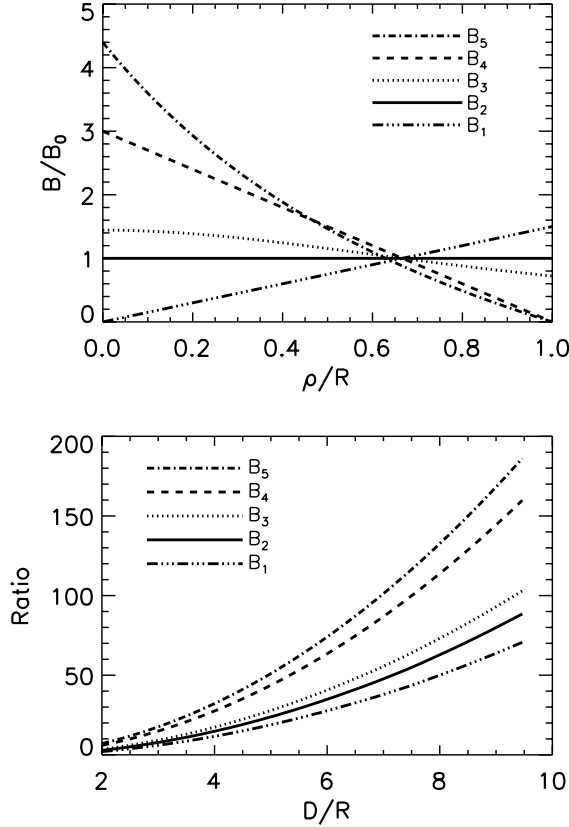


Fig. 5. *Top panel:* different profiles of $B_n(\rho/R)$ as described by Eq. (41). *Bottom panel:* ratio of $(dH_A/dt)_+$ (Eq. (39)) with $(dH_\theta/dt)_+$ (Eq. (40)) for the different B_n profile in function of the separation distance D normalized to the radius R of the magnetic regions. The ratio is larger as the field is more concentrated to the centre of the magnetic region.

a uniform B_n provides a good estimate of the strongest spurious helicity flux given with G_θ .

4.2.4. Case of magnetic regions with like-sign

Finally, consider the same configuration as above except that the two magnetic regions have the same B_n sign. The main difference is that the $-$ sign in Eq. (36) is replaced by a $+$ sign (also G_θ changes sign in Eq. (37)). It implies that Eq. (38) is replaced with a summation of two terms of like sign, so the ratio $|G_A/G_\theta|$ is always greater. Thus in the case of two magnetic regions of same sign the use of G_θ , rather than G_A , is even more recommended.

4.3. One polarity rotating around another one

Another basic motion is the rotation of one magnetic region around another one. For concreteness we consider that the magnetic region P_- is rotating around the magnetic region P_+ , but for the following helicity flux results the field sign can be reversed. Each magnetic region is circular with a radius R and $|B_n| = B_0$ uniform. The centres of the polarities, O_+ and O_- , are separated by $D = |O_+O_-|$. We suppose that only P_- has a

solid rotation around P_+ with the angular velocity $\mathbf{\Omega} = \Omega \hat{\mathbf{e}}_x$; the velocity field at the point $M(\mathbf{x})$ is given by:

$$\mathbf{u} = \mathbf{\Omega} \times \mathbf{O}_+M \quad \text{for } M \in P_- . \quad (42)$$

In this example there is a net total flux of helicity. The rigid rotation of P_- around P_+ can be decomposed into a rigid rotation of P_- around its centre and a rotation of P_- around P_+ without internal rotation of P_- (see Eq. (A.1)). Thus the helicity injected has three contributions: \dot{T}_- due to the rotation of P_- around itself (twisting), \dot{W}_{-+} due to the relative rotation of P_- around P_+ (writhe) and \dot{W}_{+-} due to the relative rotation of P_+ around P_- (writhe). Since all these rotations have the same rotation rate Ω , using Eq. (23) and assuming that the two polarities are elementary fluxes (point-like with $\Phi_- = \Phi_+ = \pi R^2 B_0$ a fixed value and $D \gg R$), the total flux of helicity injected is:

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dt} &= \dot{W}_{-+} + \dot{W}_{+-} + \dot{T}_- \\ &= \frac{\Omega}{2\pi} (\Phi_- \Phi_+ + \Phi_+ \Phi_- - \Phi_-^2) \\ &= \frac{\pi}{2} \Omega B_0^2 R^4 . \end{aligned} \quad (43)$$

The non-null values of G_A and G_θ are:

$$G_A(\mathbf{x}) = \Omega B_0^2 (R^2 - \mathbf{O}_-M \cdot \mathbf{O}_+M) \quad \text{for } M \in P_- \quad (44)$$

$$G_\theta(\mathbf{x}) = \frac{\Omega B_0^2 R^2}{2} \frac{\mathbf{O}_-M \cdot \mathbf{O}_+M}{|\mathbf{O}_-M|^2} \quad \text{for } M \in P_+ . \quad (45)$$

G_A vanishes in P_+ because P_+ is not moving. However it is worth noting that G_θ vanishes in P_- ! At each point of P_- the twist helicity is exactly compensated by the writhe helicity. The detail of the G_θ computation which leads to Eq. (45) is given in Appendix A. Integration of both Eqs. (44) and (45) over P_- and P_+ respectively gives the result of Eq. (43), showing that this result applies also for any finite radius R .

Like when two polarities separate (Sect. 4.2), G_A has both positive and negative values on the rotating region, a result which could lead to misinterpretation (Fig. 6). At the opposite of the separating case, G_θ is positive in all of the motionless region (P_+). The possible misinterpretation in that case is that the helicity flux is concentrated in P_+ . Using G_Φ (Eq. (28)) solves this problem.

When $D \gg R$, $G_\theta \approx \Omega B_0^2 R^2/2$ is almost uniform in P_+ which is just what is expected for a solid rotation. However G_A is growing with the separation, D , of the magnetic polarities. For $D \gg R$, the ratio between G_A in P_- and G_θ in P_+ is approximately:

$$\frac{G_A}{G_\theta} \approx 2 \frac{D}{R} \cos \varphi , \quad (46)$$

where $\cos \varphi = \mathbf{O}_-M \cdot \mathbf{O}_+M / (RD)$ for $M \in P_-$. Then the fake polarities of G_A grows linearly with the separation D of the magnetic regions! The total helicity fluxes, computed separately for positive and negative densities as in Eqs. (39) and (40), have the same properties: $(dH_A/dt)_+$ and $|(dH_A/dt)_-|$ both grow linearly with D/R while $(dH_\theta/dt)_+$ gives the right input of helicity (Fig. 7).

Furthermore, the sum $(dH_A/dt)_+ + (dH_A/dt)_-$ gives only approximately the correct injected helicity; the error grows

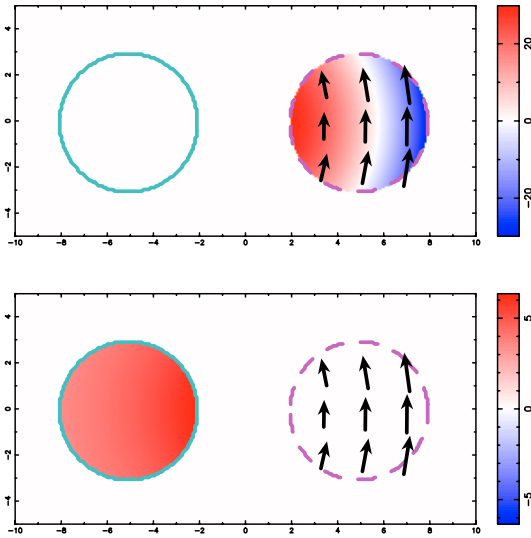


Fig. 6. Maps of G_A (Eq. (13), top panel) and G_θ (Eq. (19), bottom panel) in the case of one magnetic polarity (P_-) having a solid rotation around another one (P_+) and injecting positive magnetic helicity (motions are indicated with arrows). B_n is uniform in each magnetic region. G_A is strongly bipolar while G_θ has no negative value. The shading convention is the same as in Fig. 1 (a color version is available in the electronic version at <http://www.edpsciences.org>).

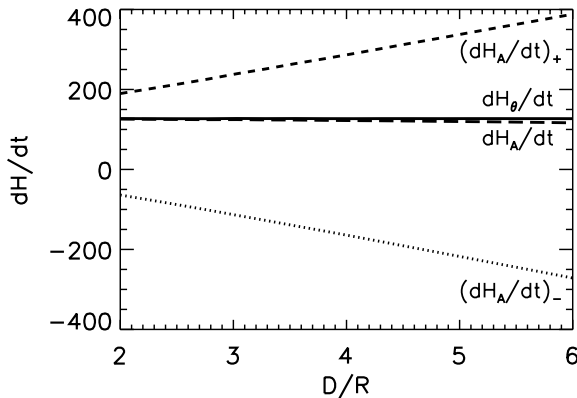


Fig. 7. Total positive and negative helicity flux for G_A and total positive flux for G_θ (no negative values) in the case of one magnetic region having a solid rotation around another one (Fig. 6). The abscissa is the relative distance D/R as in Fig. 5. The fake flux, both positive and negative, given by G_A is of comparable magnitude to the real flux ($\Omega B_0^2 R^4 = 81$).

with D/R . It shows that, not only the local density values, but also the total helicity flux can be affected by using G_A . Large positive and negative fluxes are cancelled in the total flux; moreover the computation of \mathbf{A} is affected by the periodicity of the fast Fourier transform (used to compute it). In the present case the periodic boundary effect is dominant and we describe it below.

In order to accurately compute \mathbf{A} using the fast Fourier transform method, one must place the magnetogram in a larger field of view that contains no magnetic field. In this paper, the data box was a 512×512 mesh representing a region of 40×40 . To compute \mathbf{A} we put this data box in the centre of a 4×4 times larger box. Thus the fast Fourier transform is here done

with 2048×2048 modes, a much larger number of modes than what is usually used with observations. This large number reduces the effect of the periodic boundary here (so that it is small in Fig. 7). This effect would become even more important with real observations and when the polarities are well separated. This is another important point in favor of G_θ since only G_A is affected by this numerical problem.

4.4. Emergence of a twisted flux tube

4.4.1. Description of the model

Frequently new bipoles appear in magnetograms. The associated magnetic flux tube is expected to be twisted in the convective zone in order to be able to reach the photosphere without being destroyed (Emonet & Moreno-Inertis 1998). There is also evidence for the emergence of twisted flux tubes (Leka et al. 1996).

We consider a simple model to simulate the main helicity properties of this emergence. The magnetic field is confined in a torus with a main axial radius R_a and a small radius R . The longitudinal field strength inside the torus is uniform for simplicity (similar results are obtained with a different profile, as in Fig. 5). The field is uniformly twisted, both across and along the flux tube, with a number $N > 0$ of turns for half the torus.

We simulate the emergence of half the torus with a constant vertical velocity. The horizontal velocity of the footpoints of field lines is given by Eq. (7), with no horizontal plasma velocity. The helicity flux is thus given by Eq. (12). The height of the axis apex above the “photosphere” (boundary) is used to monitor the emergence. Its value is $-R$ when the first amount of field is about to cross the “photosphere”, 0, when the torus axis is just tangent to the “photosphere”, R when the top of the torus (its central cross section) has completely emerged and R_a when the torus is half emerged. Normalizing the height with R_a , the relative height Z runs from $-R/R_a$ to 1.

4.4.2. General properties

As in the other examples, G_A and G_θ have some negative helicity flux densities while the rising of this twisted flux tube should only inject positive helicity (Fig. 8). Since the magnetic field is known in the volume, we know the connectivities and we can compute G_Φ (Fig. 8). G_Φ has no negative polarities and it is almost homogeneous over the flux tube section. The evolution of the helicity flux during the emergence is summarized by the total fluxes (Fig. 9). All total helicity injections are maximum just before $Z = R/R_a$, i.e. just before the top of the flux tube has completely emerged. The helicity injections are related to the modification of the flux-tube cross section with Z , called the Cassini surface, but cannot be expressed only as a function of this surface (even with a uniform longitudinal field and twist as considered here).

For cases with low N even G_θ maps have fake polarities but they are at least a factor 10 lower than the fake polarities of G_A . For example, with a flux tube twisted by only one tenth of turn ($N = 0.1$) the fake polarities of G_θ are of the same magnitude

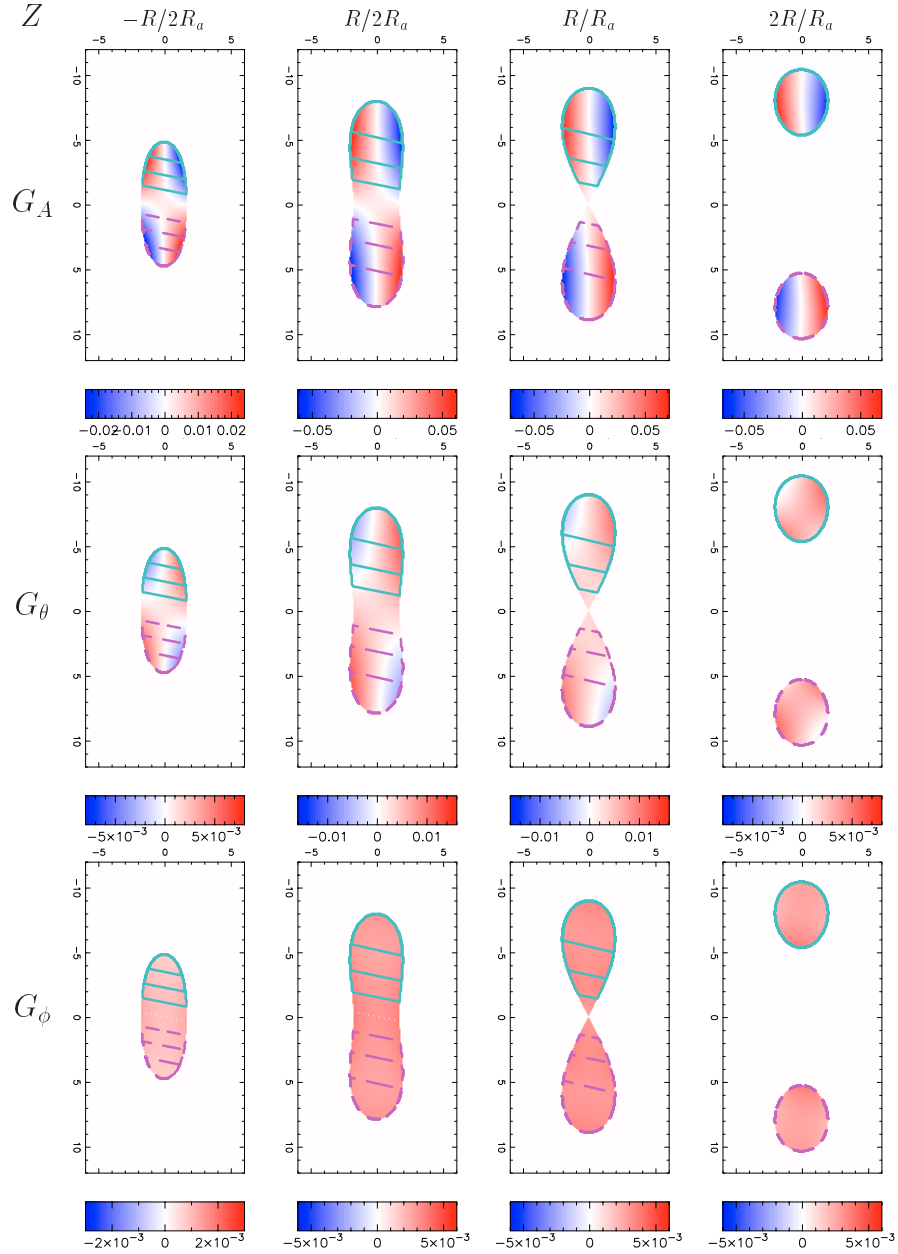


Fig. 8. Rows from top to bottom: maps of G_A , G_θ , G_ϕ (Eqs. (13), (19) and (28) with $f = 1/2$) in the case of the emergence of a twisted flux tube (as defined in Sect. 4.4). The helicity flux densities are presented at four different times with the flux tube rising from left to right. The number of turns in half the torus is $N = 0.1$, and the aspect ratio $R/R_a = 0.2$. The shading convention is the same as in Fig. 1 with a range which depends on the panel (a color version is available in the electronic version at <http://www.edpsciences.org>). The continuous (dashed) lines are positive (negative) isocontours of B_n , respectively.

than the real flux values given by the G_ϕ maps (see the scales in the bottom of the maps of Fig. 8), while the fake polarities of G_A are completely masking the real helicity injection during almost all the emergence (except when the torus is nearly half emerged: Fig. 9).

4.4.3. Parametric study of the fake polarities

As in the case of a single polarity translating and rotating (see Sect. 4.1 and Eq. (33)), the relative importance of the fake polarities depends of the amount on helicity injected (so on the

number of turns N) and on the aspect ratio R/R_a . We define a proxy, called the Fake Relative Flux (FRF_X), to quantify the relative importance of the fake polarities due to the use of G_X (where $X = A$ or θ):

$$\text{FRF}_X = \frac{\int_{Z=-R/R_a}^{R/R_a} \left| \frac{dH_X}{dt} \right|_- dZ}{\int_{Z=-R/R_a}^{R/R_a} \left| \frac{dH_\phi}{dt} \right| dZ}. \quad (47)$$

The integral range is selected to be for the emergence of the top part of the flux tube, where the strongest fake polarities

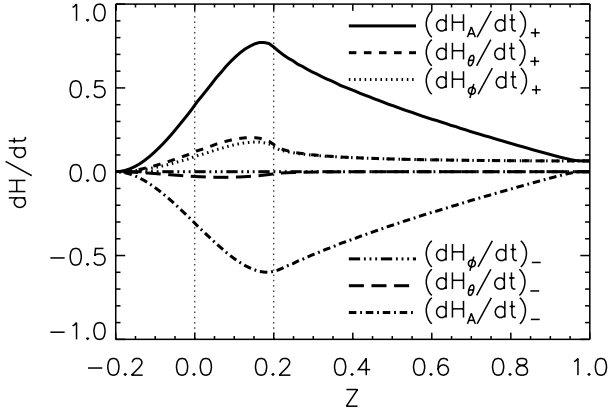


Fig. 9. Total positive and negative helicity flux for G_A , G_θ , and G_ϕ in the case of the emergence of a twisted flux tube with $N = 0.1$ (Fig. 8). The abscissa is the relative height, Z , of the central part of the torus, above the “photosphere”. The curves start (on the left) when the top of the torus crosses the “photosphere” ($Z = -R/R_a = -0.2$) and end (right) when the torus is half emerged ($Z = 1$). The thin vertical dotted lines correspond to the height when the top of the tube (its central cross section) is half emerged ($Z = 0$) and completely emerged ($Z = R/R_a = 0.2$).

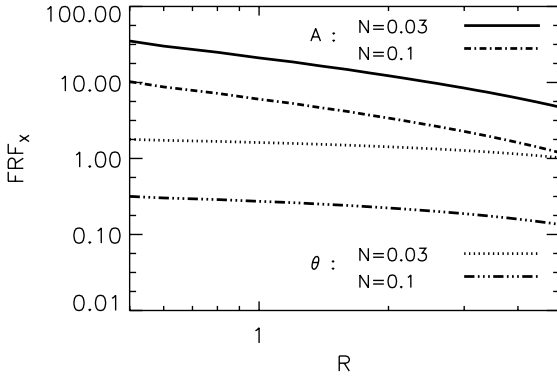


Fig. 10. Dependence on R of the Fake Relative Fluxes, FRF_A and FRF_θ (ratio between the fake and the real helicity flux for $Z \in [-R/R_a, R/R_a]$, Eq. (47)). The curves show two values of the number of turns N : 0.03 and 0.1.

are present, but the following conclusion is the same with another choice. When $\text{FRF}_X > 1$, the fake polarities become more important than the true helicity flux and the maps of G_X are misleading, while when $\text{FRF}_X \ll 1$, the fake polarities do not significantly alter the true helicity flux density. We computed FRF_A and FRF_θ for different values of N ranging from 0.005 to 5, and R going from 0.5 up to 5, keeping R_a constant equal to 10. The results are summarized below.

Both FRF_A and FRF_θ are decreasing functions of R (Fig. 10), but the variation is relatively small, in particular with FRF_θ which is only lightly influenced by R (less than a factor 3 of variation for one order of magnitude in R). FRF_A is slightly more dependent on R and its variation goes approximately as R^{-1} . However, R (or the aspect ratio R/R_a) is not a parameter as important as N (see next paragraphs), and thus, for helicity injection maps coming from observations, the flux measurements in the large flux tubes will only be slightly less affected by the fake polarities than smaller flux tubes.

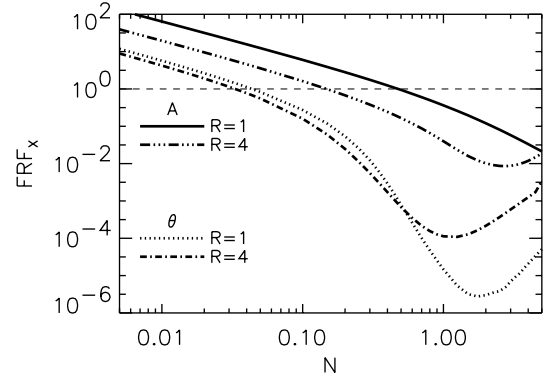


Fig. 11. Dependence on the number of turns N of the Fake Relative Fluxes (FRF_A and FRF_θ , Eq. (47)) for two values of the small radius R : 1 and 4 (the main radius is $R_a = 10$).

The main effects of N are the following ones. For small N , both FRF_A and FRF_θ are rapidly decreasing functions of N (more rapidly than N^{-2}), but for large N they are increasing functions of N (Fig. 11). The minimum point is located at a lower N for FRF_θ than for FRF_A (as well as for larger R).

The decrease for small N can be easily understood. The total amount of helicity injected increases with N while the separation velocity of the magnetic polarities, at the origin of the fake polarities, does not change. It implies that the fake polarities are more dominated by the real injected helicity at larger N values. For example with $R/R_a = 4/10$ (Fig. 11), as soon as N becomes bigger than 0.15, FRF_A is lower than 1. With lower radius, this transition happens for larger N . In the case of FRF_θ , whatever the radius is (in the range: $R/R_a \in [0.05, 0.5]$), when $N > 0.04$ (a low amount of twist), the fake polarities of G_θ do not mask the true helicity flux density.

The above dependence on N is modified when N is high enough so that it drastically changes the distribution of B_n (Fig. 12). This occurs only at the top of the flux tube when B_n is dominated by the azimuthal field. There, the two magnetic polarities are separating in a direction almost orthogonal to the torus axis (while they are separating nearly along the torus axis for smaller N values, Fig. 12). The separation of the polarities leads to fake polarities of both G_A and G_θ as in previous examples. Since in the case of separating polarities the strength of G_A and G_θ depends on the magnetic vertical field and since in the top of the flux tube $B_n \propto N$, the importance of these fake polarities will increase with N . However, even in the case of these large values of N , the values of both FRF_A and FRF_θ are still far below 1, implying a small influence of the fake polarities.

We conclude this emergence study with the hope of applying it to observations in a further study. The most important result is that, for the same evolving magnetic configuration, FRF_θ is *always lower by a factor 10* than FRF_A , and this can be by more than a factor 10^3 (for example with $R/R_a = 0.1$ and $N = 1$). This strongly indicates that it is always better to use G_θ than G_A in order to map the helicity flux density. Another important point is that with G_θ the fake polarities become negligible for lower values of N than with G_A (typically a factor 10 lower).

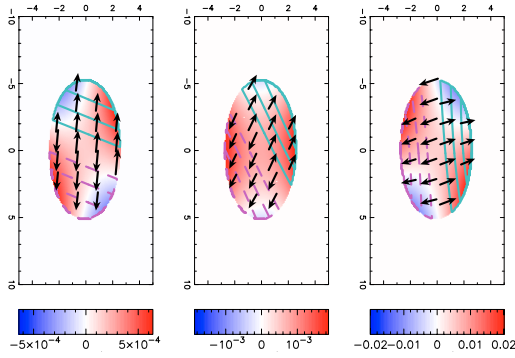


Fig. 12. Maps of G_θ (Eq. (19)) in the case of an emerging twisted flux tube for different number of turns N of the field lines. *From left to right*, G_θ is drawn respectively with $N = 0.2$, $N = 1$ and $N = 6$. The maps are for $Z = -3R/4R_a$ with $R/R_a = 0.4$. The arrows represent the horizontal motions \mathbf{u} of the footpoints of the field lines (Eq. (7)). The shading convention is the same as in Fig. 1 with a range which depend on the panel (a color version is available in the electronic version at <http://www.edpsciences.org>). The continuous (dashed) line represents one isocontour of $B_n > 0$ ($B_n < 0$), respectively.

5. Conclusion

Magnetic helicity is a basic MHD quantity. Important developments have been achieved in recent years in observing the photospheric flux of magnetic helicity. It is also worthwhile to derive maps of the magnetic flux density in order to follow where the helicity is coming from (e.g. is it coming into the corona mainly in emerging magnetic fields or is a significant flux also present well after emergence?).

All previous analyses used the density $G_A (= -2(\mathbf{A} \cdot \mathbf{u})B_n)$ which involves the vector potential \mathbf{A} of the magnetic field (Chae 2001; Chae et al. 2001, 2004; Kusano et al. 2002, 2005; Nindos & Zhang 2002; Nindos et al. 2003; Moon et al. 2002a,b). In all the studied active regions, the density G_A has strong polarities of both sign with comparable magnitude. In fact, we show above that a large part of these polarities are likely to be fake polarities: they are due to the intrinsic property of G_A which is not a true helicity flux density. The simplest case is when a magnetic region is moving bodily (so no helicity is injected): G_A has two strong polarities which can easily mask a real input of helicity, for example, by twisting motions (Sect. 4.1). Examples of these fake polarities associated with the global motion of a magnetic region can be found in all the above published maps of G_A ; the clearest examples are in Nindos et al. (2003). The fake polarities induced by G_A could represent significant, if not dominant, contributions to the observed positive and negative flux of magnetic helicity, maybe even masking the real helicity flux injection. The precision of the much lower net flux of helicity can be affected by this subtraction of close numbers (which, moreover, are affected by the periodicity used to compute \mathbf{A}).

In this study, the main objective was to solve the above problem by defining the flux of magnetic helicity per unit surface. In a first step, we define a new density, G_θ (Eq. (19)), by writing explicitly the vector potential \mathbf{A} and rearranging the double summations over the magnetogram (Sect. 3.2). For an elementary magnetic region, G_θ sums up the rotation of

all the other magnetic regions taking into account their magnetic flux. G_θ vanishes for one magnetic region moving uniformly, so, in this case, it solves the problem of G_A . However G_θ can still have weaker fake polarities when several magnetic regions are moving. For example when two magnetic regions are separating or approaching each other, two polarities of G_θ are present on each magnetic region (Sect. 4.2). They are usually weaker by more than one order of magnitude than those obtained with G_A (Sects. 4.2 and 4.4) or even absent in some cases (e.g. Sect. 4.3). These results make G_θ much better suited to follow the injection of helicity in ARs, i.e. to detect the real flux density of magnetic helicity.

While G_θ will be of great practical use, it is still not the flux density of magnetic helicity. Indeed to define it one needs more information than the normal field component evolution (which is sufficient to compute G_θ): we need the coronal connectivities for all the elementary flux tubes. This information enables us to define the helicity flux per elementary flux tube (Eq. (25)), a quantity which can be rewritten as a flux of magnetic helicity per unit surface (G_Φ , Eq. (28)). G_Φ is a field-weighted average of G_θ at both feet of the coronal connections, and it removes the remnant fake polarities associated to G_θ (Sects. 4.2 and 4.4). However some mixed polarities of G_Φ can be still present, e.g. when a coronal twisted field is moved by horizontal photospheric flows (Sect. 4.2.2). It is a clear warning that, even when using G_Φ , the presence of both signs in the helicity flux density should be analyzed with care (e.g. it does not necessarily mean cancellation of magnetic helicity due to magnetic reconnection).

The present results are directly applicable to observations. They are independent of the method used to get the photospheric velocities. When local correlation tracking and/or the induction equation are used, one can deduced only the total flux density, but if plasma motions are available the flux density can be derived separately for the shear (horizontal motions) and advection (emergence) terms. While G_Φ provides the true helicity flux density, its practical use is presently limited by our ability to define the coronal linkage for all the magnetic polarities. This situation will be well improved in a near future with the high resolution and multi-wavelength observations of Solar-B (Shimizu 2002), as well as the development of numerical techniques to compute the coronal field from photospheric data. So presently G_θ is of most use, but it will be replaced by G_Φ later on. This will bring another step in detecting weaker input of helicity flux density (which when summed over an AR and time can bring a significant amount of magnetic helicity). It will also permit us to track the emergence of truly opposite magnetic polarity to the dominant one in an AR, a case which could be important for flaring (Kusano et al. 2004).

Acknowledgements. We thank the referee for her/his helpful comments.

References

- Berger, M. A. 1984, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 30, 79
- Berger, M. A., & Field, G. B. 1984, *J. Fluid. Mech.*, 147, 133
- Brown, D. S., Nightingale, R. W., Alexander, D., et al. 2003, *Sol. Phys.*, 216, 79

- Chae, J. 2001, *ApJ*, 560, L95
- Chae, J., Moon, Y., & Park, Y. 2004, *Sol. Phys.*, 223, 39
- Chae, J., Wang, H., Qiu, J., et al. 2001, *ApJ*, 560, 476
- Démoulin, P., & Berger, M. A. 2003, *Sol. Phys.*, 215, 203
- Démoulin, P., Bagalá, L. G., Mandrini, C. H., Hénoux, J. C., & Rovira, M. G. 1997, *A&A*, 325, 305
- Démoulin, P., Mandrini, C. H., van Driel-Gesztelyi, L., et al. 2002, *A&A*, 382, 650
- Emonet, T., & Moreno-Insertis, F. 1998, *ApJ*, 492, 804
- Finn, J. H., & Antonsen, T. M. 1985, *Comm. Plasma Phys. Contr. Fus.*, 9, 111
- Gibson, S., Fan, Y., Mandrini, C. H., Fisher, G., & Démoulin, P. 2004, *ApJ*, 617, 600
- Green, L. M., López fuentes, M. C., Mandrini, C. H., et al. 2002, *Sol. Phys.*, 208, 43
- Kusano, K., Maeshiro, T., Yokoyama, T., & Sakurai, T. 2002, *ApJ*, 577, 501
- Kusano, K., Maeshiro, T., Yokoyama, T., & Sakurai, T. 2004, *ApJ*, 610, 537
- Kusano, K., Maeshiro, T., Yokoyama, T., & Sakurai, T. 2005, in *The Solar-B Mission and the Forefront of Solar Physics*, ed. T. Sakurai, & T. Skii (San Francisco: ASP), ASP Conf. Ser., 325, in press
- Leka, K. D., Canfield, R. C., McClymont, A. N., & van Driel-Gesztelyi, L. 1996, *ApJ*, 462, 547
- Longcope, D. W. 2004, *ApJ*, 612, 1181
- Moon, Y.-J., Chae, J., Choe, G. S., et al. 2002a, *ApJ*, 574, 1066
- Moon, Y.-J., Chae, J., Wang, H., Choe, G. S., & Park, Y. D. 2002b, *ApJ*, 580, 528
- Nindos, A., & Zhang, H. 2002, *ApJ*, 573, L133
- Nindos, A., Zhang, J., & Zhang, H. 2003, *ApJ*, 594, 1033
- Shimizu, T. 2002, *Adv. Space Res.*, 29, 2009
- Welsch, B. T., Fisher, G. H., Abbett, W. P., & Regnier, S. 2004, *ApJ*, 610, 1148
- Welsch, B. T., & Longcope, D. W. 2003, *ApJ*, 588, 620

Online Material

Appendix A: Computation of G_θ for a polarity rotating around another one

We complement in this appendix Sect. 4.3. The velocity field at a point M ($\in P_-$) given by Eq. (42) can be decomposed in two different movements:

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{O}_+ \mathbf{O}_- + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{O}_- \mathbf{M} \quad \text{for } M \in P_- \quad (\text{A.1})$$

The first term in the right hand part of the equation corresponds to a rigid rotation of P_- around P_+ and the second term to the rigid rotation of P_- around its centre.

A.1. Computation of G_θ in P_-

The rotation rate between M and another point M' also belonging to P_- is then simply deduced from Eq. (17):

$$\begin{aligned} \frac{d\theta(\mathbf{M}'\mathbf{M})}{dt} &= \frac{(\mathbf{M}'\mathbf{M} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{O}_- \mathbf{M} - \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{O}_- \mathbf{M}'))_n}{|\mathbf{M}\mathbf{M}'|^2} \\ &= \Omega \quad \text{for } (M, M') \in (P_-)^2. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

This simply corresponds to the rigid rotation of P_- around itself – the twist.

The writhe is given when M' belongs to P_+ ; the rotation rate is then a bit more complex:

$$\frac{d\theta(\mathbf{M}'\mathbf{M})}{dt} = \Omega \frac{\mathbf{M}'\mathbf{M} \cdot \mathbf{O}_+ \mathbf{M}}{|\mathbf{M}\mathbf{M}'|^2} \quad (\text{A.3})$$

with $M \in P_-$ and $M' \in P_+$.

Thus, using Eqs. (A.2), (A.4) in Eq. (19), $G_\theta(\mathbf{x})$ in P_- is equal to:

$$\begin{aligned} G_\theta(\mathbf{x}) &= \frac{\Omega B_0^2}{2\pi} \left(\int_{M' \in P_+} \frac{\mathbf{O}_+ \mathbf{M} \cdot \mathbf{M}'\mathbf{M}}{|\mathbf{M}\mathbf{M}'|^2} dS' \int_{M' \in P_-} dS' \right) \\ &\quad \text{for } M \in P_-. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

The first term in the right hand part of Eq. (A.4) can be computed by analogy to the 2D electric field created by a uniform distribution of charge:

$$\int_{M' \in P_+} \frac{\mathbf{M}'\mathbf{M}}{|\mathbf{M}\mathbf{M}'|^2} dS' = \pi R^2 \frac{\mathbf{O}_+ \mathbf{M}}{|\mathbf{O}_+ \mathbf{M}|^2}, \quad (\text{A.5})$$

and so,

$$G_\theta(\mathbf{x}) = 0 \quad \text{for } M \in P_-. \quad (\text{A.6})$$

Thus there is no injection of helicity in the moving polarity. The injection of negative helicity due to the twist is exactly compensated by the positive writhe helicity due to the relative motion of P_+ around P_- .

A.2. Computation of G_θ in P_+

In the case where M is in the polarity P_+ , which is not moving, the rotation rate is only non-null for the points M' located in the opposite polarity P_- , and can be expressed as:

$$\begin{aligned} \frac{d\theta(\mathbf{M}'\mathbf{M})}{dt} &= \Omega \left(1 + \frac{\mathbf{M}\mathbf{M}' \cdot \mathbf{O}_+ \mathbf{M}}{|\mathbf{M}\mathbf{M}'|^2} \right) \\ &\quad \text{with } M \in P_+ \text{ and } M' \in P_-. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

where a constant rotation appears. One then obtains for G_θ :

$$\begin{aligned} G_\theta(\mathbf{x}) &= \frac{\Omega B_0^2}{2\pi} \left(\mathbf{O}_+ \mathbf{M} \cdot \int_{M' \in P_-} \frac{\mathbf{M}\mathbf{M}'}{|\mathbf{M}\mathbf{M}'|^2} dS' \right. \\ &\quad \left. + \int_{M' \in P_-} dS' \right) \quad \text{for } M \in P_+. \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

The first term of the right hand part of this equation can be computed similarly as in Eq. (A.5):

$$\begin{aligned} G_\theta(\mathbf{x}) &= \frac{\Omega R^2 B_0^2}{2} \left(1 + \frac{\mathbf{O}_+ \mathbf{M} \cdot \mathbf{M}\mathbf{O}_-}{|\mathbf{O}_- \mathbf{M}|^2} \right) \\ &= \frac{\Omega R^2 B_0^2}{2} \frac{\mathbf{O}_- \mathbf{M} \cdot \mathbf{O}_- \mathbf{O}_+}{|\mathbf{O}_- \mathbf{M}|^2} \quad \text{for } M \in P_+, \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

which demonstrates Eq. (45). Since one also has:

$$\int_{M \in P_+} \frac{\mathbf{O}_- \mathbf{M}}{|\mathbf{O}_- \mathbf{M}|^2} dS' = \pi R^2 \frac{\mathbf{O}_- \mathbf{O}_+}{|\mathbf{O}_- \mathbf{O}_+|^2}, \quad (\text{A.10})$$

it is possible to compute the total helicity flux injection:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\pi \Omega B_0^2 R^4}{2}, \quad (\text{A.11})$$

a result identical, but more general, than the point-like result of Eq. (43).

4.3.3 Résumé de mes travaux : (A.5, B.5, B.6, C.4)

4.3.3.1 Applications aux observations

Si les exemples analytiques présentés dans la section 4.3.2 montrent clairement que G_θ doit être préféré à G_A , quelles en sont les conséquences lorsque l'on étudie des régions actives? Bien que G_A tende à créer des artefacts, il est possible que, dans le cas de régions actives observées, ces polarités parasites ne soient que peu importantes par rapport à l'injection réelle d'hélicité. Dans le cas contraire les cartes de G_A et de G_θ devraient présenter des différences importantes. Cela signifierait alors que les cartes de G_A seraient fausses. Or celles-ci présentent une injection d'hélicité extrêmement complexe et hétérogène (Fig. 4.13). Quelle est alors la véritable distribution de l'injection d'hélicité magnétique dans les régions actives?

Afin de répondre à cette question, dans Pariat et al. (2006b), j'ai repris les données précédemment utilisées par Nindos et al. (2003), où ces derniers étudiaient le lien entre l'injection d'hélicité et l'éjection des éjections de masse coronales. En utilisant exactement les mêmes observations, j'ai produit des cartes de G_θ afin de les comparer avec les cartes de G_A précédemment publiées. Le résultat est sans appel : comme prédit dans Pariat et al. (2005), G_A génère des artefacts qui masquent complètement le flux réel d'hélicité. Ces artefacts sont d'autant plus forts qu'il existe des mouvements de translation importants des polarités magnétiques.

Bien que G_θ soit meilleure que G_A , la densité de flux d'hélicité G_θ peut aussi créer des polarités parasites. Ces polarités masquent-elles l'injection réelle d'hélicité? Les cartes de G_θ permettent-elles de comprendre directement l'injection d'hélicité? **Dans Pariat et al. (2006b), je montre que G_θ permet effectivement d'étudier l'injection réelle d'hélicité magnétique.** Je présente néanmoins un exemple où G_θ génère des signaux artificiels forts. En utilisant un modèle simple, il est néanmoins possible d'estimer la vraie distribution d'hélicité, donnée par G_Φ .

La comparaison de G_A et G_θ porte aussi sur les flux totaux (intégrés sur l'ensemble de la région active) calculés en utilisant chacune de ces définitions. Les flux totaux devraient théoriquement être parfaitement égaux. Si ces flux sont bien quasiment identiques à l'échelle de l'heure, des différences sensibles sont néanmoins présentes sur des échelles temporelles plus petites. Ces différences proviennent des erreurs systématiques dans la mesure de \mathbf{u}_{LCT} (voir Sect. 4.2.1.2) et dans le calcul de \mathbf{A} , qui sont traités différemment par l'utilisation de G_A et G_θ . Ceci nous permet d'estimer le bruit dans la mesure du flux d'hélicité et donc d'estimer sa précision.

Le principal résultat physique de Pariat et al. (2005) et Pariat et al. (2006b) est donc que dans les régions actives, l'injection d'hélicité est unipolaire et relativement homogène. Bien que nous n'ayons étudié qu'un nombre limité de régions actives, contrairement à ce que l'on pensait précédemment, l'hélicité injectée dans une région active a partout le même signe.

4.3.3.2 Article (A.5): What is the spatial distribution of magnetic helicity injected in a solar active region?

What is the spatial distribution of magnetic helicity injected in a solar active region?★

E. Pariat^{1,2}, A. Nindos³, P. Démoulin¹, and M. A. Berger⁴

¹ LESIA, Observatoire de Paris-Meudon, UMR 8109 (CNRS), 92195 Meudon Cedex, France
 e-mail: [etienne.pariat;pascal.demoulin]@obspm.fr

² Université Paris 7, Denis Diderot, 75251 Paris Cedex 05, France

³ Section of Astrogéophysics, Department of Physics, University of Ioannina, 45110, Greece
 e-mail: anindos@cc.uoi.gr

⁴ Department of Mathematics, University College London, UK
 e-mail: m.berger@ucl.ac.uk

Received 5 December 2005 / Accepted 26 February 2006

ABSTRACT

Context. Magnetic helicity is suspected to play a key role in solar phenomena such as flares and coronal mass ejections. Several investigations have recently computed the photospheric flux of magnetic helicity in active regions. The derived spatial maps of the helicity flux density, called G_A , have an intrinsic mixed-sign patchy distribution.

Aims. Pariat et al. (2005) recently showed that G_A is only a proxy of the helicity flux density, which tends to create spurious polarities. They proposed a better proxy, G_θ . We investigate here the implications of this new approach on observed active regions.

Methods. The magnetic data are from MDI/SoHO instrument and the photospheric velocities are computed by local correlation tracking. Maps and temporal evolution of G_A and G_θ are compared using the same data set for 5 active regions.

Results. Unlike the usual G_A maps, most of our G_θ maps show almost unipolar spatial structures because the nondominant helicity flux densities are significantly suppressed. In a few cases, the G_θ maps still contain spurious bipolar signals. With further modelling we infer that the real helicity flux density is again unipolar. On time-scales larger than their transient temporal variations, the time evolution of the total helicity fluxes derived from G_A and G_θ show small differences. However, unlike G_A , with G_θ the time evolution of the total flux is determined primarily by the predominant-signed flux while the nondominant-signed flux is roughly stable and probably mostly due to noise.

Conclusions. Our results strongly support the conclusion that the spatial distribution of helicity injected into active regions is much more coherent than previously thought: on the active region scale the sign of the injected helicity is predominantly uniform. These results have implications for the generation of the magnetic field (dynamo) and for the physics of both flares and coronal mass ejections.

Key words. Sun: magnetic fields – Sun: photosphere – Sun: Corona

1. Introduction

Magnetic helicity quantifies how the magnetic field is sheared and/or twisted compared to its lowest energy state, the potential field. Observations of the solar atmosphere show the existence of several sheared, even helical magnetic structures. Such structures are often associated with flares, eruptive filaments and coronal mass ejections (CMEs). Magnetic helicity thus appears as a key element in a large number of coronal phenomena and the computation of magnetic helicity is a very important task in solar physics. Therefore, it is not surprising that recently significant new developments have been made in the subject (see reviews in Brown et al. 1999; Berger 2003).

For a divergence-free field \mathbf{B} within a bounded volume \mathcal{V} of surface \mathcal{S} where the normal component $B_n = \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}}$ does not entirely vanish on \mathcal{S} (i.e. like the situation in the solar corona), Berger & Field (1984) have defined a relative magnetic helicity, H . H is defined by subtracting the helicity of a reference field having the same normal component B_n on \mathcal{S} as \mathbf{B} . Using a

potential field, \mathbf{B}_p , is a convenient choice for a reference field. An expression for H , valid for any gauge has been given by Finn & Antonsen (1985).

The direct computation of the helicity in the corona requires knowledge of the magnetic field in the entire volume, but measurements are mainly realized at the photospheric level; thus one of the best ways to estimate magnetic helicity is by integrating in time the helicity flux injected through the photosphere

1.1. Helicity flux

Using the gauge $\nabla \cdot \mathbf{A}_p = 0$, and selecting the boundary condition $\mathbf{A}_p \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0$ for the vector potential of the potential (reference) field, Berger & Field (1984), derived the flux of magnetic helicity through the surface, in particular the solar photosphere:

$$\frac{dH}{dt} = 2 \int_{\mathcal{S}} [(\mathbf{A}_p \cdot \mathbf{B})v_n - (\mathbf{A}_p \cdot \mathbf{v})B_n] dS \quad (1)$$

where \mathbf{v} is the plasma velocity. The first term corresponds to the injection of magnetic helicity by advection (emergence) whereas the second term is the flux of helicity due to motions parallel to \mathcal{S} .

★ The color version of Figs. 1–3, 5 are only available in electronic form at <http://www.edpsciences.org>

In order to estimate dH/dt from observations one should determine the velocity field \mathbf{v} and the magnetic field \mathbf{B} on the photosphere. Presently, the horizontal velocity field is derived by applying the local correlation tracking (LCT) method to follow explicitly the magnetic fluxes, using a time sequence of longitudinal magnetograms. Since only horizontal velocities are deduced from the temporal evolution of B_n , it has been believed that only the shear term could be derived (e.g. Chae et al. 2001; Nindos & Zhang 2002; Moon et al. 2002b). However, when using the LCT method one estimates the flux tube velocity \mathbf{u} parallel to S , and not the plasma velocity, \mathbf{v} : the velocity derived from the LCT method can be expressed as (Démoulin & Berger 2003):

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}_t - \frac{v_n}{B_n} \mathbf{B}_t, \quad (2)$$

and thus Eq. (1) becomes:

$$\frac{dH_A}{dt} = -2 \int_S (\mathbf{A}_p \cdot \mathbf{u}) B_n dS, \quad (3)$$

where the subscript A indicates that the flux is computed using the vector potential \mathbf{A}_p . As has been mentioned by Chae et al. (2004), we note that for a finite $v_n B_t$, Eq. (2) gives increasingly large velocity \mathbf{u} (like $1/B_n$) as one gets closer to the inversion line. This large apparent velocity of the photospheric footpoints is present at the tip of an emerging flux tube, and it can largely be underestimated by the LCT algorithm. Thus a complementary method of measuring v_n and B_t in the vicinity of inversion lines is required. However, it is the finite product $\mathbf{u} B_n$ which enters into the helicity flux (Eq. (3)) so the singularities of \mathbf{u} introduce a problem only in its measurement in the vicinity of the inversion line. In the ARs we have analyzed in this paper, there is no case where tendency of having large velocity \mathbf{u} around $B_n = 0$ is present.

1.2. Helicity flux densities

It appears natural to define a helicity flux density, G_A , as the integrand of Eq. (3):

$$G_A(\mathbf{x}) = -2(\mathbf{A}_p \cdot \mathbf{u}) B_n. \quad (4)$$

G_A has been used in several studies to determine the spatial injection patterns of magnetic helicity in active regions (e.g. Chae 2001; Chae et al. 2001, 2004; Kusano et al. 2002, 2004a,b; Maeshiro et al. 2005; Moon et al. 2002a,b, 2003a,b; Nindos & Zhang 2002; Nindos et al. 2003; Yamamoto et al. 2005; Yokoyama et al. 2003). In all these different works, G_A maps always appear extremely complex both in space and time, with polarities of both signs present at any time.

However, in a recent work (Parlat et al. 2005) we showed that G_A is not a real helicity flux density and that its properties introduce artificial polarities of both signs. If G_A produces spurious signals, it is mostly due to the fact that helicity flux densities per unit surface are not physical quantities. Due to the properties of helicity, only helicity flux density per unit of elementary magnetic flux has a physical meaning (see the definition of dh_Φ/dt in Sect. 5). But to estimate such quantity using real observations, it is necessary to isolate flux tubes and determine their connectivity, which is actually not possible. Thus any definition of a helicity flux density will only be a proxy of the helicity flux density per unit magnetic flux – referred to as real helicity flux density in the following. But some definitions may have properties which

do not permit us to estimate the injection patterns of magnetic helicity correctly.

In Parlat et al. (2005), we presented a new estimate of helicity flux density, G_θ , that does not suffer from the same problems as G_A . The helicity flux can be understood as the quantity which measures how each magnetic polarity moves relatively to the others. It is possible to write the helicity flux as a double integral over the surface which involves the relative rotation rate, $d\theta(\mathbf{r})/dt$, of pairs of photospheric positions defined by \mathbf{x} and \mathbf{x}' , with $\mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{x}'$. For a planar surface one obtains:

$$\frac{dH_\theta}{dt} = -\frac{1}{2\pi} \int_S \int_{S'} \frac{d\theta(\mathbf{r})}{dt} B_n B'_n dS dS', \quad (5)$$

where the subscript θ indicates that the flux is computed using the relative rotation rate. Then G_θ is simply defined by:

$$G_\theta(\mathbf{x}) = -\frac{B_n}{2\pi} \int_{S'} \frac{d\theta(\mathbf{r})}{dt} B'_n dS'. \quad (6)$$

We compared the properties of G_A and G_θ , applying them to several theoretical models: translational motions of a single polarity, separation and rotation of two polarities, and emergence of a twisted flux tubes (Parlat et al. 2005). In all cases, we showed that G_A almost always produces spurious signals that confuse the interpretation of the injection of helicity. G_θ produces also fake signals for some configurations. For example, let us consider an arcade formed of a single flux tube. Suppose that the footpoints rotate in opposite directions so that the tube rotates as a whole but does not increase its twist. Thus even if no helicity should be injected, G_θ polarities of opposite sign appear at each footpoint. The use of the helicity flux density per unit of elementary magnetic flux permits us to avoid these fake signals. However, generally parasitic helicity flux density polarities are much fainter with G_θ than with G_A . In the case of the emergence of a twisted flux tube, we estimated that these spurious polarities mask the real injected helicity flux when the number of turns of the twisted flux tube is lower than a few tenths of a turn (the flux tube being represented by half a torus). With G_θ the threshold in the number of turns is ten times lower than with G_A .

1.3. Aims of this paper

From our previous theoretical analysis we concluded that G_θ is much better suited for determining the patterns of helicity injection. But is it true with real observations? In observations of G_A , are the patchy structures of positive and negative sign fake polarities induced by G_A or are they real signals? Even if our theoretical analysis argues that G_θ is better, parameters such as the size of the magnetic polarities, the helicity they carry, the velocity of the photospheric motions involved in complex active regions, may be such that G_A could account for the real injection of magnetic helicity. If not, one would observe different patterns between G_θ and G_A maps. In such a case the obvious questions are: (1) can we understand the injection of helicity directly from G_θ maps? (2) does G_θ also produce fake polarities that mask the real injection pattern?

In order to address these questions, in this paper we compare G_A and G_θ maps of the active regions (ARs) previously studied by Nindos et al. (2003). The data are described in Sect. 2. Section 3 presents the differences in the helicity density maps leading to a completely new view of the structure of the helicity injection in ARs. In Sect. 4 we compare the total helicity fluxes derived from the two different definitions of helicity flux density. Then we give examples of the limitations of G_θ (Sect. 5). Finally

Table 1. Total helicity fluxes, dH_A/dt (Eq. (3)) and dH_θ/dt (Eq. (5)) and minimum and maximum values of the helicity flux densities G_A and G_θ . Fluxes are in units of 10^{21} Wb² s⁻¹ and densities in units of 10^6 Wb² m⁻² s⁻¹.

NOAA AR	Date & Time (UT)	Total flux		G_A		G_θ	
		dH_A/dt	dH_θ/dt	min	max	min	max
8210	98/05/02 09:20	15	14	-69	74	-11	42
	98/05/03 21:55	8.9	13	-134	125	-16	49
8375	98/11/04 06:25	4.4	4.6	-33	52	-10	23
	98/11/05 07:35	7.2	6.5	-35	64	-17	22
9114	00/08/08 03:35	-2.9	-2.4	-26	27	-7.1	5.6
	00/08/09 14:20	-4.2	-4.3	-27	18	-16	5.5
9182	00/10/10 21:40	3.8	4.8	-21	38	-5.2	18
	00/10/11 21:40	1.1	0.9	-20	22	-9.0	13
9201	00/10/22 12:05	0.15	0.12	-8.1	9.1	-3.1	4.2
	00/10/25 09:30	-0.63	-0.68	-8.8	3.5	-1.8	0.8

in Sect. 6 we present conclusions about the main implications of the re-interpretation of helicity injection pattern for the subphotospheric physics and coronal activity.

2. Data and methods

2.1. Magnetic data

We studied five active regions, namely AR 8210, AR 8375, AR 9114, AR 9182 and AR 9201. The details about these active regions, in particular the time evolution of their magnetic and velocity field as well as their eruptivity are presented in Nindos et al. (2003). In summary, all of them were associated with several major flares and CMEs. AR 8210, AR 8375 and AR 9114 were formed of one large concentrated magnetic polarity with the opposite polarity being much more dispersed. AR 9182 appeared as a bipolar active region and presented significant flux emergence near the leading spot. AR 9201 was a decaying active region, with both polarities decaying similarly. We used 1-min cadence and 96-min cadence MDI data. The 1-min cadence data were available at the time intervals indicated in Table 1 in Nindos et al. (2003). These data consist of both high-resolution images (pixel size of 0.6'') and full-disk images (pixel size of 2''). Since MDI magnetograms suffer from instrumental effects (Berger & Lites 2003; Nindos & Zhang 2002), we corrected all MDI fluxes as detailed in Nindos et al. (2003). Since we do not want to include solar rotation in the computations of helicity injection (which is in any case negligible, see Démoulin et al. 2002), we removed solar differential rotation, taking as reference time the time when the active region passes through the central meridian.

2.2. Derivation of G_A

In order to compute G_A (Eq. (4)), three quantities must be derived from observations. First one needs to know B_n . The MDI data provide only the longitudinal (along the line of sight) component of the magnetic field and we assume that the photospheric magnetic field is vertical. The vertical field component is then directly equal to the longitudinal field divided by the cosine of the heliocentric angle of the active region. The estimation of the errors induced by this approximation is presented in Nindos et al. (2003).

Then the vector potential of the potential field, A_p , needs to be computed. A_p is derived from B_n , following Chae (2001). In order to avoid boundary effects when using the fast Fourier transform, each original magnetogram has been placed at the center of a map which is 2–3 times bigger, and 2048×2048 modes were used.

The last quantity which is required to compute G_A is \mathbf{u} , the velocity of the footpoints of the flux tubes. \mathbf{u} can be directly estimated by applying the LCT method to the longitudinal magnetograms. The errors and limitations induced by the LCT are discussed in Démoulin & Berger (2003) and in Sect. 6 of Nindos et al. (2003). Here the LCT parameters used were $\omega = 7.5''$ for the apodizing window function and $\Delta T = 15$ –20 min for the time interval between a pair of images. Since LCT faces difficulties in regions such as sunspot umbrae, where the spatial variations of the field are small, we used white-light images and not the magnetograms to determine the velocity fields in the umbrae and penumbrae of sunspots.

2.3. Derivation of G_θ

To compute G_θ , we only need to know B_n and \mathbf{u} . Since the vector potential is not required here, G_θ is not affected by the errors induced by the discrete fourier transform when computing A_p . It is also not necessary to insert the data in a larger map. G_θ can be directly computed from the original data. Since Eq. (6) involves a double integral over the field of view, computing G_θ may be more CPU-time-consuming than computing G_A . This is why, when studying the evolution of the helicity flux in Sect. 4, we did not consider all magnetogram pixels to compute dH_θ/dt . We only computed it at the pixels where the absolute value of the longitudinal field was higher than 20 Gauss. This allowed us to reduce significantly the computation time with only marginal influence on the computed values of dH_θ/dt . Indeed for several cases, we checked that the differences between our results and the derived values when no threshold was used was less than a few percent.

At present no study has yet been done to estimate the influence of noise and systematic errors due to the LCT methods on G_θ . The LCT method limitations adduced by Démoulin & Berger (2003) should nevertheless influence any G_θ estimation. Even if this is an important issue and the subject of a future work, one should note that it is not important in our present study: our aim is here to compare G_θ and G_A using the very same dataset.

3. Helicity flux density maps

Almost all G_A maps presented in recent helicity studies show complex patterns with mixed polarities (Sect. 1.2). Kusano et al. (2002) concluded that in active regions positive and negative helicity is simultaneously injected, even in unipolar magnetic regions. However we claim here that this is mostly due to fake signals induced by G_A which almost always mask the real injection of helicity. A more trustworthy helicity density, G_θ , indeed

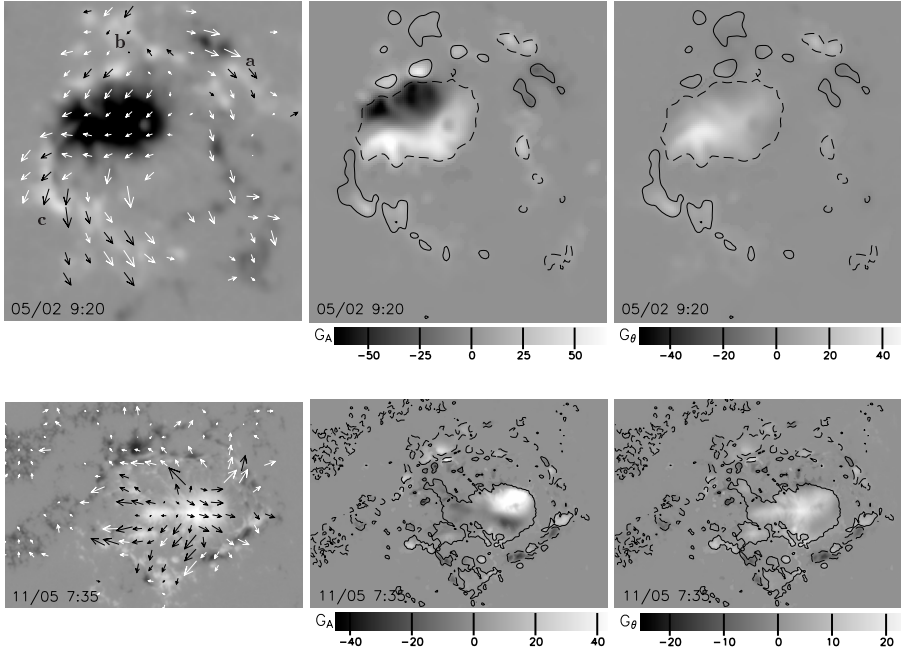


Fig. 1. AR 8210 at 09:20 UT on May 2, 1998. *Left panel:* B_n magnetograms with velocity field (arrows). *Center panel:* G_A maps. *Right panel:* G_θ maps. G_A and G_θ maps are in units of $10^6 \text{ Wb}^2 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ and have $\pm 300 \text{ G}$ isocontours of B_n . Note that the scale is not the same for the G_A and the G_θ maps. (A color version with an additional example is available in the electronic version.)

Fig. 2. Same as Fig. 1 but for AR 8375 at 7:35 UT on November 5, 1998. (A color version with an additional example is available in the electronic version.)

shows that the helicity injection patterns are rather uniform in sign. We will demonstrate that through several examples.

3.1. Comparison for AR 8210

AR 8210 has been the subject of several studies (see e.g. Welsch et al. 2004, and references therein) and produced several major flares and CMEs. It presents a δ -configuration with a main negative-polarity spot (Fig. 1, right panel). This negative spot shows clockwise flow whereas anticlockwise motions dominate the positive polarities. Figure 1 presents G_θ and G_A maps of AR 8210 on May 2, 1998, at 9:20 UT. The G_A map is dominated by two polarities of opposite sign in the center of the negative magnetic spot. The surrounding positive magnetic polarities are associated with mostly positive injection of helicity. The maximum and minimum values reached by G_A and G_θ are presented in Table 1. The maximum absolute flux density is reached in the negative spot. Note that on May 3, the negative values of G_A reach the strongest absolute values even if the total helicity flux is positive.

The G_θ map presents a completely different pattern than the G_A map. The negative magnetic polarity here is almost entirely dominated by positive helicity flux density. There are no more strong negative helicity densities. The maximum value of the helicity flux density is thus much smaller in G_θ than in G_A . It is 1.7 times lower on May 2 and 2.6 times lower on May 3. The ratio $\min(G_A)/\min(G_\theta)$ is even more important. It is about 6.1 on May 2 and reaches 7.9 on May 3. Negative polarities become very faint in the G_θ map and thus the map is much more homogeneous than the G_A map.

The remnant negative helicity polarities could be real localized injection of negative helicity but could still be spurious signals, this time due to G_θ . With our present data it is not possible to distinguish between these two possibilities; however with a closer analysis sometimes we may obtain some clues as we will show in Sect. 5. Whatever, these G_θ negative polarities have intensities lower than 1/5 of those in G_A .

The surrounding magnetic polarities present fewer differences between G_A and G_θ maps than the main polarity. Some

regions have their helicity injection patterns unchanged, such as the bipole in the upper-right corner (noted **a** in Fig. 1). Other regions present opposite signs of helicity in G_A and G_θ maps, for example the positive magnetic polarities which are north of the main magnetic polarity (noted **b**). Some others regions, like the positive magnetic polarities below the main negative magnetic region (noted **c**), present the same characteristics as the main magnetic polarity: two opposite-sign polarity in G_A and uniform positive injection in G_θ . This complicates the interpretation: it is difficult to discriminate whether there is real injection or whether spurious signals are involved, both with G_A and G_θ . The intensities are nevertheless lower with G_θ than with G_A in these areas, as in the main magnetic polarity.

3.2. Other examples

Similar patterns also appear in the other active regions. As an example in Fig. 2 we present for AR 8375 B_n magnetograms, G_A and G_θ maps on November 5, 1998. Here the main positive magnetic polarity has a translational motion toward the solar west. The surrounding negative polarities show a divergent motion from the main spot. As in AR 8210, the main magnetic positive spot presents two polarities of G_A with opposite signs whereas the G_θ maps show a more uniform pattern, primarily with positive helicity flux. Here also G_θ mainly reduces the nondominant flux densities (see minimum and maximum values of G_A and G_θ in Table 1).

Figure 3 presents maps of the two helicity flux densities for AR 9114. Here again, G_A maps present strong polarities of both signs while G_θ maps mostly present injection of negative helicity. For almost all the helicity flux density maps that we analysed – all are presented in Nindos et al. (2003) – G_θ maps appear much more uniform than G_A maps. There are a few exceptions where strong polarities still remain in the G_θ map. But even for these few cases, the bipolar patterns are not located at the same place and have lower intensities than in G_A maps. We will analyse in more detail such an example in Sect. 5.

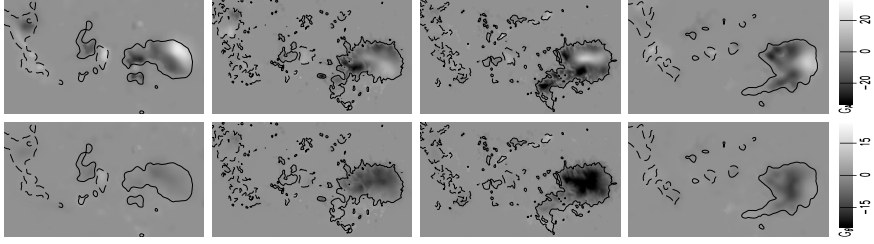


Fig. 3. G_A (up) and G_θ (down) maps of AR 9114, as in Fig. 1. (A color version is available in the electronic version.)

4. Comparison of G_A and G_θ flux

4.1. Total fluxes

Even if G_A and G_θ do not have the same spatial properties, in theory the helicity flux integrated using G_A , dH_A/dt (Eq. (3)), and using G_θ , dH_θ/dt (Eq. (5)) should be strictly equal, because both definitions are derived from Eq. (1).

However, when computing dH_A/dt and dH_θ/dt , some differences appear. For the 24 G_A maps of the 5 ARs that were presented by Nindos et al. (2003), we found a mean of 0.95 for the ratio between dH_A/dt and dH_θ/dt derived using G_θ . The mean absolute deviation of this ratio is equal to 0.25. There is no systematic prevalence of one of these terms over the other and also no dependence on the sign of the helicity flux has been found. Concerning the data used in Fig. 4, we found that for the 1755 temporal values we considered, the mean ratio of dH_A/dt to dH_θ/dt was around 0.94 with mean absolute deviation of 0.26. If we consider the active regions separately we found that for AR 8210 the relative errors between dH_A/dt and dH_θ/dt were of the order of a few per cent, while it was around 15% for AR 9114. Nevertheless we note that since there is no significant predominance of one of these two terms over the other, when we time-average the total flux evolution, the difference between dH_A/dt and dH_θ/dt becomes very small. For example in AR 8210 the mean absolute deviation of the ratio dH_A/dt over dH_θ/dt is 0.19 if one smooths the original data with 2 points and 0.10 if one uses 4 points.

A possible explanation for this discrepancy between these two active regions has to do with their mean helicity fluxes. AR 8210 has a mean absolute helicity flux several times larger than AR 9114 (see Fig. 4) although the magnetic flux of AR 8210 is lower than that of AR 9114 (1.6×10^{14} and 3.1×10^{14} Wb respectively). The differences between dH_A/dt and dH_θ/dt tend to be smaller when the helicity flux involved is larger. This is probably the effect of noise in the data for the small flux values. Roughly, the differences tend to become important when the helicity flux is lower than 10^{21} Wb² s⁻¹. But these differences may also come from the larger errors in dH_A/dt measurement due to the intense fake signals that G_A produces.

4.2. Signed fluxes

Let us define the signed flux $(dH_A/dt)_+$ (resp. $(dH_A/dt)_-$) as the positive (resp. negative) flux of injected helicity, i.e. the sum of G_A over the area where G_A is >0 (resp. <0). Let us define $(dH_\theta/dt)_+$ and $(dH_\theta/dt)_-$ similarly but using G_θ instead of G_A to integrate the flux.

The signed fluxes $|(dH_A/dt)_\pm|$ are always larger than $|(dH_\theta/dt)_\pm|$, especially the flux whose sign is opposite to the total injected flux (see Fig. 4). For AR 8210 whose helicity flux is generally positive, $(dH_A/dt)_+$ is in average 1.7 times larger than $(dH_\theta/dt)_+$ and $|(dH_A/dt)_-|$ is 3.0 times larger than $|(dH_\theta/dt)_-|$. The negative flux is strongly reduced when using G_θ . In AR 9114

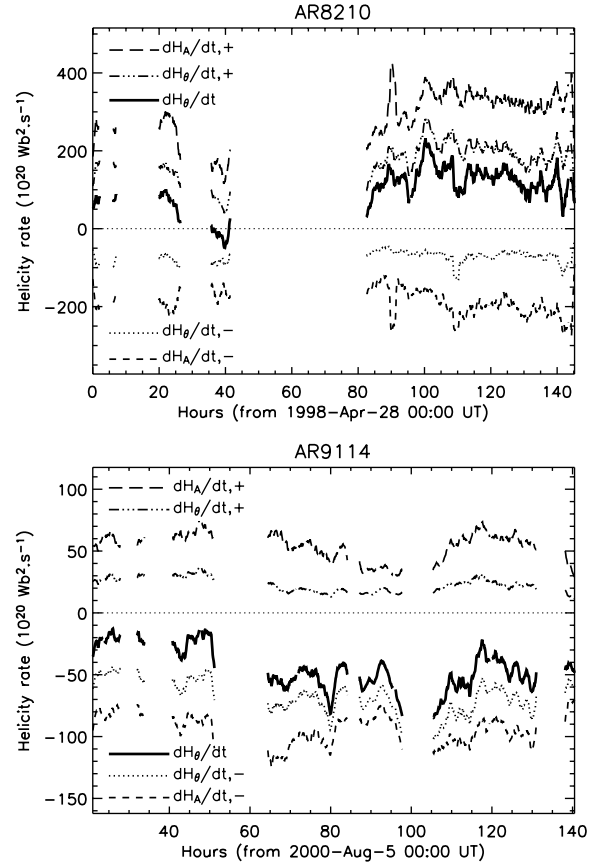


Fig. 4. Plots of $(dH_A/dt)_\pm$, $(dH_\theta/dt)_\pm$ and dH_θ/dt as a function of time for AR 8210 (up) and AR 9114 (down). The curves have been smoothed on a time interval of 100 min. We do not present the dH_A/dt curve because its differences with respect to the dH_θ/dt curve are too small to be clearly seen.

it is still the nondominant flux – the positive flux here – which becomes small when using G_θ . Here $(dH_A/dt)_+$ is on average 2.5 times larger than $(dH_\theta/dt)_+$ and the mean ratio of $|(dH_A/dt)_-|$ over $|(dH_\theta/dt)_-|$ is equal to 1.4. In AR 9114 the ratios are smaller than in AR 8210 but this should be due to the fact that the total helicity flux is smaller in AR 9114 and so the noise in G_θ and the fake polarities induced by G_θ have a stronger influence.

With G_A , part of the strong fluxes of positive and negative helicity cancel out when summing over the whole surface, resulting in small total helicity fluxes. But it is not recommended to add quantities of opposite sign whose intensities are much larger than the intensity of the final result. The systematic errors tend to be added, resulting in a larger inaccuracy of the final result. Thus using G_θ should yield more accurate results when computing the total flux.

4.3. Time evolution of fluxes

Another important feature with G_θ is that the study of the temporal evolution of helicity flux injection becomes much simpler. Figure 3 presents G_A and G_θ maps at four different times. It is directly possible to follow qualitatively the evolution of the total helicity flux by visual inspection of the G_θ maps; for example in this case there is an increase of negative helicity and then a decrease. This evolution is not that apparent in the G_A maps.

The fluctuations of the total and signed fluxes are also strongly reduced with G_θ compared to those with G_A . For example, in AR 9114, $(dH_A/dt)_+$, $(dH_A/dt)_-$ and dH_A/dt present standard deviations of 3.5, 7.3, and $8.9 \times 10^{21} \text{ Wb}^2 \text{ s}^{-1}$ respectively, while the standard deviations of $(dH_\theta/dt)_+$, $(dH_\theta/dt)_-$, and dH_θ/dt are 0.8, 1.6, and $2.4 \times 10^{21} \text{ Wb}^2 \text{ s}^{-1}$ respectively.

We also remark that with G_θ , the nondominant flux is relatively constant (Fig. 4). For example in AR 8210 the mean and the standard deviation of $(dH_\theta/dt)_-$ are respectively $-6.5 \times 10^{21} \text{ Wb}^2 \text{ s}^{-1}$ and $2.0 \times 10^{21} \text{ Wb}^2 \text{ s}^{-1}$ compared to $19.2 \times 10^{21} \text{ Wb}^2 \text{ s}^{-1}$ and $6.5 \times 10^{21} \text{ Wb}^2 \text{ s}^{-1}$ for $(dH_\theta/dt)_+$. This quasi-constant flux strongly questions the real origin of the nondominant signals. Possible reasons for the remnant nondominant helicity flux in G_θ maps could be the noise in the data and also the residual fake polarities that G_θ creates (see Sect. 5). Thus the intensity of these nondominant fluxes gives an idea of the accuracy on the total flux estimation: $\langle |(dH_\theta/dt)_-| \rangle = 6.5 \times 10^{21} \text{ Wb}^2 \text{ s}^{-1}$ in AR 8210 and $\langle (dH_\theta/dt)_+ \rangle = 2.1 \times 10^{21} \text{ Wb}^2 \text{ s}^{-1}$ in AR 9114. These values are consistent with the fluctuations of the total helicity flux in non-flaring AR which was estimated to be about $3.2 \times 10^{21} \text{ Wb}^2 \text{ s}^{-1}$ by Hartkorn & Wang (2004) while the method is different.

Instead of the total net flux dH_A/dt , Maeshiro et al. (2005) have used the absolute flux (also called total unsigned flux), defined as the difference between the positive flux and the negative flux. They correlated the absolute helicity flux with X-ray activity. Nevertheless, most of the signals in G_A are in fact spurious signals and are not linked to real helicity injection. Since G_A produces stronger spurious signal when significant translatory motions are involved, the absolute helicity flux is a rather complex tracer of the photospheric field dynamics.

5. Towards better helicity density maps

5.1. G_θ fake polarities

In the previous examples, the G_θ fake polarities had small intensity compared to the main real helicity flux. However there are still some cases where the fake helicity of G_θ may remain dominant and corrupt the interpretation of the patterns of helicity flux. Figure 5 shows such an example.

Before October 9, 2000, AR 9182 consisted of a positive compact leading sunspot and a more extended trailing negative spot. From October 9, magnetic flux emergence occurs west of the active region, in the form of two separating oppositely-signed magnetic polarities (the evolution of this active region is presented in Fig. 7 of Nindos et al. 2003). The original leading sunspot is the positive magnetic polarity noted as P_1 in Fig. 5 whereas the magnetic polarities of the emerging flux are indicated as N_2 and P_2 . Since the AR was not close to disk center (N02 E46 on October 11), some longitudinal field reversal due to projection effects appear west of P_2 . We will not take that area into consideration.

The G_A map (top left in Fig. 5) presents its usual complex patterns with several helicity flux polarities of both signs. In

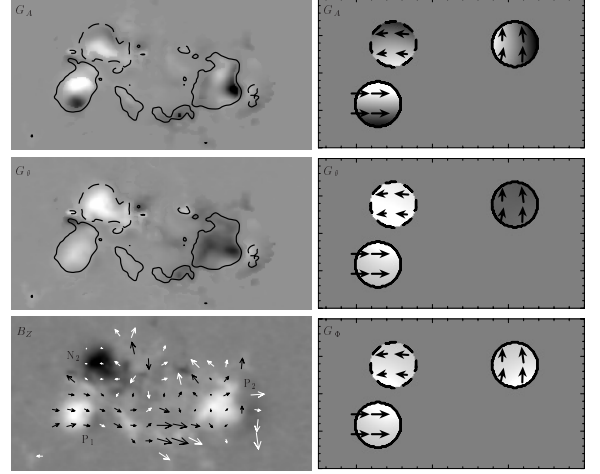


Fig. 5. Left row: AR 9182 on October 11, 2000 at 21:40 UT: G_A map (top panel), G_θ map (middle panel) and B_n magnetogram (bottom panel). The B_n isocontours on the observations maps are for $B_n = \pm 300 \text{ G}$. Right row: model maps of helicity flux densities; G_A (top panel), G_θ (middle panel) and G_ϕ (bottom panel). (A color version is available in the electronic version.)

the G_θ map most of these patchy patterns have disappeared. However both positive and negative fluxes are very strong compared to the total flux and G_θ presents fluxes as strong as G_A , but their spatial distribution is different. Using the G_θ map, one would conclude that there is simultaneous injection of helicity of both signs in the emerging flux (N_2P_2). But is this true?

5.2. Defining a better flux density

In Pariat et al. (2005), we found that only the helicity flux density per elementary flux tube (or per unit magnetic flux) could be defined. Let $dh_\Phi/dt|_e$ denote the helicity injected in the elementary flux tube e through its footpoints on the photosphere. Only this helicity flux per unit magnetic flux has a physical meaning.

Nevertheless, it is possible to represent this quantity as a helicity flux density per unit surface by distributing it between the footpoints of the elementary flux tube (whose positions are denoted as \mathbf{x}_{e-} and \mathbf{x}_{e+}). Each proxy for the helicity flux density is only a way of distributing $dh_\Phi/dt|_e$, following some particular “rules”. For example $dh_\Phi/dt|_e$ can be related to G_A with the relation:

$$\left. \frac{dh_\Phi}{dt} \right|_e = \frac{1}{2} \left(\frac{G_A(\mathbf{x}_{e+})}{|B_n(\mathbf{x}_{e+})|} + \frac{G_A(\mathbf{x}_{e-})}{|B_n(\mathbf{x}_{e-})|} \right) - \frac{1}{2\pi} \int_S \mathbf{u}' \times \left(\frac{\mathbf{x}' - \mathbf{x}_{e+}}{(\mathbf{x}' - \mathbf{x}_{e+})^2} - \frac{\mathbf{x}' - \mathbf{x}_{e-}}{(\mathbf{x}' - \mathbf{x}_{e-})^2} \right) B'_n dS'. \quad (7)$$

This equation is quite complex since G_A fails to measure the net rotation of the dipole ($\mathbf{x}_{e+}, \mathbf{x}_{e-}$) over the photospheric field. With G_θ the link is much more direct :

$$\left. \frac{dh_\Phi}{dt} \right|_e = \frac{G_\theta(\mathbf{x}_{e+})}{|B_n(\mathbf{x}_{e+})|} + \frac{G_\theta(\mathbf{x}_{e-})}{|B_n(\mathbf{x}_{e-})|}. \quad (8)$$

$dh_\Phi/dt|_e$ is simply a field-weighted average of G_θ at both footpoints, and thus can be estimated using G_θ (provided that the field line connectivity is known).

If we suppose that the emerging polarity (N_2P_2) in AR 9182 are still completely magnetically connected and that they form a single flux tube then the real helicity flux injected in this flux tube will be the sum of the helicity injected through N_2 and P_2 .

But since they have opposite values of G_θ with similar absolute intensities, the sign of dh_Φ/dt cannot be directly deduced. Even if intense signals of G_θ are present, the real injected helicity is much weaker. This is why here G_θ fails to give an accurate picture of the real patterns of injected helicity. For this particular case, the properties of G_θ distribute the helicity per unit magnetic flux over the footpoints in such a way that large fake polarities appear.

The best surface helicity flux density proxies of dh_Φ/dt , can be obtained by sharing dh_Φ/dt equally between the two footpoints of each field line. One can use G_Φ , defined as (derived from Eq. (29) of Pariat et al. 2005, with $f = 1/2$):

$$G_\Phi(\mathbf{x}_{e\pm}) = \frac{1}{2} \left(G_\theta(\mathbf{x}_{e\pm}) + G_\theta(\mathbf{x}_{e\mp}) \left| \frac{B_n(\mathbf{x}_{e\pm})}{B_n(\mathbf{x}_{e\mp})} \right| \right). \quad (9)$$

5.3. Helicity flux densities with a model

In the ARs that we have analyzed it was not possible to determine the field line linkage. But in order to have an idea of what G_Φ would give for AR 9182, we can model this active region with two flux tubes having a torus shape with the same small radius and field strength. The distribution of the field perpendicular to the torus axis is assumed to be constant. The photospheric feet of the first flux tube corresponds to the original pre-existing polarity. The second half torus flux tube models the emerging magnetic flux (N_2 P_2). The model flux tubes are not twisted.

We implemented four kinds of motion for these polarities to describe the main velocity pattern observed in AR 9182. First, we considered a vertical emergence of the second flux tube. Second, we also imposed an eastward translational motion on that emerging flux tube, so that P_2 does not present any east-west motion. Third, we considered a solid rotation of this whole flux tube, relatively to N_2 . Finally, for the first flux tube, we only considered a translation toward the west. Observed and modelled \mathbf{u} fields (Eq. (2)) are compared in Fig. 5. For simplicity, these torus-like flux tubes are represented when they are almost half-emerged, thus the sections of the tubes appear as circular regions, of opposite polarities.

We adjusted the relative intensities of the motions, in order to make a better correspondence between the observations and model, matching not only the velocity field but also the G_A and G_θ patterns. With the above simple model we are able to derive both G_A and G_θ having the same main features as the observed maps. In particular the main polarities of G_A in AR 9182 are reproduced by the model. The model G_θ map, shows that negative density is located in P_2 whereas positive helicity flux appears in N_2 and P_1 . N_2 presents the largest helicity flux, as in the observations.

The G_Φ map (bottom right in Fig. 5) gives a different result: the three magnetic polarities present positive helicity density. Among the evolution motions we considered, we found that the translational motion and the emergence are responsible for positive helicity injection while only the solid rotational motion of the emerging polarities is a source of negative helicity. With the considered relative intensities for each motion, the positive helicity dominates the helicity flux, the main source of helicity being the relative translational motions between (N_1 P_1) and (N_2 P_2).

Indeed mutual helicity is injected in both tubes due to the relative displacement of each tube with respect to the other. In particular the emergence of an untwisted flux tube nearby another one leads to injection of helicity in both tubes. This may appear paradoxical if one considers two untwisted closed rings

of magnetic flux which are not linked. If there is no reconnection, no matter what kind of motions we apply to them their helicity should remain null. But when computing the relative helicity flux through a boundary which intersects these rings, one observes some helicity flux. This injection is mainly due to the apparent motion of the footpoints of the rising torus. Since the helicity flux changes sign when the torus is half emerged (the footpoint motion reverses), the total helicity injected will be null when the torus will be completely emerged, and so the paradox disappears.

If the emerging flux tube is twisted, the helicity flux due to the self-helicity may only appear if the twist is large enough to dominate this mutual helicity effect. In our model the mutual helicity injection will dominate if the number of turns for half the torus is lower than 0.002, so only for very weakly twisted flux tubes. Since G_A and G_θ patterns found for AR 9182 and for the model are qualitatively similar, this is an indication that the helicity flux density obtained for AR 9182 is dominated by the mutual helicity. Indeed, there is no evidence of twisting motions in the deduced LCT motions. We conclude that the LCT only detected the relative motions of the magnetic polarities (and may have missed some internal motions).

6. Conclusion/discussion

6.1. Results

In Pariat et al. (2005), we demonstrated with theoretical examples how the usual proxy of magnetic helicity flux density, G_A , can produce spurious signals, and we defined two new proxies of helicity flux density: G_θ and G_Φ . G_Φ is the most accurate definition, but G_θ is practically more appropriate to work with observational data because G_Φ requires the knowledge of the field line connectivity. The present paper addresses the application of G_θ to real observations in comparison with G_A . We have applied G_θ to the same set of data that were studied by Nindos et al. (2003), in which G_A was used.

The comparison of G_A and G_θ maps shows that G_A indeed creates strong fake polarities, due to the translational motions of magnetic polarities (Sect. 3). In general magnetic polarities of the same AR have different translational motions so it is not possible to remove a global motion to improve G_A maps. With G_θ these spurious signal disappear: the nondominant polarities of the helicity flux are suppressed and the intensities of the predominant polarities are lowered. For all five active regions that we studied, the pattern of the helicity injection is much more homogeneous in G_θ maps than in G_A maps. For most ARs, even if some nondominant polarities are still present in the G_θ maps, their intensities are much smaller than the intensities of the main helicity flux density polarities. Furthermore, it is not obvious whether these nondominant polarities are real signal, noise or spurious signal due to G_θ .

The total and signed helicity flux computed using G_A and G_θ were also compared. One expects that the total fluxes should be equal, but some differences do exist between dH_A/dt and dH_θ/dt in our data (Sect. 4.1). These differences do not have a preferential sign and thus tend to become very small when the data are time-averaged. The relative differences are also somewhat stronger when the total fluxes are small in absolute value. Concerning the unsigned fluxes, the nondominant helicity flux with G_θ is strongly reduced compare with G_A (Sect. 4.2). In the two active regions for which we computed the time evolution, the total flux is mainly due to the evolution of the dominant signed flux in G_θ . The nondominant flux appears to be roughly

constant. This may give an estimation of the intensities of the fake polarities that G_θ generates (Sect. 4.3) and an indication about the noise level in the computation of the total helicity flux.

Indeed, although G_θ reduces efficiently spurious signals induced by G_A , G_θ can also present fake polarities. AR 9182 is an example where G_θ creates intense unreal polarities (Sect. 5.1). In fact only the helicity flux density per elementary flux tube, dh_Φ/dt , is physically meaningful and G_Φ is the best proxy for it (Sect. 5.2). It is nevertheless difficult to use such quantity since it is necessary to determine the coronal linkage to compute G_Φ , which is presently not possible. In practice, G_θ is the best and simplest solution for mapping the injection of helicity. Even if it may induce spurious signals in some cases it is possible to infer the real patterns. For example, when two oppositely signed magnetic polarities which are believed to be linked present opposite G_θ signs, a better estimate of the real helicity flux is an average of the helicity densities at these magnetic polarities as shown in Fig. 5.

Regarding the pattern of the magnetic helicity injection we found that the helicity flux density distribution is much more homogeneous than previously thought. From the 28 G_θ maps that we studied only 3 presented opposite sign polarities with intensities of the same magnitude. However in these cases, one may speculate that these patterns are formed primarily by fake polarities due to G_θ as we have demonstrated for AR 9182. We conclude that the scale for the helicity flux density polarities is at least of the order of the magnetic polarities if not of the scale of the whole active region.

6.2. Implications of the results

Meaningful statistics cannot come out from this work but the result of the homogeneous injection of magnetic helicity has implications in three domains.

The photospheric injection is a consequence of the generation of magnetic helicity in the solar interior and of its transport in the convection zone. The cyclonic convection (α -effect), which is thought to be the source of magnetic helicity of active regions, produces simultaneously positive and negative magnetic helicity but with a spectral segregation (Ji 1999). Brandenburg & Blackman (2002) argue that magnetic helicity at different scales, and thus of different sign, must have different behaviors. The observed unipolar injection of magnetic helicity would define constraints for such models. However it is worth to keep in mind that presently the LCT method is efficient to detect motions of magnetic polarities (and mostly translatory motions) only on scales larger than the apodizing window. But is magnetic helicity flux homogeneous and of same sign at all scales? Refined methods to determine the velocity field are needed to improve the observational constraints; some are under development (Schuck 2005).

The injection of helicity with uniform sign has also some implications on some models of solar flare and CME triggering. Kusano et al. (2004b) developed a mechanism based on the annihilation of opposite-sign magnetic helicity. This model was

motivated by the observations of mixed sign helicity injection. Even if one does not question the validity of their model, at least the scales and the frequencies for its application have to be studied. In order to test this model with observations it is important to remove as much as possible the fake polarities. Statistical studies of the helicity injection pattern – using G_θ and possibly G_Φ – linked to eruptive events must be performed.

Finally the injection of magnetic helicity with uniform sign supports the idea that CMEs are the way for the solar atmosphere to eject helicity (Rust 1994; Low 1996), and further that CMEs appear after sufficient amount of magnetic helicity has been stored (Nindos & Andrews 2004). Regular, uniform, unipolar helicity flux through the photosphere slowly increases the absolute total coronal magnetic helicity of an active region, which will then have to eject it in CMEs.

Acknowledgements. A.N. acknowledges financial support from the Greek Ministry of Education's "Pythagoras II" grant.

References

- Berger, M. A. 2003, Topological quantities in magnetohydrodynamics (Advances in Nonlinear Dynamics), 345
- Berger, M. A., & Field, G. B. 1984, J. Fluid Mech., 147, 133
- Berger, T. E., & Lites, B. W. 2003, Sol. Phys., 213, 213
- Brandenburg, A., & Blackman, E. G. 2002, in Solar Variability: From Core to Outer Frontiers, ESA SP-506, 805
- Brown, M., Canfield, R., & Pevtsov, A. 1999, Magnetic Helicity in Space and Laboratory Plasmas (Geophys. Mon. Ser. 111, AGU)
- Chae, J. 2001, ApJ, 560, L95
- Chae, J., Wang, H., Qiu, J., et al. 2001, ApJ, 560, 476
- Chae, J., Moon, Y., & Park, Y. 2004, Sol. Phys., 223, 39
- Démoulin, P., & Berger, M. A. 2003, Sol. Phys., 215, 203
- Démoulin, P., Mandrini, C. H., van Driel-Gesztelyi, L., et al. 2002, A&A, 382, 650
- Finn, J. H., & Antonsen, T. M. 1985, Comments Plasma Phys. Contr. Fusion, 9, 111
- Hartkorn, K., & Wang, H. 2004, Sol. Phys., 225, 311
- Ji, H. 1999, Phys. Rev. Lett., 83, 3198
- Kusano, K., Maeshiro, T., Yokoyama, T., & Sakurai, T. 2002, ApJ, 577, 501
- Kusano, K., Maeshiro, T., Yokoyama, T., & Sakurai, T. 2004a, in ASP Conf. Ser., 175
- Kusano, K., Maeshiro, T., Yokoyama, T., & Sakurai, T. 2004b, ApJ, 610, 537
- Low, B. C. 1996, Sol. Phys., 167, 217
- Maeshiro, T., Kusano, K., Yokoyama, T., & Sakurai, T. 2005, ApJ, 620, 1069
- Moon, Y.-J., Chae, J., Choe, G. S., et al. 2002a, ApJ, 574, 1066
- Moon, Y.-J., Chae, J., Wang, H., Choe, G. S., & Park, Y. D. 2002b, ApJ, 580, 528
- Moon, Y.-J., Chae, J., & Park, Y. D. 2003a, J. Korean Astron. Soc., 36, 37
- Moon, Y.-J., Chae, J., Wang, H., & Park, Y. D. 2003b, Adv. Space Res., 32, 1953
- Nindos, A., & Andrews, M. D. 2004, ApJ, 616, L175
- Nindos, A., & Zhang, H. 2002, ApJ, 573, L133
- Nindos, A., Zhang, J., & Zhang, H. 2003, ApJ, 594, 1033
- Pariat, E., Démoulin, P., & Berger, M. A. 2005, A&A, 439, 1191
- Rust, D. M. 1994, Geophys. Res. Lett., 21, 241
- Schuck, P. W. 2005, ApJ, 632, L53
- Welsch, B. T., Fisher, G. H., Abbett, W. P., & Regnier, S. 2004, ApJ, 610, 1148
- Yamamoto, T. T., Kusano, K., Maeshiro, T., Yokoyama, T., & Sakurai, T. 2005, ApJ, 624, 1072
- Yokoyama, T., Kusano, K., Maeshiro, T., & Sakurai, T. 2003, Adv. Space Res., 32, 1949

Online Material

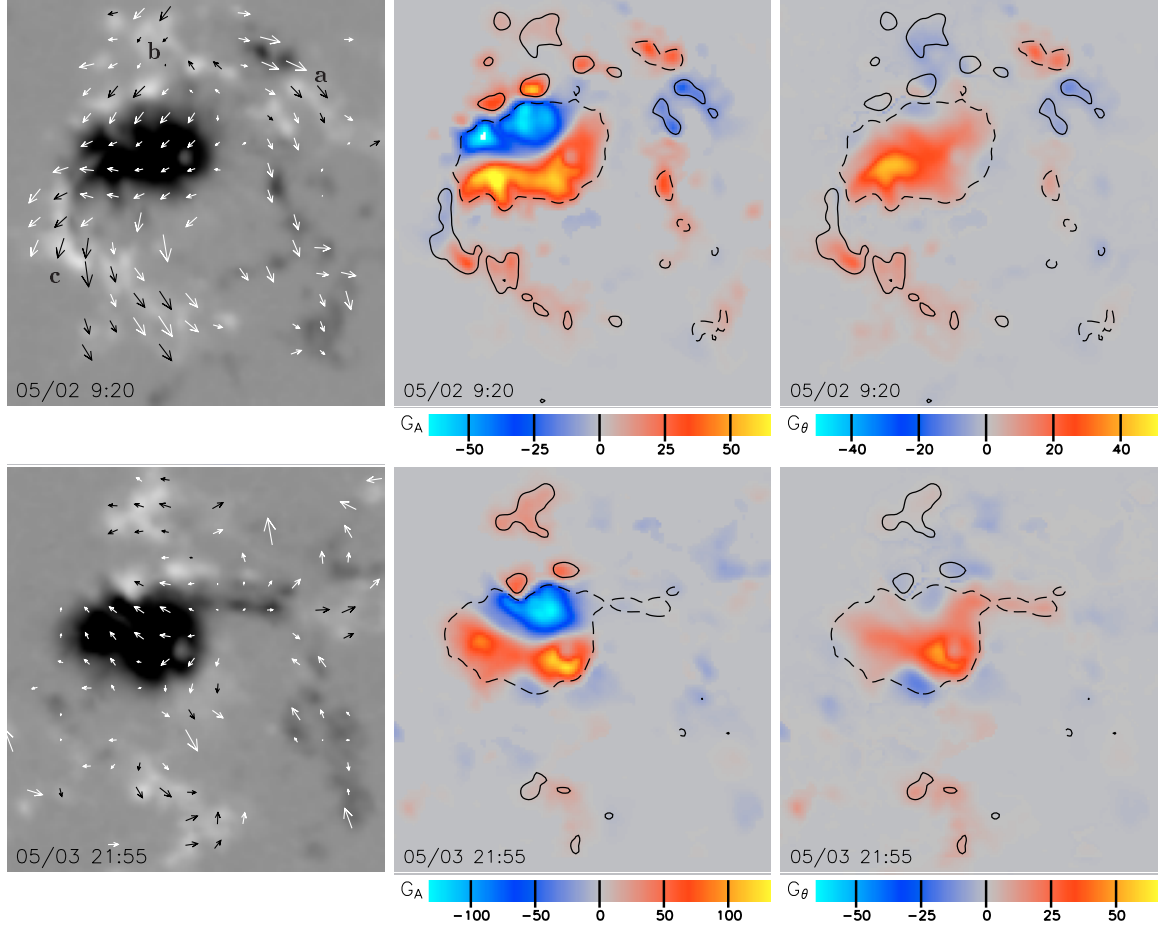


Fig. 1. AR 8210 at 09:20 UT on May 2, 1998 (*top*) and at 21:55 UT on May 3, 1998 (*bottom*). *Left panels:* B_n magnetograms with velocity field (arrows). *Center panels:* G_A maps. *Right panels:* G_θ maps. G_A and G_θ maps are in units of $10^6 \text{ Wb}^2 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ and have $\pm 300 \text{ G}$ isocontours of B_n . Note that the scale is not the same for the G_A and the G_θ maps.

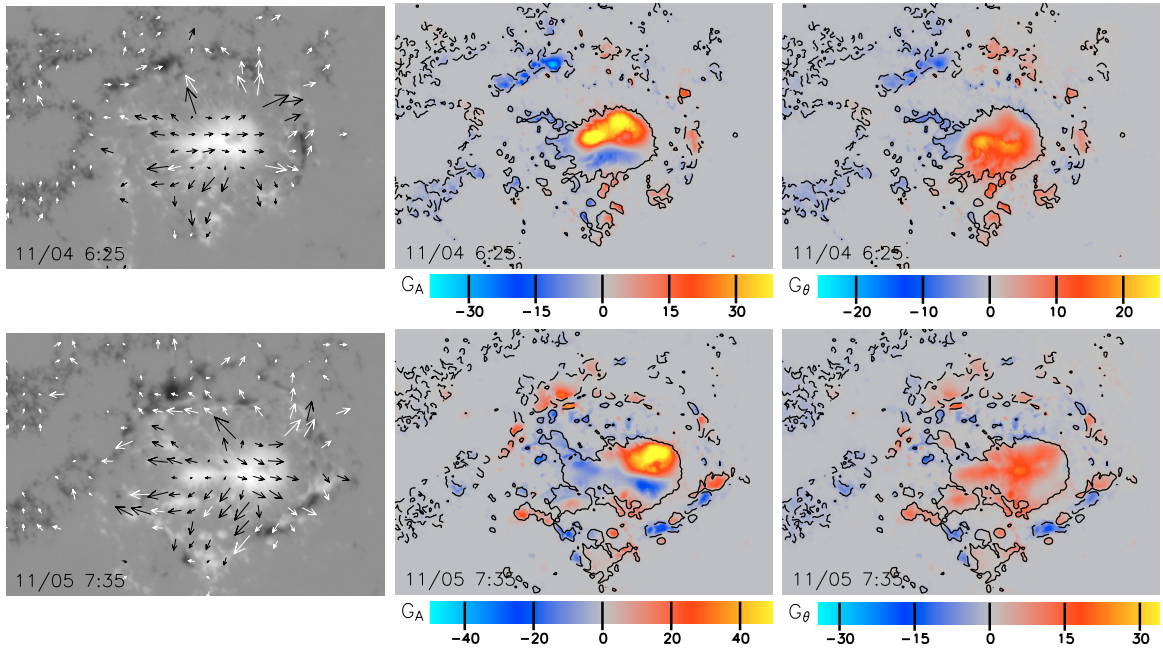


Fig. 2. Same as Fig. 1 but for AR 8375 at 06:25 UT on November 4, 1998 (*top*) and at 7:35 UT on November 5, 1998 (*bottom*).

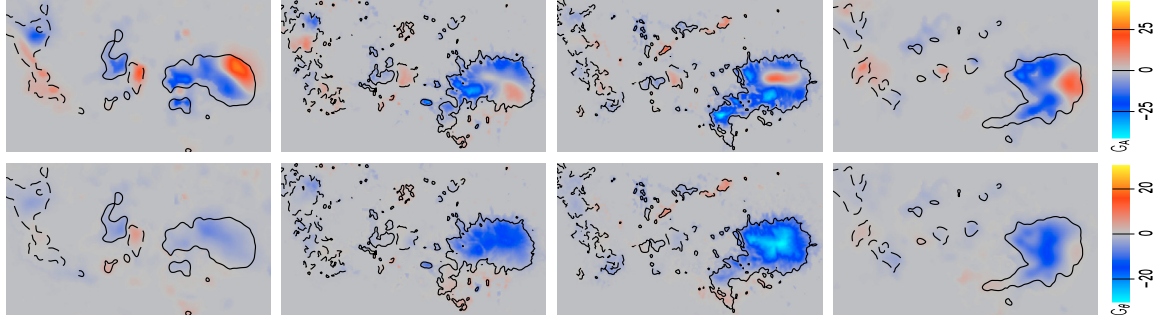


Fig. 3. *Upper panel:* plots of $(dH_A/dt)_\pm$, $(dH_\theta/dt)_\pm$ and dH_θ/dt as a function of time for AR 9114. The curves have been smoothed on a time interval of 100 min. We do not present the dH_A/dt curve because its differences with respect to the dH_θ/dt curve are too small to be clearly seen. *Middle panels and lower panels:* G_A and G_θ maps of AR 9114, as in Fig. 1.

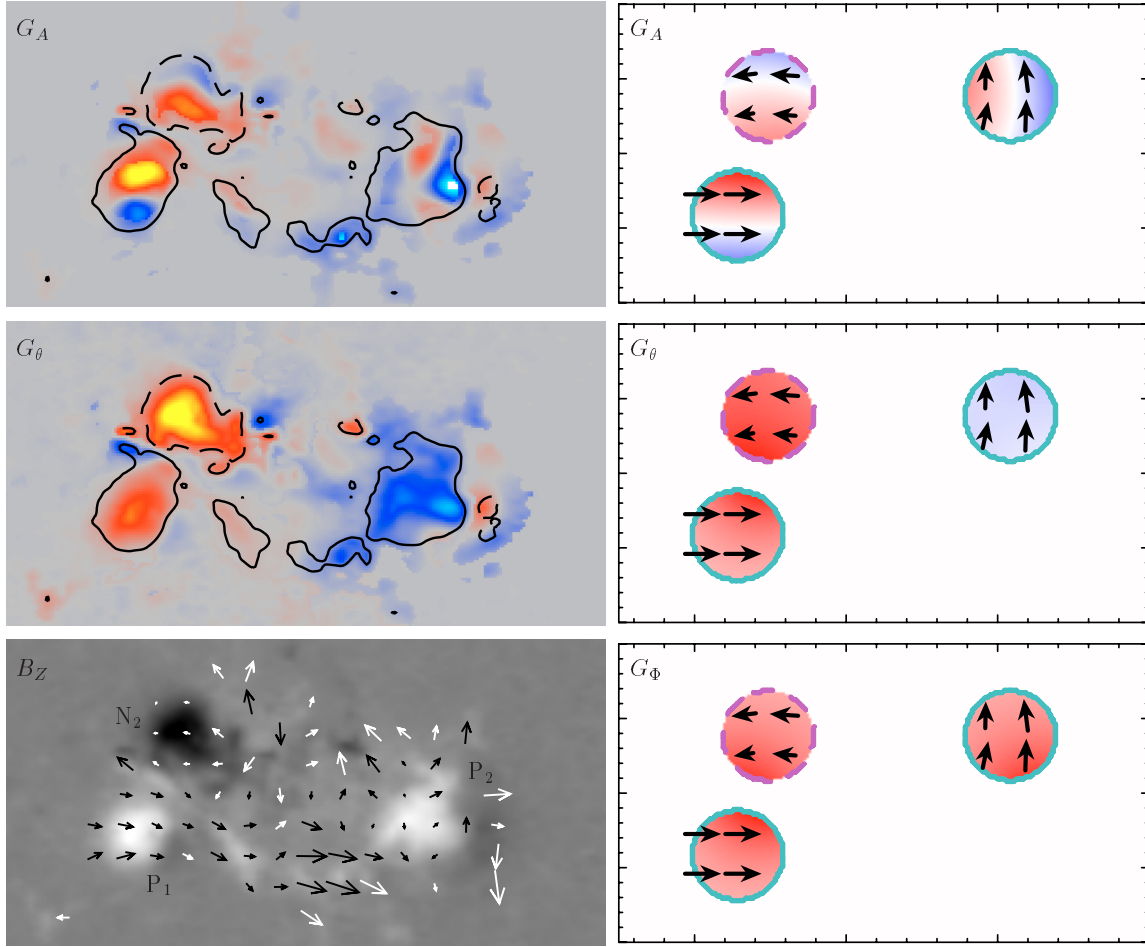


Fig. 5. *Left row:* AR 9182 on October 11, 2000 at 21:40 UT: G_A map (top panel), G_θ map (middle panel) and B_n magnetogram (bottom panel). The B_n isocontours on the observations maps are for $B_n = \pm 300$ G. *Right row:* model maps of helicity flux densities; G_A (top panel), G_θ (middle panel) and G_ϕ (bottom panel).

4.3.4 Conséquences de mes travaux sur la densité de flux d'hélicité

Mes travaux sur la densité de flux d'hélicité ont permis de développer un nouvel outil, G_θ , directement utilisable à partir des données existantes, permettant d'étudier l'injection photosphérique d'hélicité. Les cartes de G_θ peuvent être employées pour étudier le lien entre l'hélicité et l'activité solaire. Elles constituent un nouveau type d'observation. Elles peuvent donc être employées comme de nouvelles contraintes sur les simulations numériques. En particulier, mes observations d'une injection unipolaire d'hélicité magnétique ont des implications sur plusieurs mécanismes de la physique solaire :

Le transport du flux magnétique (voir Sect. 2.2.2.2) : L'injection d'hélicité étant homogène et unipolaire, cela signifie que les tubes de flux qui forment une région active comportent tous le même signe d'hélicité et ont donc la même chiralité. Dans le cas où le tube de flux émergent serait constitué de plusieurs tubes de flux torsadés, enroulés les uns autour des autres à la manière d'une tresse, cela signifierait que le sens de torsion de tous les tubes de flux serait identique. Ce résultat est cohérent avec le scénario standard de la formation d'une région active : un tube de flux torsadé traverse la zone convective et se fractionne en une multitude de tubes de flux sous la photosphère. Ce résultat supporte donc l'hypothèse faite dans les simulations numériques d'émergence que le flux magnétique est transporté par un unique tube de flux (*c.f.* Sect. 2.2.2). La comparaison des cartes d'injection d'hélicité déduites des observations et celles provenant des simulations numériques d'émergence définit une contrainte sur les modèles de transport de flux dans la zone de convection. Ceci constitue donc une première application innovante des cartes de flux d'hélicité.

La dynamo solaire (voir Sect. 2.2.1.1) : Les mécanismes idéaux de génération de l'hélicité ne sont pas capables de générer de l'hélicité nette. Or, dans les régions actives, l'hélicité injectée comporte non seulement une contribution nette forte, mais, de plus, l'hélicité non dominante est quasiment inexistante. Les mécanismes de dynamo doivent donc expliquer comment il est possible de générer de l'hélicité magnétique de signe unique et/ou comment il est possible de séparer spatialement les hélicités de signes opposés. A ce titre, la convection cyclonique (l'effet α) semble être un candidat particulièrement intéressant : elle génère les deux signes de l'hélicité magnétique à des échelles différentes ; l'une cascade vers les grandes échelles, l'autre vers les petites échelles où elle est dissipée (Brandenburg & Dobler 2001; Brandenburg 2001; Alexakis et al. 2006). Au final, l'effet α permet bien la génération nette d'hélicité magnétique.

Les éjections de masse coronales (CMEs ; voir Sect. 4.2.4) : L'injection unipolaire d'hélicité s'accorde bien avec l'idée que les CMEs seraient dues à la lente accumulation d'hélicité et seraient déclenchées lorsqu'une quantité critique d'hélicité aurait été stockée dans la couronne. Le flux photosphérique régulier, sans injection d'hélicité de signes opposés, ne permet donc pas la diminution de l'hélicité coronale dans une région active donnée. Les cartes d'injection d'hélicité peuvent être utilisées pour contraindre les modèles de déclenchement des CMEs. Les modèles qui utilisent des profils de cisaillement injectant de l'hélicité de signes opposés ne satisfont pas cette contrainte. Les

cartes de densité de flux d'hélicité peuvent donc également être employée pour l'étude des mécanismes de déclenchement des CMEs.

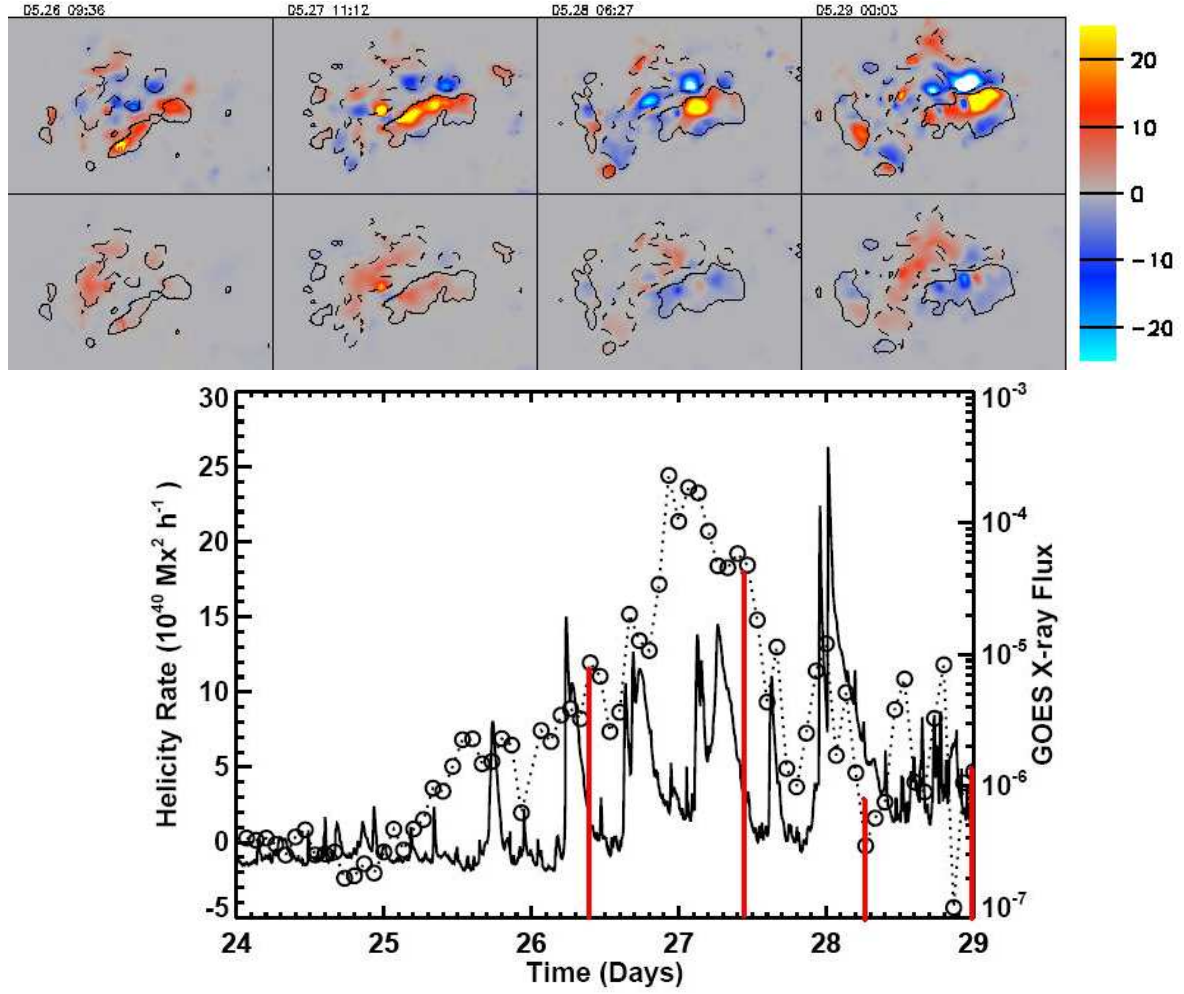


FIG. 4.15 – : **Haut** : cartes de G_A (en haut) et de G_θ (en bas) pour la région active 10365. Les cartes de G_θ montrent l'apparition d'une injection de signes opposées, contrairement aux cartes de G_A où les artefacts masquent l'injection réelle. **Bas** : Flux d'hélicité (ligne pointillée) et Flux en rayons X (ligne continue) mesuré par le satellite GOES. Les marques rouges correspondent au temps des cartes de densité de flux d'hélicité présentées dans la partie supérieure.

Les éruptions solaires (voir Sect. 4.1.4) : L'annihilation d'hélicité de signes opposés permet une libération plus importante d'énergie. Se basant sur les cartes de G_A montrant que de l'hélicité de signes opposés était constamment injectée, Kusano et al. (2004b) ont proposé un mécanisme de reconnexion basé sur l'annihilation d'hélicité. L'injection d'hélicité étant bien plus unipolaire que ce que l'on imaginait, l'application de ce modèle à la couronne semble remise en question. En fait ce modèle permet de libérer plus d'énergie, ainsi, il prévoit des éruptions plus importantes. Or les éruptions énergétiques ne sont pas des événements fréquents. Si l'annihilation d'hélicité magnétique est effectivement impliquée dans les éruptions les plus violentes cela signifie que la présence simultanée d'hélicité de signes opposés doit être un événement relativement peu fréquent. Mon étude n'ayant pas de valeur statistique, trop peu de régions

actives ayant été étudiées, nous ne pouvons pas certifier que l'annihilation d'hélicité n'intervient pas effectivement dans les éruptions les plus importantes.

Or, avec G_θ , il est maintenant possible d'étudier plus correctement la distribution du flux d'hélicité en lien avec les marqueurs de l'activité solaire. Un premier exemple où une injection d'hélicité de signes opposés peut être présente est résumé dans la figure 4.15. La région active 10365 a été précédemment étudiée par Chae et al. (2004a). Alors que les cartes de G_A sont impossibles à interpréter, la carte de G_θ présente un résultat intéressant. Si l'injection d'hélicité est homogène et initialement positive, de l'hélicité négative semble injectée par la suite. Or cette injection négative d'hélicité correspond justement à une activité intense de la région active, en particulier à des éruptions de classes X. Ceci laisse supposer que de l'annihilation d'hélicité pourrait être impliquée ici. L'étude détaillée de cette région active est en cours.

Mes travaux ont aussi montré que la densité de flux d'hélicité réelle (par unité de flux élémentaire) et sa représentation surfacique la plus exacte, G_Φ , ne peuvent être dérivées qu'en ayant accès à la connectivité des lignes de champ magnétique : la position des pieds de chaque tube. Or cette information peut difficilement être déduite des observations coronales. Si les boucles observées en ultraviolet et X par les satellites TRACE, EIT/SoHO et *Yohkoh*, tracent bien quelques boucles de champ, du fait de leur résolution en longueur d'onde (et donc en température), les boucles observées sont trop épaisses et trop peu nombreuses pour apporter suffisamment d'information pour le calcul de l'hélicité. Les futurs instruments qui observeront la couronne solaire, tel XRT sur *Solar-B* ou AIA prévu sur le *Solar-Dynamic Observatory* (SDO) devraient améliorer très sensiblement nos connaissances sur la connectivité des lignes de champ dans les régions actives.

4.4 Hélicité magnétique mutuelle

En supposant que le champ magnétique, confiné dans un volume \mathcal{V} , est due à N tubes de flux discrets de flux Φ_i , l'hélicité peut se décomposer en hélicité propre et en hélicité mutuelle (Eq. 4.6). Si l'on décrit le champ magnétique continu comme un ensemble de tubes de flux élémentaires, alors l'hélicité est définie comme la somme des hélicités mutuelles de chaque couple de tubes de flux élémentaires. Cette approche permet de s'affranchir du potentiel vecteur et des difficultés à relier l'hélicité magnétique aux observations. Il semble donc particulièrement important de comprendre les propriétés de l'hélicité mutuelle. Existe-t-il un lien avec la notion d'inductance? Peut-on généraliser cette approche d'hélicité mutuelle à des configurations ouvertes, ayant un flux traversant la frontière du domaine considéré (comme la couronne)?

4.4.1 Hélicité et inductance

En utilisant la jauge de Coulomb, il est possible d'écrire l'énergie magnétique en fonction de la densité de courant \mathbf{j} . En supposant que la distribution de \mathbf{j} puisse être

décomposée en N tubes de courant I_i , l'énergie magnétique peut s'écrire comme :

$$E = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^N L_i I_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N M_{i,j} I_i I_j \right), \quad (4.38)$$

avec L_i l'inductance propre et $M_{i,j}$ l'inductance mutuelle entre les tubes de courant i et j . Il semble ainsi qu'il y ait une analogie forte entre les inductances et les hélicités propres et mutuelles. Est-il possible de lier ces quantités? Dans le cas où le champ est sans force (voir Annexe F.1), dans chaque tube de courant le flux magnétique est relié au courant par la relation $I_i = \alpha_i \Phi_i / \mu_0$, avec α_i le cisaillement propre au i -ème tube de flux. En utilisant cette relation, Melrose (2004) en a déduit des relations de proportionnalité liant, d'une part, inductance et hélicité magnétique propre, et d'autre part, inductance et hélicité mutuelle d'autre part. Mais il ne faut pas oublier qu'un tube de courant génère un flux magnétique non seulement à l'intérieur du tube mais aussi à l'extérieur. Dès lors, le lien entre inductance et hélicité magnétique semble bien moins évident.

De fait il n'existe pas de lien direct entre ces quantités. Pour s'en persuader il suffit de considérer l'exemple simple de deux boucles de courants, de type bobines de Helmholtz. Dans ce cas, il existe une inductance mutuelle non nulle entre les bobines. Pour une configuration similaire de tube de flux (*c.f.* Fig. 4.1, gauche), le nombre de liens étant nul, l'hélicité magnétique mutuelle l'est aussi. De façon générale **les propriétés des inductances et des hélicités mutuelles sont différentes**.

4.4.2 Résumé de mes travaux : (A.4)

4.4.2.1 Mesure de l'hélicité mutuelle

Soit \mathcal{C} (resp. \mathcal{E}) un tube de flux générique de flux $d\Phi_{\mathcal{C}}$ (resp. $d\Phi_{\mathcal{E}}$) ancré sur une surface \mathcal{S} par deux pieds de position $\mathbf{x}_{\mathcal{C}_+}$ et $\mathbf{x}_{\mathcal{C}_-}$ (resp. $\mathbf{x}_{\mathcal{E}_+}$ et $\mathbf{x}_{\mathcal{E}_-}$). À partir de G_{Φ} , nous avons montré dans Pariat et al. (2005) que le flux d'hélicité peut s'écrire :

$$\frac{dH}{dt} = \frac{1}{2\pi} \int_{\Phi} \int_{\Phi} \left(\frac{d\theta(\mathbf{x}_{\mathcal{C}_-} - \mathbf{x}_{\mathcal{E}_+})}{dt} + \frac{d\theta(\mathbf{x}_{\mathcal{C}_+} - \mathbf{x}_{\mathcal{E}_-})}{dt} - \frac{d\theta(\mathbf{x}_{\mathcal{C}_+} - \mathbf{x}_{\mathcal{E}_+})}{dt} - \frac{d\theta(\mathbf{x}_{\mathcal{C}_-} - \mathbf{x}_{\mathcal{E}_-})}{dt} \right) d\Phi_{\mathcal{E}} d\Phi_{\mathcal{C}}. \quad (4.39)$$

L'hélicité mutuelle entre deux tubes de flux, ayant une configuration donnée, peut se dériver de l'intégration temporelle du flux d'hélicité comme suit. L'un des tubes de flux est initialement mis à une distance infinie pour avoir une hélicité mutuelle nulle. Il est ensuite amené progressivement en place par des mouvements. L'intégration du flux d'hélicité à la frontière le long de ce parcours donne l'hélicité mutuelle $dH_{\mathcal{E},\mathcal{C}}$ des deux tubes de flux:

$$dH_{\mathcal{E},\mathcal{C}} = \frac{1}{2\pi} (\theta_{\mathcal{C}_+\mathcal{E}_-}^m - \theta_{\mathcal{C}_+\mathcal{E}_+}^m + \theta_{\mathcal{C}_-\mathcal{E}_+}^m - \theta_{\mathcal{C}_-\mathcal{E}_-}^m) d\Phi_{\mathcal{E}} d\Phi_{\mathcal{C}}. \quad (4.40)$$

avec θ^m l'intégrale temporelle du taux de rotation et donc un angle non limité à l'intervalle $[0, 2\pi]$ ¹⁸. Ces fonctions θ^m tiennent compte non seulement de la position relative

18. qui peut donc prendre n'importe quelle valeur réelle, *i.e* $2\pi \neq 0$

des pieds mais aussi du nombre de fois où un pied aura tourné autour de l'autre. Trois informations sont en définitive nécessaires : le flux magnétique, le nombre de fois où le pied d'un tube aura tourné autour de chacun des pieds de l'autre tube et la position relative de chacun des pieds dans la configuration finale. Finalement le transport de tubes de flux élémentaire est répété pour tous les tubes de flux (en tenant compte de tous ceux déjà présent dans la configuration et en évitant que deux tubes ne se croisent). Ainsi toute configuration magnétique peut être construite progressivement en rajoutant des tubes de flux élémentaires.

Nous avons ainsi présenté une nouvelle méthode pour calculer l'hélicité mutuelle d'une configuration magnétique ancrée dans une frontière (Démoulin et al. 2006, A.4). L'hélicité relative totale étant simplement la somme des hélicités mutuelles entre chaque couple de tubes de flux élémentaires, il est donc théoriquement possible de calculer l'hélicité relative de n'importe quelle configuration. **Dans cette approche on s'affranchit du champ magnétique de référence et du calcul du vecteur potentiel.**

L'application de cette méthode à la couronne solaire reste à l'heure actuelle limitée. D'une part, cette méthode nécessite fondamentalement de connaître la connectivité des lignes de champ. Or les observations actuelles ne permettent pas encore d'y avoir accès (voir discussion sur l'application de G_Φ , Sect. 4.3.4). D'autre part, il faut aussi connaître l'enroulement relatif de chaque ligne autour des autres et donc, lors du croisement en projection dans le plan d'observation de deux boucles, déterminer celle qui est en avant. Or, avec une émission optiquement mince (une boucle étant transparente à l'émission de l'autre), il est difficile de dire quelle boucle passe devant l'autre sans observations stéréoscopiques. Les futures missions spatiales, et en particulier STEREO, devraient pouvoir atteindre cet objectif.

4.4.2.2 Article (A.4) : Basic properties of mutual magnetic helicity

BASIC PROPERTIES OF MUTUAL MAGNETIC HELICITY

P. DEMOULIN and E. PARIAT

*Observatoire de Paris, LESIA, FRE 2461 (CNRS), F-92195 Meudon Principal Cedex, France
(e-mails: pascal.demoulin@obspm.fr; etienne.pariat@obspm.fr)*

and

M. A. BERGER

*Department of Mathematics, University College London
(e-mail: m.berger@ucl.ac.uk)*

(Received 15 June 2005; accepted 27 September 2005)

Abstract. We derive the magnetic helicity for configurations formed by flux tubes contained fully or only partially in the spatial domain considered (called closed and open configurations, respectively). In both cases, magnetic helicity is computed as the sum of mutual helicity over all possible pairs of magnetic flux tubes weighted by their magnetic fluxes. We emphasize that these mutual helicities have properties which are *not* those of mutual inductances in classical circuit theory. For closed configurations, the mutual helicity of two closed flux tubes is their relative winding around each other (known as the Gauss linkage number). For open configurations, the magnetic helicity is derived directly from the geometry of the interlaced flux tubes so it can be computed without reference to a ground state (such as a potential field). We derive the explicit expression in the case of a planar and spherical boundary. The magnetic helicity has two parts. The first one is given only by the relative positions of the flux tubes on the boundary. It is the only part if all flux tubes are arch-shaped. The second part counts the integer number of turns each pair of flux tubes wind about each other. This provides a general method to compute the magnetic helicity with discrete or continuous distributions of magnetic field. The method sets closed and open configurations on an equal level within the same theoretical framework.

1. Introduction

Magnetic helicity quantifies how the magnetic field is sheared and/or twisted compared to its lowest energy state (potential field). Observations of sheared, and even helical, magnetic structures in the photosphere, corona and solar wind have attracted considerable attention, with the consequent interest in magnetic helicity studies (see reviews in Brown, Canfield, and Pevtsov, 1999; Berger, 2003). Stressed magnetic fields are often observed in association to flares, eruptive filaments, and coronal mass ejections (CMEs), but the precise role of magnetic helicity in such activity events still needs to be clarified.

Magnetic helicity plays a key role in magnetohydrodynamics (MHD) because it is almost preserved on a timescale less than the global diffusion timescale (Berger, 1984). Its conservation defines a constraint to the magnetic field evolution; in particular a stressed magnetic field with finite total helicity cannot relax to a potential

field. Thus magnetic helicity is at the heart of several MHD relaxation theories, for example of coronal heating (Heyvaerts and Priest, 1984) but also of flares (Kusano *et al.*, 2004; Melrose, 2004). The permanent accumulation of helicity in the corona could be vital to the origin of CMEs (Rust, 1994; Low, 1997). In the convection zone, the accumulation of helicity in large scales limits the efficiency of the dynamo, thus the conservation of magnetic helicity is responsible of the dynamo saturation, the so-called α -effect quenching (Brandenburg, 2001).

Only relatively recently, it has been realized that magnetic helicity can be derived directly from observations. Presently the flux of magnetic helicity at the photospheric level is computed from the evolution observed in longitudinal magnetograms (Kusano *et al.*, 2002; Nindos, Zhang, and Zhang, 2003; Chae, Moon, and Park, 2004). The coronal helicity is estimated from magnetic extrapolation (Démoulin *et al.*, 2002), while the helicity ejected in magnetic clouds (interplanetary counter part of CMEs) is derived through modelling the in situ magnetic field measurements (Dasso *et al.*, 2003). Thus, solar physicists have recently started quantitative studies relating the magnetic helicity observations from three domains: photosphere, corona and interplanetary medium. Statistical studies have been realized following the long-term CME activity of several active regions (Démoulin *et al.*, 2002; Green *et al.*, 2002; Nindos, Zhang, and Zhang, 2003). In particular it was shown that differential rotation is not the main actor in the physics of CMEs. More recently a detailed study related a well-observed small CME to an observed small magnetic cloud (Mandrini *et al.*, 2005).

Despite the above recent advancements, only a fraction of the theoretical development has been applied to observations. This situation partly takes its origin in the fact that magnetic helicity is usually defined with the magnetic vector potential, a quantity which is far from any observed quantity. Moreover the computation of magnetic helicity could be lengthy and tricky. Several ways are usually possible but they are not equivalent in terms of complexity and application to presently available observations. A promising approach is to compute mutual helicity between flux tubes. The aim of this paper is to present such a procedure to compute coronal helicity. The main advantage is that computing mutual helicities can be done only using observable quantities.

We proceed progressively from the simplest cases, closed flux tubes (Section 2), to cases applicable to coronal configurations where magnetic flux cross the boundary of the computation domain (configurations called open, Section 3). For the close configurations we analyze the formal parallel between mutual helicity and mutual inductance (as defined in circuit theory) and we emphasize the important differences (Section 2.4). The mutual helicity is directly related to the linkage number of the flux tubes. For open configurations, we cannot use directly the linkage number. We rather build the magnetic configuration by progressively bringing together elementary flux tubes. We use the injection of helicity with boundary motions (Section 3.2) to compute the helicity of both discrete and continuous distributions of flux tubes (Section 3.3). These results are derived in Cartesian geometry, and the

equivalent derivation in spherical geometry is given in Appendix. We then operate to remove the history of this building phase (paths of the flux tubes) in order to derive the helicity just from the final configuration. There are several caveats in this procedure (Section 3.4). The results are illustrated by computing the helicity of two magnetic flux tubes (Sections 3.5 and 3.6). It provides also the building block for deriving the helicity of both discrete and continuous distributions of flux tubes (Section 3.7). The symmetry properties of mutual helicity are analyzed in Section 4. Then we conclude on the properties of mutual helicity and on deriving coronal helicity (Section 5).

2. Closed Configurations

Let us consider in this section closed configurations both for the current density \mathbf{j} and the magnetic field \mathbf{B} , i.e. both are confined inside the volume \mathcal{V} (which could be as large as needed). Both current lines and field lines are supposed to be closed on themselves, so we can define current channels and closed flux tubes. The main aim is to compare the properties of classical mutual inductance to the properties of mutual magnetic helicity: It also provides a base which will be used for open configurations (Section 3.6).

2.1. MAGNETIC ENERGY

The magnetic energy of any field \mathbf{B} contained inside \mathcal{V} is

$$E = \frac{1}{2\mu_0} \int_{\mathcal{V}} B^2 d^3x = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}} \mathbf{j} \cdot \mathbf{A} d^3x, \quad (1)$$

where the vector potential \mathbf{A} satisfies $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$. The second equality in Equation (1) suppose that $\int_{\mathcal{S}} \mathbf{A} \times \mathbf{B} d^2x = 0$, where \mathcal{S} is the boundary of \mathcal{V} . The vector potential \mathbf{A} can be written as a function of \mathbf{j} ; with the Coulomb gauge, $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$, we have

$$\mathbf{A} = \mu_0 \int_{\mathcal{V}} \frac{\mathbf{j}(\mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d^3x'. \quad (2)$$

Then the magnetic energy can be written as a function of the currents alone:

$$E = \frac{\mu_0}{2} \int_{\mathcal{V}} \int_{\mathcal{V}} \frac{\mathbf{j}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{j}(\mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d^3x d^3x'. \quad (3)$$

An approximation of this double integral can be realized by splitting the currents in N channels (with N as large as needed):

$$E \approx \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^N L_i I_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N M_{i,j} I_i I_j \right), \quad (4)$$

where I_i and L_i are the current and the self-inductance of current channel i respectively, and $M_{i,j}$ is the mutual inductance between current channels i and j .

2.2. MAGNETIC HELICITY

The magnetic helicity of the field \mathbf{B} fully contained within a volume \mathcal{V} (i.e. at any point of \mathcal{S} the normal component $B_n = \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}}$ vanishes) is (Elsasser, 1956):

$$H^{\text{close}} = \int_{\mathcal{V}} \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \, d^3x. \quad (5)$$

The vector potential \mathbf{A} can be written in function of \mathbf{B} within the Coulomb gauge:

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \int \mathbf{B}(\mathbf{x}') \times \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} \, d^3x'. \quad (6)$$

Then the magnetic helicity can be written in function of \mathbf{B} alone (Moffatt, 1969):

$$H^{\text{close}} = \frac{1}{4\pi} \int_{\mathcal{V}} \int_{\mathcal{V}} \mathbf{B}(\mathbf{x}) \times \mathbf{B}(\mathbf{x}') \cdot \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} \, d^3x \, d^3x'. \quad (7)$$

An approximation of this double integral can be realized by splitting the magnetic field in N flux tubes (Berger and Field, 1984):

$$H^{\text{close}} \approx \sum_{i=1}^N T_i^{\text{close}} \Phi_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \mathcal{L}_{i,j}^{\text{close}} \Phi_i \Phi_j. \quad (8)$$

where Φ_i and T_i^{close} are the magnetic flux and the self helicity of flux tube i respectively (T_i^{close} includes both twist and writhe), and $\mathcal{L}_{i,j}^{\text{close}}$ is the mutual helicity between flux tubes i and j .

2.3. LINK BETWEEN E AND H WITH FORCE-FREE FIELDS

The two previous sections show that a formal parallel can be drawn between the computations of energy and helicity. This analogy is even stronger with force-free fields where

$$\mathbf{j}(\mathbf{x}) = \frac{\alpha(\mathbf{x})}{\mu_0} \mathbf{B}(\mathbf{x}). \quad (9)$$

In this case H^{close} and E have similar expressions since Equation (5) has only an extra multiplicative factor $2\mu_0/\alpha(\mathbf{x})$ in the integrand compared to Equation (1).

Can we go further in this formal parallel? More precisely, can we relate mutual helicities to mutual inductances? Let consider a configuration formed by N discrete and thin current channels. Following Melrose (2004), this relation, if present, would be stronger in the case of a force-free field configuration since each current channel is also a flux tube. Let us further suppose that α is uniform in each channel ($\alpha = \alpha_i$).

Then the current I_i of each current channel is related to the magnetic flux, Φ_i , along the corresponding flux tube by

$$I_i = \alpha_i \Phi_i / \mu_0 \quad (10)$$

Then Equation (4) can be rewritten as

$$E = \frac{1}{2\mu_0^2} \left(\sum_{i=1}^N \alpha_i^2 L_i \Phi_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \alpha_i \alpha_j M_{i,j} \Phi_i \Phi_j \right). \quad (11)$$

One can also rewrite the right-hand side of Equation (1) using the force-free equation:

$$E = \frac{1}{2\mu_0} \int_V \alpha \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \, d^3x. \quad (12)$$

As for Equation (5), an approximation of this double integral can be realized by splitting the magnetic field in N flux tubes:

$$E = \frac{1}{2\mu_0} \left(\sum_{i=1}^N \alpha_i T_i^{\text{close}} \Phi_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \alpha_i \mathcal{L}_{i,j}^{\text{close}} \Phi_i \Phi_j \right). \quad (13)$$

Next, let us suppose that the Φ_i are independent variables, and that L_i , $M_{i,j}$, T_i , $\mathcal{L}_{i,j}^{\text{close}}$ are not functions of the Φ_i . Then comparing Equation (11) and Equation (13) term by term in $\Phi_i \Phi_j$, and using the symmetries $M_{i,j} = M_{j,i}$ and $\mathcal{L}_{i,j}^{\text{close}} = \mathcal{L}_{j,i}^{\text{close}}$, we have

$$T_i^{\text{close}} = \frac{\alpha_i}{\mu_0} L_i; \quad \mathcal{L}_{i,j}^{\text{close}} = \frac{2}{\mu_0} \frac{\alpha_i \alpha_j}{\alpha_i + \alpha_j} M_{i,j}, \quad (14)$$

The above derivation reaches the conclusion that, for a force-free field, there is a direct proportionality between self/mutual helicities and self/mutual inductances, while different properties were derived previously (Berger, 1999 and references therein). In fact the above derivation is not correct because Equations (11) and (13) do not describe magnetic configurations with the same N elements, as follows. Equation (11), derived from Equation (4), uses N current channels while Equation (13) uses N magnetic flux tubes with the same spatial extension. The problem lies in the fact that when discretizing in N current channels, each channel of current I_i , does not only produce the magnetic field Φ_i along itself, as present in Equation (10), but it also creates a magnetic field outside its own volume (there is no return current at the periphery to shield the magnetic field created by the direct current I_i , as supposed in Equation (10)). This induced magnetic field, outside the current channel, is responsible for the mutual inductance of two current tubes which are not linked (in the sense of the Gauss linking number). In contrast, the magnetic flux tube, shearing the same volume than the current channel I_i , does not have any magnetic field in the outside volume. Thus the current-channel description is not equivalent to the magnetic flux-tube description. When comparing Equations (11)

and (13), since we use different descriptions, i.e. different bases, it is not possible to equalize the mutual terms as written in Equation (14).

Let us use only the current-channel description; then the approximation of Equation (12) is changed because for each current channel we need to take into account the potential field created outside. Let us approximate this outside field by K flux tubes, then the total magnetic field of each current channel is described by $K + 1$ flux tubes with fluxes Φ_{k_i} (with $\Phi_{k_{i=1}} = \Phi_i$ for current channel i), so Equation (13) is replaced by

$$E = \frac{1}{2\mu_0} \left(\sum_{i=1}^N \alpha_i T_i^{\text{close}} \Phi_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{k_i=2}^{K+1} \alpha_i \mathcal{L}_{i,k_i}^{\text{close}} \Phi_i \Phi_{k_i} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \sum_{k_j=1}^{K+1} \alpha_i \mathcal{L}_{i,k_j}^{\text{close}} \Phi_i \Phi_{k_j} \right). \quad (15)$$

There is only one extra summation (on k_j) since the other summation simplifies to one term as $\alpha = 0$ outside the current channel i . In the above derivation we keep the same representation, current channels, but then we cannot relate the mutual inductance and the mutual helicity of a couple of current channels (i, j) , since we cannot compare term by term Equations (11) and (15).

We conclude that, even for a force-free field, there is no relationship between mutual inductances and mutual helicities. The above discussion points out the need for a clear derivation of mutual helicities (they cannot be approximated by Equation (13) of Melrose, 2004). This will change the coefficients in the flare theory of Melrose, but we are not challenging here the global derivation of his flare model, but rather we proceed deriving the proper expressions for the mutual helicities.

2.4. PROPERTIES OF MUTUAL HELICITY AND INDUCTANCE

Let us rewrite Equation (7) by doing the integration along and across the elementary flux tubes. Each tube is defined by a close curve \mathcal{C} along its axis and an elementary magnetic flux $d\Phi$. The element of integration d^3x is replaced by $dS dl$, with $\mathbf{B} dS = \hat{\mathbf{t}} d\Phi$, and Equation (7) is rewritten as

$$H^{\text{close}} = \int_{\Phi} \int_{\Phi} \mathcal{L}_{\mathcal{C},\mathcal{C}'}^{\text{close}} d\Phi d\Phi', \quad (16)$$

with

$$\mathcal{L}_{\mathcal{C},\mathcal{C}'}^{\text{close}} = \frac{1}{4\pi} \oint_{\mathcal{C}} \oint_{\mathcal{C}'} \hat{\mathbf{t}}(\mathbf{x}) \times \hat{\mathbf{t}}(\mathbf{x}') \cdot \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} dl dl'. \quad (17)$$

$\mathcal{L}_{\mathcal{C},\mathcal{C}'}^{\text{close}}$ is known as the Gauss linking number of these two curves (Moffatt, 1969). It defines the number of times one curve turns around the other taking into account the orientations of the curves. $\mathcal{L}_{\mathcal{C},\mathcal{C}'}^{\text{close}}$ is a signed integer, invariant to deformations of the

two curves which do not involve one curve passing through the other (but each curve is allowed to pass through itself). For two unlinked curves (which can be separated to infinitely large distance without crossing each other), one has $\mathcal{L}_{C,C'}^{\text{close}} = 0$.

In the case of \mathbf{B} localized in N flux tubes, Equation (16) simplifies to Equation (8) and Equation (17) provides an explicit way to compute the mutual helicity. The mutual inductance shares only one common property with the mutual helicity: both are symmetric, i.e. $M_{i,j} = M_{j,i}$ and $\mathcal{L}_{i,j}^{\text{close}} = \mathcal{L}_{j,i}^{\text{close}}$. Apart from that, their properties are very different. For example let us consider two unlinked flux tubes: they have $\mathcal{L}_{i,j}^{\text{close}} = 0$ independently of their distance or relative orientation, unlike the mutual inductance $M_{i,j}$ of two current channels which decreases progressively as the currents are more distant or as the current channels are less parallel (Figure 1).

The magnetic energy can also be written as a function of the Gauss linkage number, as follow. Just as \mathbf{A} can be written as a function of \mathbf{B} (Equation (6)), one has

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \mathbf{j}(\mathbf{x}') \times \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} d^3x'. \quad (18)$$

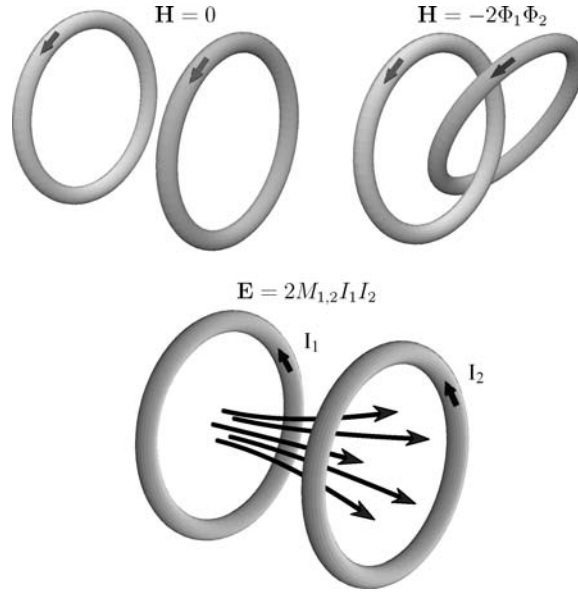


Figure 1. Top: two magnetic flux tubes. The magnetic helicity is twice the magnetic flux linkage $\mathcal{L}_{12}^{\text{close}}$ ($=0$ on the left, $= -1$ on the right) multiplied by the magnetic fluxes (Equations (8) and (17)). Bottom: two current channels. The flux of the magnetic field created by one current channel, with unit current, through the current channel of the other current channel defines the mutual inductance M_{12} ; thus the mutual inductance corresponds to the linkage of the magnetic flux created by one current channel with the second current channel (Equation (20)).

Included once in the magnetic energy definition, $E = \int_{\mathcal{V}} B^2 / (2\mu_0) d^3x$, we get

$$E = \frac{1}{8\pi} \int_{\mathcal{V}} \int_{\mathcal{V}} \mathbf{B}(\mathbf{x}) \times \mathbf{j}(\mathbf{x}') \cdot \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} d^3x d^3x'. \quad (19)$$

Rewriting the integrations along magnetic flux tubes and currents located along the curves \mathcal{C} and \mathcal{C}' respectively, it transforms to

$$E = \frac{1}{2} \int_{\Phi} \int_I \mathcal{L}_{\mathcal{C}, \mathcal{C}'}^{\text{close}} d\Phi dI'. \quad (20)$$

It follows that the magnetic energy can be seen as the summation of the linkage between the magnetic flux and the current channels weighted by the elementary flux and currents. For example, with $\mu_0 = 1$, the mutual inductance $M_{i,j}$ of two current channels is the magnetic flux created by current channel i with unit current through the current channel j (or vice versa). This property is pictured in Figure 1. As the distance between the two current channels increases, or as the current channels become less parallel, $M_{i,j}$ decreases as the magnetic flux through the current channel j does.

3. Magnetic Helicity in Open Configurations

3.1. RELATIVE MAGNETIC HELICITY

The definition of the magnetic helicity with Equation (5) is limited to the cases when the magnetic field is fully contained inside the volume \mathcal{V} . In the case where \mathcal{V} is part of the corona, we clearly have magnetic fluxes crossing \mathcal{S} , in particular for the part of \mathcal{S} located at the photospheric level. Let us call B_n the normal field component at the boundary \mathcal{S} . Berger and Field (1984) have shown that for cases where $B_n \neq 0$ on \mathcal{S} one can define a relative magnetic helicity, H , by subtracting the helicity of a reference potential field \mathbf{B}_p which has the same B_n distribution on \mathcal{S} . A general expression for H is (Finn and Antonsen, 1985):

$$H = \int_{\mathcal{V}} (\mathbf{A} + \mathbf{A}_p) \cdot (\mathbf{B} - \mathbf{B}_p) d^3x. \quad (21)$$

It is independent of the gauge selected for \mathbf{A} and \mathbf{A}_p since any change of gauge adds a term of the form $\nabla\Phi$ to $\mathbf{A} + \mathbf{A}_p$, and the extra integral vanishes because $B_n = B_{p,n}$ on \mathcal{S} .

3.2. INJECTION OF HELICITY

With magnetic flux crossing the boundary \mathcal{S} of the volume \mathcal{V} , we no longer have closed flux tubes so the approach of Section 2.4 to compute the magnetic helicity is not applicable. However we can keep track of the helicity flux crossing \mathcal{S} .

The flux of H through \mathcal{S} can be written in general as (Berger and Field, 1984):

$$\frac{dH}{dt} = 2 \int_{\mathcal{S}} [(\mathbf{A}_p \cdot \mathbf{B})v_n - (\mathbf{A}_p \cdot \mathbf{v})B_n] d^2x, \quad (22)$$

where \mathbf{v} is the plasma velocity and the subscript n indicates the component locally orthogonal to \mathcal{S} .

We assume below that the boundary \mathcal{S} is planar (see Appendix for a spherical boundary \mathcal{S}). In this geometry the field \mathbf{A}_p is especially simple (Berger, 1984):

$$\mathbf{A}_p(\mathbf{x}) = \frac{\hat{\mathbf{n}}}{2\pi} \times \int_{\mathcal{S}} B_n(\mathbf{x}') \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}'}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^2} d^2x'. \quad (23)$$

Let us define $\theta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$ as the angle between $\mathbf{x} - \mathbf{x}'$ and a fixed direction with trigonometric convention. The inclusion of Equation (23) in Equation (22) permits to write, after some computations (Berger, 1984):

$$\frac{dH}{dt} = 2 \int_{\mathcal{S}} \int_{\mathcal{S}} \frac{d\theta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')}{dt} B_n(\mathbf{x}) B_n(\mathbf{x}') d^2x d^2x'. \quad (24)$$

This equation shows that the helicity injection rate can be understood as the summation of the rotation rate of all the pairs of elementary fluxes weighted with their magnetic flux.

The above double summations do not take into account how the magnetic field connects the positive ($B_n > 0$) to the negative ($B_n < 0$) flux regions of \mathcal{S} ; however it is possible to rewrite the summations more explicitly in terms of the coronal connections. Let a be the label of a generic flux tube going from \mathbf{x}_{a+} to \mathbf{x}_{a-} with a flux $d\Phi_a$. Similarly, the flux tube labeled c travels from \mathbf{x}_{c+} to \mathbf{x}_{c-} and has a flux $d\Phi_c$. Thus Equation (24) can be rewritten as (Pariat, Démoulin, and Berger, 2005):

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dt} = \frac{1}{2\pi} \int_{\Phi} \int_{\Phi} & \left(\frac{d\theta(\mathbf{x}_{c-} - \mathbf{x}_{a+})}{dt} + \frac{d\theta(\mathbf{x}_{c+} - \mathbf{x}_{a-})}{dt} \right. \\ & \left. - \frac{d\theta(\mathbf{x}_{c+} - \mathbf{x}_{a+})}{dt} - \frac{d\theta(\mathbf{x}_{c-} - \mathbf{x}_{a-})}{dt} \right) d\Phi_a d\Phi_c. \end{aligned} \quad (25)$$

So, the input of helicity involve the summation, over all the pairs of flux tubes, of the relative rotation of their foot points.

3.3. HELICITY COMPUTED WITH BOUNDARY MOTIONS

We can calculate the magnetic helicity of a configuration by progressively building up the configuration (by bringing elementary flux tubes one after the other) and by summing up the helicity injection during the process. The helicity is formally equal to

$$H = \frac{1}{2\pi} \int_{\Phi} \int_{\Phi} \mathcal{L}_{a,c} d\Phi_a d\Phi_c, \quad (26)$$

where $\mathcal{L}_{a,c}$ is the mutual helicity of the flux tubes “a” and “c” with

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{L}_{a,c}}{dt} = & \frac{d\theta(\mathbf{x}_{c_-} - \mathbf{x}_{a_+})}{dt} + \frac{d\theta(\mathbf{x}_{c_+} - \mathbf{x}_{a_-})}{dt} \\ & - \frac{d\theta(\mathbf{x}_{c_+} - \mathbf{x}_{a_+})}{dt} - \frac{d\theta(\mathbf{x}_{c_-} - \mathbf{x}_{a_-})}{dt}. \end{aligned} \quad (27)$$

The time integration of Equation (27) corresponds to the progressive building of the magnetic configuration. The electrostatic energy of a collection of charges is often calculated in a similar way, but unlike the electrostatic case, flux tubes are not punctual elements, and we need to care not only about the two foot point motions but also about the 3D shape of the flux tubes these motions imply.

The computation of the magnetic helicity involves summing the helicity input over all possible pairs of elementary flux tubes (Equation (26)). The difficulty lies only in our ability to compute the mutual helicity of a pair of flux tubes (so integrating Equation (27) in time).

Let us consider virtual motions which continuously deform the flux tubes. In particular we forbid the crossing of two flux tubes, just as in ideal MHD, so the allowed motions can simply be called ideal motions. Preserving the 3D topology of the flux tubes is important; when two flux tubes reconnect the mutual helicity is changed to self helicity (mainly twist in each flux tube, Wright and Berger, 1989). In principle it is possible to take this into account, but we avoid this since we want to compute the mutual helicity in the simplest possible way.

What are the motions needed to build a generic pair of flux tubes? In a first step we start from a generic pair of flux tubes “a” and “c” and look for the ideal motions needed to separate them to an infinite distance. In many cases we cannot separate them by simply translating rigidly one of the flux tubes: they are linked together. So first we need to unlink them by doing just enough relative rotation of the foot points a_- around c_- and/or a_+ around c_+ . These rotations can be limited to an integer number of turns, bringing back the foot points to their initial positions but with a different 3D shape of the flux tubes (see examples in Figure 2). When flux tube “a” is no longer doing more than one turn around flux tube “c”, the flux tubes can be “straightened” by ideal motions resulting in both having an arch-like shape (keeping the foot points at fixed positions). Then the flux tubes can be separated to an arbitrary large distance by simple translation motions. The computation of the mutual helicity proceeds with the reverse series of ideal motions: first translation then “unstraightening” and finally rotations (the last two can be reversed to get the final shape more easily).

We are now in a position to compute the magnetic helicity. Let us consider two generic arch-like flux tubes “a” and “c” with “c” at infinitely large distance from “a”. This configuration has zero helicity. Next move flux tube “c” into place with the three kinds of ideal motions defined above, keeping track of the helicity change (only the first and third motions change the helicity). From Equation (25) we need to integrate the variation of the position angle of foot points c_+ , c_- as seen from a_+

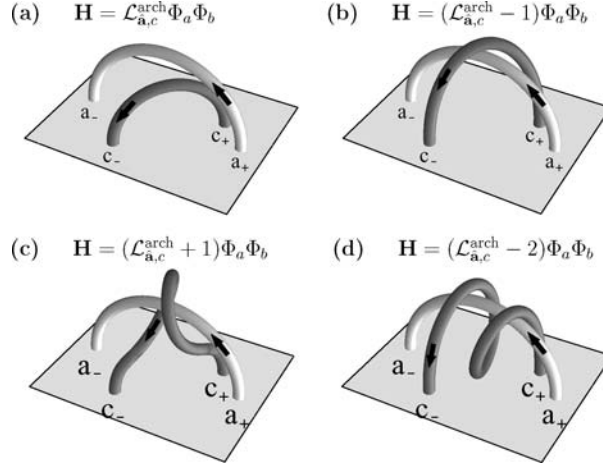


Figure 2. Examples of two magnetic flux tubes rooted at a_-, a_+ and c_-, c_+ respectively. *Top row:* Arch-like flux tubes. The left (right) panel shows the case where the flux tube “ a ” is above (below) the flux tube “ c ”, respectively. The mutual helicity is given by $\mathcal{L}_{a,c}^{\text{arch}}$ (Equation (31)) and $\mathcal{L}_{a,c} = \mathcal{L}_{a,c}^{\text{arch}} - 1$ (Equation (30)) respectively. *Bottom row:* Linked flux tubes. These configurations can be created from the configurations on the top by rotating in the clockwise (trigonometric) direction the foot point c_+ by one turn around a_+ for the left (right) panels respectively (with some added ideal deformation to get the precise shape of flux tube “ c ”. Equivalently c_- can be turned around a_-).

and a_- , so let us use polar coordinates centered on a_+ (resp. a_-). The position of foot point c (either c_+ or c_-) with respect to a (either a_+ or a_-) is $\mathbf{x} = r(\cos \theta, \sin \theta)$, with $\theta = \theta_\infty$ when c is at infinity and $\theta = \theta_{ca}$ when c is in place. Here we need a continuous function θ , without any branch cut, so it is a multi-valued function that we notate as θ^m . There are an infinite number of paths bringing “ c ” from infinity to its place, but for all the paths with ideal motions the change $\Delta\theta$ is $\theta_{ca} - \theta_\infty$. Thus, integrating Equation (27) in time, the mutual helicity for the two elementary flux tubes “ a ” and “ c ” is

$$\mathcal{L}_{a,c} = \frac{1}{2\pi} (\theta_{c_+a_-}^m - \theta_{c_+a_+}^m + \theta_{c_-a_+}^m - \theta_{c_-a_-}^m). \quad (28)$$

The multi-valued function θ^m keeps track of how much foot points c_\pm are rotating around foot points a_\pm (and reciprocally), taking in account both translational and rotational motions.

3.4. HELICITY COMPUTED WITH INTERIOR ANGLES

In this section we apply the result of Equation (28) to translational motions (bringing the arch-like flux tube “ c ” in place from infinity). The aim is to simplify the practical use of Equation (28).

$\mathcal{L}_{a,c}$ is only an explicit function of the angles θ^m in the final configuration. Moreover, with *only* translational motions the angles θ^m change by less than one turn during the full transport. Hence it is tempting to compute the magnetic helicity just from the geometrical properties of the final configuration, i.e. from the single-value angles θ with a fixed reference direction. However, by forgetting the construction path, we lose the continuity of the functions θ^m : the function θ has a branch cut. The difficulty here is to define the location of the cut so that it does not affect Equation (28). In particular any difference of angles from each side of the branch cut will add a spurious value ± 1 to $\mathcal{L}_{a,c}$. In fact, it is tricky to realize this generically for the four θ angles. For this reason we are not using Equation (28) with single-valued θ functions.

We can simplify the use of Equation (28) by defining the two interior angles (Berger, 1986):

$$\begin{aligned}\alpha_{c_+} &= \theta_{c_+a_+}^m - \theta_{c_+a_-}^m \\ \alpha_{c_-} &= \theta_{c_-a_-}^m - \theta_{c_-a_+}^m,\end{aligned}\tag{29}$$

with $\alpha_{c\pm}$ defined in the interval $[-\pi, \pi]$ so that $\alpha_{c\pm}$ is a single-valued function. They are both defined following two simple rules: one, the index of α (c_+ or c_-) indicates the vertex of the angle; two, the angle is oriented from the foot point of flux tube “ a ” with the same polarity sign (B_n sign) at the angle vertex towards the other foot point of “ a ” (with the trigonometric sign convention). Examples are shown in Figure 3. During the transport of flux tube “ c ”, $\alpha_{c\pm}$ simply defines the angular extension of the segment a_-a_+ as seen from $c\pm$. If we restrict to the cases where the path of c_+ and c_- do not cross the segment a_-a_+ the function $\alpha_{c\pm}$ is a continuous function of the positions of c_+ and c_- and it is in the interval $[-\pi, \pi]$. With the definition of Equation (30) we define a new function:

$$\mathcal{L}_{a,c}^{\text{arch}} = \frac{1}{2\pi}(\alpha_{c_+} + \alpha_{c_-}),\tag{30}$$

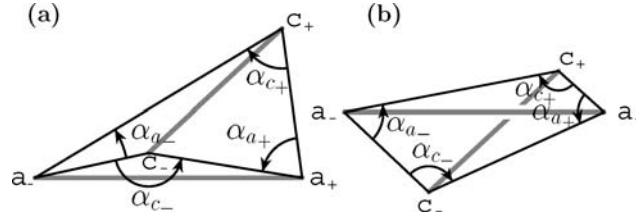


Figure 3. Definitions of the angles α for the mutual magnetic helicity of two flux tubes a and c (see Figure 2 for examples). The flux tubes are rooted on the boundary \mathcal{S} at a_- , a_+ and c_- , c_+ respectively. There are two cases: (a) when the segments a_-a_+ and c_-c_+ do not intercept, and (b) when they do. The foot point positions can be described either by $(\alpha_{a_-}, \alpha_{a_+})$ or by $(\alpha_{c_-}, \alpha_{c_+})$. The angles are positive in the trigonometric direction: $\alpha_{a_-}, \alpha_{a_+} > 0$, $\alpha_{c_+} < 0$ in both panels, and $\alpha_{c_-} > 0$ (< 0) in the left (right) panel respectively. The right panel has the foot points localized as in Figure 2. Both panels are foot-point examples of those used in Figure 4.

where the index \hat{c} indicates that the angles α are centered on the foot points of flux tube “c”.

We could also have used the angles α centered on the foot points of flux tube “a”. They define the angular extension of the segment c_-c_+ as seen from a_{\pm} . With these angles we would then define the function:

$$\mathcal{L}_{\hat{a},c}^{\text{arch}} = \frac{1}{2\pi}(\alpha_{a_+} + \alpha_{a_-}). \quad (31)$$

Do we have the same mutual helicity with $\mathcal{L}_{\hat{a},c}^{\text{arch}}$ and $\mathcal{L}_{a,\hat{c}}^{\text{arch}}$? In fact there is an intrinsic asymmetry using the angles $\alpha_{a_{\pm}}$ and $\alpha_{c_{\pm}}$: $\alpha_{a_{\pm}}$ is discontinuous by $\pm 2\pi$ when a_+ or a_- crosses the segment c_-c_+ while $\alpha_{c_{\pm}}$ is also discontinuous by $\pm 2\pi$ but when c_+ or c_- crosses the segment a_+a_- . One example can be derived from Figure 3a: as c_- approaches the segment a_+a_- , α_{c_-} tends to π ; but at the moment when c_- crosses a_+a_- , α_{c_-} jumps to $-\pi$. The above discontinuities imply a difference of 1 between $\mathcal{L}_{\hat{a},c}^{\text{arch}}$ and $\mathcal{L}_{a,\hat{c}}^{\text{arch}}$ in the region where the segments a_+a_- and c_-c_+ intercept each other, while $\mathcal{L}_{\hat{a},c}^{\text{arch}} = \mathcal{L}_{a,\hat{c}}^{\text{arch}}$ at other locations (Figure 4).

The above difference in the mutual helicities, $\mathcal{L}_{\hat{a},c}^{\text{arch}}$ and $\mathcal{L}_{a,\hat{c}}^{\text{arch}}$, is linked to an implicit difference in the magnetic configuration, as follows. Let us define the height as the distance to the boundary \mathcal{S} . Flux tube “c” is called “above” flux tube “a” when the closed curve defined by the elementary flux tube “c” and the segment c_-c_+ encircles flux tube “a”. (In the case when flux tube “c” is in the plane defined by c_-c_+ and the normal \hat{n} to the boundary \mathcal{S} , flux tube “c” is strictly passing above flux tube “a”; this case can be generalized to any shape through

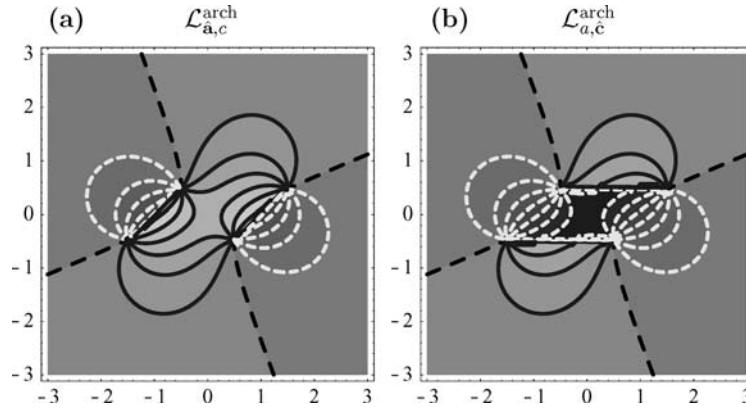


Figure 4. 2D plots of $\mathcal{L}_{\hat{a},c}^{\text{arch}}(x,y)$ and $\mathcal{L}_{a,\hat{c}}^{\text{arch}}(x,y)$ with (x,y) the coordinates of the middle of the segment c_-c_+ . The foot points of flux tube “a” are fixed at $a_- (-1, 0)$ and $a_+ (1, 0)$, while the foot points of flux tube “c” are defined by $c_{\pm}: (x \pm \rho_c \cos \varphi_c, y \pm \rho_c \sin \varphi_c)$ with $\rho_c = 0.7$ and $\varphi_c = 0.75$ (the same values as in Figures 2 and 3). The positive (negative) values have *black continuous* (*white dashed*) isocontours respectively, while the zero value is *black with long dashes*. The isocontour values are separated by 0.1. The functions $\mathcal{L}_{\hat{a},c}^{\text{arch}}$ and $\mathcal{L}_{a,\hat{c}}^{\text{arch}}$ coincide except in the region where a_+a_- and c_-c_+ intercept (central lozenge); there they differ by unity.

an ideal deformation which keeps the foot points c_- and c_+ fixed since it does not change the mutual helicity). Let us analyze the mutual helicity evolution of $\mathcal{L}_{\hat{\mathbf{a}},c}^{\text{arch}}$ when we set the arch-like flux tube “ c ” in place with ideal motions involving only translation. Flux tube “ c ” cannot be above flux tube “ a ” with a continuous evolution of the angles $\alpha_{a\pm}$ (as soon as the segment c_-c_+ cross a_- or a_+ there is a discontinuity of $\pm 2\pi$). Indeed when the segments a_+a_- and c_-c_+ intercept, the function $\mathcal{L}_{\hat{\mathbf{a}},c}^{\text{arch}}$ implicitly selects the configuration where flux tube “ a ” is above flux tube “ c ”, while it is the reverse for the function $\mathcal{L}_{a,\hat{\mathbf{e}}}^{\text{arch}}$. An example of each case is shown in top panels of Figure 2, on the left for $\mathcal{L}_{\hat{\mathbf{a}},c}^{\text{arch}}$ and on the right for $\mathcal{L}_{a,\hat{\mathbf{e}}}^{\text{arch}}$.

We are now in position to compute the mutual helicity for a given pair of flux tubes with arch-like shapes. We simply need to determine which one is above the other one (making the a/c symmetry explicit):

$$\mathcal{L}_{a,c}^{\text{arch}} = \begin{cases} \mathcal{L}_{\hat{\mathbf{a}},c}^{\text{arch}} & \text{if “}a\text{” above “}c\text{”} \\ \mathcal{L}_{a,\hat{\mathbf{e}}}^{\text{arch}} & \text{if “}c\text{” above “}a\text{”} \\ \mathcal{L}_{\hat{\mathbf{a}},c}^{\text{arch}} = \mathcal{L}_{a,\hat{\mathbf{e}}}^{\text{arch}} & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (32)$$

3.5. HELICITY OF TWO ARCH-LIKE FLUX TUBES

In this part we analyze the behavior of the mutual helicity $\mathcal{L}_{\hat{\mathbf{a}},c}^{\text{arch}}$ as a function of the relative position of two arch-like flux tubes “ a ” and “ c ”. Without loss of generality we can select the system of coordinates on \mathcal{S} such that the foot points of flux tube “ a ” are at $a_{\pm} = (\pm 1, 0)$. The centre of the foot points of flux tube “ c ” is located at $(x, y) = (r \cos \varphi, r \sin \varphi)$. The segment c_-c_+ is angled by φ_c with respect to the x -axis, and it has a size $2\rho_c$.

When the flux tube “ c ” is small, $\rho_c \ll 1$, or far from “ a ”, $\rho_c \ll r$, we can get a simple approximation of $\mathcal{L}_{\hat{\mathbf{a}},c}^{\text{arch}}$ called $\mathcal{L}_{\hat{\mathbf{a}},s}^{\text{arch}}$:

$$\mathcal{L}_{\hat{\mathbf{a}},s}^{\text{arch}} = \frac{2\rho_c}{\pi} \frac{r^2 \sin(2\varphi - \varphi_c) + \sin \varphi_c}{(r^2 - 1)^2 + 4r^2 \sin^2(\varphi)}. \quad (33)$$

In this limit the mutual helicity is proportional to the size ratio ρ_c of the flux tubes “ c ” and “ a ”. Since “ c ” is supposed small compare to “ a ”, $\mathcal{L}_{\hat{\mathbf{a}},s}^{\text{arch}}$ implicitly assumes that “ a ” is above “ c ” when a_-a_+ and c_-c_+ intercept (central part of Figure 5a). However $\mathcal{L}_{\hat{\mathbf{a}},s}^{\text{arch}}$ cannot be used around the branch cuts of $\mathcal{L}_{\hat{\mathbf{a}},c}^{\text{arch}}$ (which have an extension proportional to ρ_c , so are small in the above context, even for $\rho_c = 0.3$ as shown by comparing Figures 5a and b).

The expression of $\mathcal{L}_{\hat{\mathbf{a}},s}^{\text{arch}}$ simplifies at large distance, $r \gg 1$ and $2\varphi \neq \varphi_c$:

$$\mathcal{L}_{\hat{\mathbf{a}},s}^{\text{arch}} \approx \frac{2\rho_c}{\pi r^2} \sin(2\varphi - \varphi_c), \quad (34)$$

showing that the mutual helicity decreases relatively fast, as r^{-2} (the decrease is even faster, as r^{-4} , when $2\varphi = \varphi_c$). It captures also the main large scale properties

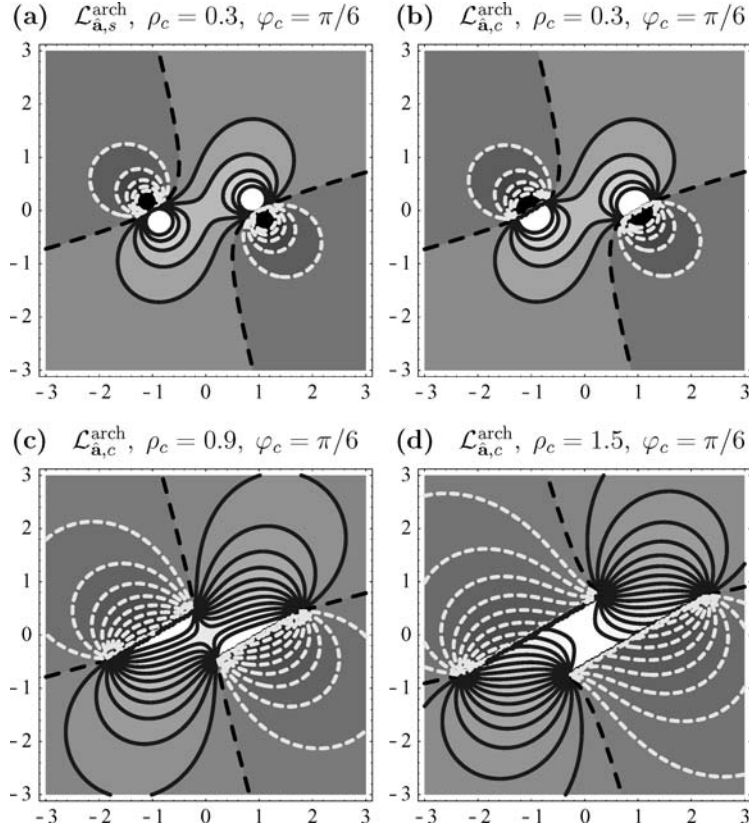


Figure 5. The mutual helicity $\mathcal{L}_{a,c}^{\text{arch}}$ for two arch-like flux tubes. The foot points a_{\pm} of flux tube “a” are fixed $(\pm 1, 0)$, while the foot point of flux tube “c” are defined by $c_{\pm} = (x \pm \rho_c \cos \varphi_c, y \pm \rho_c \sin \varphi_c)$. The middle of the segment c_-c_+ is located at the position (x, y) of these 2D plots. ρ_c changes with the panel while φ_c has a fixed value. The top right panel is computed in the limit of very small flux tube “c” given by Equation (33). The isocontour values are equidistant by 0.05 and the drawing convention is the same as in Figure 4.

of $\mathcal{L}_{a,c}^{\text{arch}}$, which is formed by four lobes ($\sin(2\varphi)$ function) and which is rotated by $\varphi_c/2$ in the trigonometric direction (Figure 6).

In the opposite limit, $r \ll 1$:

$$\mathcal{L}_{a,s}^{\text{arch}} \approx \frac{2\rho_c}{\pi} \sin(\varphi_c), \quad (35)$$

so, when flux tube “c” is located close to the centre of flux tube “a”, the mutual helicity is defined simply by the relative orientation and size of the flux tubes.

When the flux tube “c” is not small, we get a simple expression when $r = 0$, i.e. when “c” is located precisely in the centre of “a”: $\mathcal{L}_{a,c}^{\text{arch}} = (1/\pi) \tan^{-1}[(2\rho_c \sin \varphi_c)/(1 - \rho_c^2)]$ with \tan^{-1} defined in the interval $[0, \pi]$. This expression reduces to Equation (35) when the \tan^{-1} function can be approximate by its

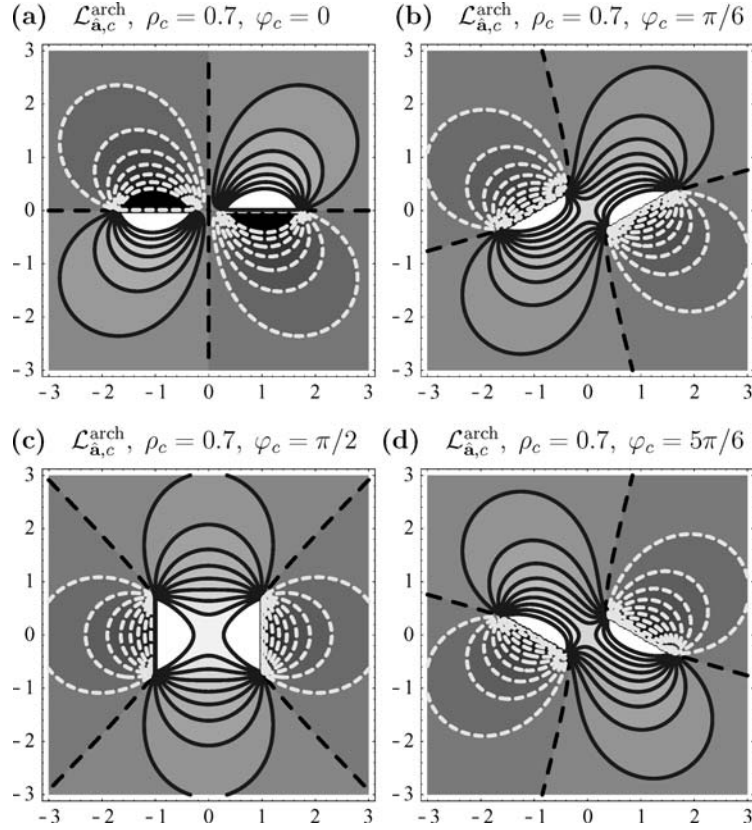


Figure 6. The mutual helicity $\mathcal{L}_{a,c}^{\text{arch}}(x, y)$ for two arch-like flux tubes. The drawing convention and the parameters are as in Figure 5 except that ρ_c is fixed, and φ_c changes with the panel.

argument. This behavior is present in the central region of flux tube “a” (Figure 6). The largest mutual helicity is found when the two flux tubes are orthogonal (and not parallel as for mutual inductances, Section 2.4).

The two branch cuts of $\mathcal{L}_{a,c}^{\text{arch}}$, described in Section 3.4, are generically present. They are located where the segment c_-c_+ intercepts either a_+ or a_- , so they extend in size as ρ_c (Figure 5), and their orientation rotates with φ_c (Figure 6).

3.6. HELICITY OF TWO LINKED FLUX TUBES

When two flux tubes are linked their mutual helicity does not only depend on their relative foot point positions but also on how much they turn around each other. Let us start with the example of Figure 2a and transform this configuration with an ideal motion where c_+ is rotating around a_+ . After a rotation of one turn in the clockwise direction, the configuration is transformed to the one shown in Figure 2c

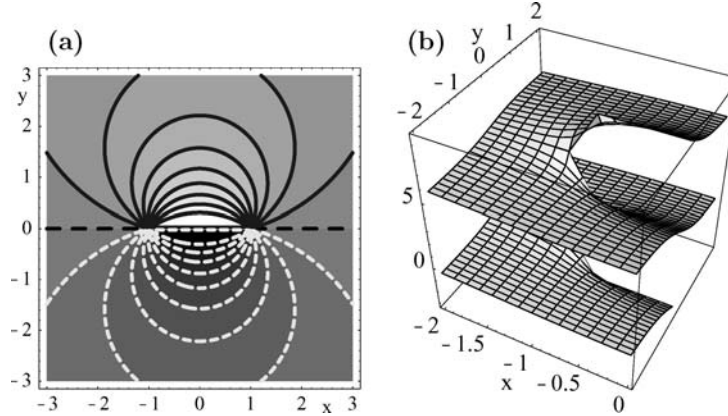


Figure 7. (a): Isocontours of the single-value function α_{c_+} (same drawing convention as in Figures 4–6 with isocontour values separated by 0.1). (b): 3D view of two layers of the multi-valued function $\alpha_{c_+}^m$. Only the negative x extension is drawn in order to better see the multi layers.

(up to an ideal deformation keeping the foot points fixed). The mutual helicity has increased by unity (Equation (28)). One can also transform the configuration of Figure 2a to those of Figure 2b with an ideal motion where c_+ is rotating around a_+ in the trigonometric direction. Another turn transforms Figure 2b to d. Indeed, for the same foot point positions of flux tubes “a” and “c” the mutual helicity is $\mathcal{L}_{\hat{a},c}^{\text{arch}} + N$ where N is a signed integer representing the number of turns the flux tubes make around each other.

The case of linked flux tubes can be taken into account by generalizing the definition of α angles (Equation (30)) to multi-valued functions α^m . Two layers of $\alpha_{c_+}^m$ are shown in Figure 7b: as c_+ turns around a_+ (or a_-) $\alpha_{c_+}^m$ progressively changes layer via the up/down connections present in the region around a_-a_+ . An isocontour representation, as in Figures 4–6, of one layer is shown for comparison in Figure 7a. It has a branch cut on the segment a_-a_+ . With both the positions of c_- and c_+ variable, $\mathcal{L}_{\hat{a},c}^{\text{arch}}$ and $\mathcal{L}_{a,\hat{c}}^{\text{arch}}$ have two cuts and their generalization with α^m functions have the above multi-layer structure. These properties of the mutual helicity are even farther from the classical inductance properties than those described in Section 2.4 for closed flux tubes.

The difference between $\mathcal{L}_{\hat{a},c}^{\text{arch}}$ and $\mathcal{L}_{a,\hat{c}}^{\text{arch}}$ can also be understood with the multi-layer functions. When a_-a_+ and c_-c_+ do not intercept, $\mathcal{L}_{\hat{a},c}^{\text{arch}}$ and $\mathcal{L}_{a,\hat{c}}^{\text{arch}}$ coincide: they are in the same layer, that we will call the basic layer. However when a_-a_+ and c_-c_+ intercept we need a rotation with ideal motions of c_+ around a_+ (or c_- around a_-) by one turn to transform the configuration associated to $\mathcal{L}_{\hat{a},c}^{\text{arch}}$ (Figure 2a) to the one associated to $\mathcal{L}_{a,\hat{c}}^{\text{arch}}$ (Figure 2b). We find $\mathcal{L}_{a,\hat{c}}^{\text{arch}} = \mathcal{L}_{\hat{a},c}^{\text{arch}} - 1$. In that case $\mathcal{L}_{\hat{a},c}^{\text{arch}}$ and $\mathcal{L}_{a,\hat{c}}^{\text{arch}}$ are in the two connections attached to the basic layer and going to the neighbor layers: one is on the ascending connection and the other is on the descending connection.

The above multi-valued functions permit us to visualize the properties of the mutual helicity but they are not so efficient in practical computations. It is more efficient to use the Gauss linkage number, as follows. For a generic configuration, \mathcal{G} , formed by two flux tubes “ a ” and “ c ” we first defined an arch-like configuration having the same foot-point locations. We then take its mirror image through the boundary \mathcal{S} taking into account that the magnetic field is a pseudo vector, *i.e.* $B_x(-z) = -B_x(z)$, $B_y(-z) = -B_y(z)$, and $B_z(-z) = B_z(z)$ with (B_x, B_y, B_z) the three components of \mathbf{B} in an orthogonal basis, where z is the coordinate orthogonal to the planar boundary located at $z = 0$. The mutual helicities of these configurations are $\mathcal{L}_{a,c}$ for the original configuration \mathcal{G} , $\mathcal{L}_{a,c}^{\text{arch}}$ for the arch-like configuration, and $-\mathcal{L}_{a,c}^{\text{arch}}$ for the mirror image of the arch-like configuration. Adding this arch-like mirror image to \mathcal{G} permits us to close the initial configuration and thus to use the Gauss linkage number $\mathcal{L}_{a,c}^{\text{close}}$ (Equation (17)). So, the mutual helicity of the two initial flux tubes (configuration \mathcal{G}) is given by

$$\mathcal{L}_{a,c} = \mathcal{L}_{a,c}^{\text{close}} + \mathcal{L}_{a,c}^{\text{arch}}, \quad (36)$$

with $\mathcal{L}_{a,c}^{\text{close}}$ given by Equation (17) and $\mathcal{L}_{a,c}^{\text{arch}}$ by Equation (32).

This general result is illustrated in Figure 8. Let compute the mutual helicity of the linked flux tubes shown in Figure 8a (configuration \mathcal{G} above). Let first select the configuration of Figure 2a as the arch-like configuration with the same foot points. Its mirror image, Figure 8b, has a mutual helicity $-\mathcal{L}_{a,c}^{\text{arch}}$. Adding these two configurations gives two flux tubes linked by two turns (Figure 8c). Equation (36)

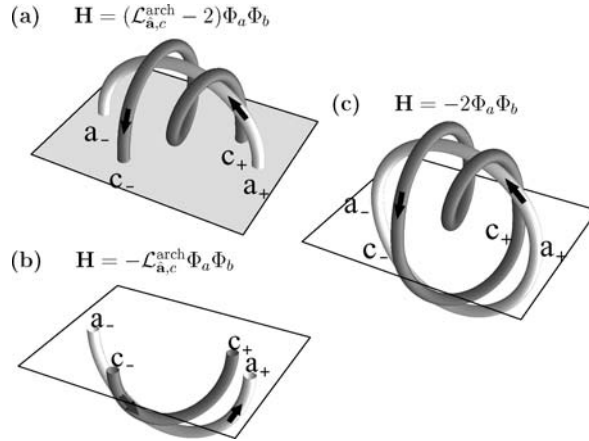


Figure 8. Computation of the magnetic helicity of the open configuration (a) is realized by closing it with the configuration (b) (the mirror image, through the boundary \mathcal{S} , of an arch-like configuration having the same foot-point locations as (a)). The sum of (a) and (b) gives the closed configuration (c). The mutual helicity of (b) is computed with Equation (32) and those of the (c) is the Gauss linkage number (Equation (17)). The mutual helicity of (a) is the difference between those of (c) and (b).

gives directly the mutual helicity of $2 - \mathcal{L}_{\hat{\mathbf{a}},c}^{\text{arch}}$ for the configuration of Figure 8a. We could equivalently have chosen to close the linked flux tubes with the image of the configuration shown in Figure 2b. The difference of 1 in the mutual helicity with the previously selected closing configuration is compensated by the same change in the Gauss linkage number of the closed configuration.

3.7. HELICITY FOR A GENERAL MAGNETIC CONFIGURATION

We derive above a method for computing the mutual helicity of any pair of elementary flux tubes (Equation (36)). Then by integrating Equation (26), we can compute the magnetic helicity of any open magnetic configuration above the boundary \mathcal{S} .

In the case of N discrete flux tubes with fluxes Φ_i , the integration of Equation (26) limited to each flux tube provides the self helicity $T_i \Phi_i^2$ (twist and writhe). The integration of Equation (26) limited to flux tube i and j gives $\mathcal{L}_{i,j} \Phi_i \Phi_j$. So, for N discrete flux tubes crossing the boundary \mathcal{S} we get the same formal expression as for closed flux tubes (Equation (8)):

$$H = \sum_{i=1}^N T_i \Phi_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \mathcal{L}_{i,j} \Phi_i \Phi_j. \quad (37)$$

The main difference is that $\mathcal{L}_{i,j}$ is a continuous function of the foot point positions (Equation (36)), contrasting with its integer value for closed flux tubes. If the extensions of flux-tube foot points are small compare with their separations, $\mathcal{L}_{i,j}$ is approximately the mutual helicity computed with the flux-tube axis. Finally, the self helicity T_i is not present in the continuous version of Equation (26) since the ratio of first summation to the second one in Equation (37) decreases as $1/N$, so becomes negligible for large N and null in the case of an integration.

4. Symmetry Properties

4.1. MUTUAL HELICITY WITH COMPLEX FUNCTIONS

The expression for mutual helicity, Equation (28), possesses several symmetries. We can derive these symmetries most easily by using complex variables. Assign complex numbers $z = x + iy$ to points on the photosphere (assumed to be a plane). Thus the positive foot point of arch a will be assigned the complex number \mathbf{a}_+ . Define a multi-valued complex logarithm \log^m which satisfies

$$\frac{d\log^m(z)}{dz} = \frac{1}{z}, \quad (38)$$

but where the complex part is not restricted to the principal value (i.e. $|Im z|$ can be greater than π). Then, for example, we can write

$$\theta_{c_+a_-}^m = \mathcal{I}m \log^m(a_- - c_+). \quad (39)$$

The mutual helicity becomes

$$\mathcal{L}_{a,c} = \frac{1}{2\pi} \mathcal{I}m \log^m \left(\frac{(a_+ - c_-)(a_- - c_+)}{(a_+ - c_+)(a_- - c_-)} \right). \quad (40)$$

The object inside the complex logarithm is called a cross-ratio. These objects have many interesting properties (see, e.g. Conway, 1975). Given four complex numbers a, b, c, d , define

$$\mathcal{C}(a, b, c, d) = \frac{(a - c)(b - d)}{(a - d)(b - c)}. \quad (41)$$

Then

$$\mathcal{L}_{a,c} = \frac{1}{2\pi} \mathcal{I}m \log^m \mathcal{C}(a_+, a_-, c_-, c_+). \quad (42)$$

Suppose we define the ordinary logarithm with a branch cut on the negative real axis. Then $\log^m \mathcal{C} = \log \mathcal{C} + n$ for some integer n counting the number of times the two tubes wrap around each other. The branch cut occurs when the sum of the angles equals π , for example when the each arch sits on the opposite corners of a square. If we ignore n , then we have a function just of the positions of the four foot points. This function obeys a set of symmetries called conformal symmetries.

4.2. CONFORMAL SYMMETRIES

Given a complex number z , let the Möbius transformation $F(z)$ be defined by

$$F(z) = \frac{\alpha z + \beta}{\gamma z + \delta} \quad (43)$$

for some complex coefficients α, β, γ , and δ . Then a standard result in complex algebra shows that the cross ratio is invariant under this transformation. In other words,

$$\mathcal{C}(F(a_+), F(a_-), F(c_-), F(c_+)) = \mathcal{C}(a_+, a_-, c_-, c_+). \quad (44)$$

Thus the mutual helicity is preserved when all four foot point positions are acted upon by a Möbius transformation.

Conformal transformations (in the case of the complex plane, Möbius transformations) preserve angles. It is not surprising that they preserve mutual helicities,

as these are built from angles. The simplest symmetries are

$$\begin{aligned} z &\rightarrow e^{i\theta} z, & \text{rotations;} \\ z &\rightarrow z + \beta, & \text{translations;} \\ z &\rightarrow rz & \text{dilations.} \end{aligned} \tag{45}$$

An additional, perhaps less obvious symmetry inverts points with respect to the unit circle:

$$z \rightarrow \frac{1}{z} \quad \text{inversions.} \tag{46}$$

4.3. PERMUTATIONS

If we permute the four entries in the cross-ratio we obtain a new cross-ratio closely related to the original. For example, if

$$C_1 = \mathcal{C}(\mathbf{a}_+, \mathbf{a}_-, \mathbf{c}_-, \mathbf{c}_+) \tag{47}$$

then

$$C_2 = \mathcal{C}(\mathbf{c}_-, \mathbf{a}_+, \mathbf{a}_-, \mathbf{c}_+) = \frac{1}{1 - C_1} \tag{48}$$

$$C_3 = \mathcal{C}(\mathbf{a}_-, \mathbf{c}_-, \mathbf{a}_+, \mathbf{c}_+) = \frac{1}{1 - C_2} = \frac{C_1 - 1}{C_1}. \tag{49}$$

All other permutations give either C_1 , C_2 , C_3 , or their inverses C_1^{-1} , C_2^{-1} , C_3^{-1} . For example, reversing \mathbf{a}_+ and \mathbf{a}_- gives

$$\mathcal{C}(\mathbf{a}_-, \mathbf{a}_+, \mathbf{c}_-, \mathbf{c}_+) = C_1^{-1}. \tag{50}$$

Upon taking the logarithm to obtain the mutual helicity, the negative exponent turns into a minus sign. This reflects the fact that reversing \mathbf{a}_+ and \mathbf{a}_- corresponds to reversing the direction of magnetic field for flux tube a .

5. Conclusion

The main aim of this work is to clarify the computation of magnetic helicity as the summation of mutual helicity over all pairs of flux tubes forming a given magnetic configuration. For that we revisit and extend the theory for both closed and open magnetic configurations. For the open case we consider only magnetic configurations bounded by a plane or a sphere representing, for example, a photospheric location. Extension to others boundary geometries are possible, simply technically more difficult.

We show that mutual helicity does *not* have the properties of mutual inductance even in the case of force-free fields ($\mathbf{j} = \alpha \mathbf{B}$), where magnetic field and current lines

coincide, and even in magnetic configurations which are formed only of magnetic flux tubes closed on themselves (thus formally more comparable to current circuits than open magnetic configurations). The mutual helicity of two close flux tubes is defined by an integration along both flux tubes, known as the Gauss linkage number (Equation (17)), which counts the number of times one flux tube turns around the other one. The mutual inductance of two closed current channels is instead the linkage of the magnetic flux created by one channel with the other channel.

When magnetic flux tubes cross the boundary \mathcal{S} of the volume \mathcal{V} where magnetic helicity is computed (the normal component $B_n \neq 0$ on \mathcal{S}), we cannot compute the Gauss linkage number. Moreover, we cannot simply limit the integration of Equation (17) to the parts inside \mathcal{V} : e.g. a simple example of pair of field lines limited to a finite \mathcal{V} , such as those formed by a straight line and an helix, shows that the result is not correct. Instead we can compute the helicity by progressively forming the magnetic configuration: we successively bring elementary flux tubes of the configuration in place and count the helicity injected by tracking the foot point motions on \mathcal{S} . The mutual helicity of a pair of flux tubes has two parts: a first one which depends only on the position of the foot points on \mathcal{S} and a second which counts how much the flux tubes wind around each other. The first part is a real number in the interval $] -1, 1[$ and the second part is a signed integer.

We conclude that the magnetic helicity can be computed as the summation of the mutual helicity of all pairs of flux tubes multiplied by their fluxes. This approach is applicable both for configurations formed by discrete flux tubes (finite summation) and for configurations with continuous field (integration). However, the main difference is that we need to add the self helicities in the case of discrete flux tubes, while this contribution is included in the mutual helicities of the elementary flux tubes for a continuous configuration.

The method sets closed and open configurations on an equal level: in both cases we do not need to compute the reference potential field (although the results are always equivalent to Equation (21)). Moreover, the helicity of closed configurations can be seen as a particular case of the helicity of open configurations: the contribution of the foot points simply disappears (the closed configuration can be formed by bringing the foot points of the associated open configuration together). On the other hand, we can close any open configuration by a field outside \mathcal{V} which is formed only of arch-like flux tubes, and so we can associate to any open configuration a closed configuration. The helicity of the closing field can be computed only as a function of the foot point positions on \mathcal{S} . It provides the difference of helicities between the closed and open configurations.

The derived method does not rely on computing a vector potential field, but rather uses only observable quantities: the normal field component at the boundary and the flux tube linkages (connectivities and how each pair wind about each other). This will permit us to estimate more directly coronal magnetic helicities. The main concern here is the number of observable flux tubes. With a better spatial resolution and a larger temperature coverage, a larger number of loops will become observable.

Solar-B mission, which will be launched in 2006, will provide a major step in this goal.

Appendix: Interior Angles in Spherical Coordinates

We can employ the same techniques as Section 3.3 to derive expressions for the mutual helicity of two arches with foot points on a sphere. We will begin with flux tube “ a ” already in place, with foot points a_+ and a_- at arbitrary positions on the sphere. We cannot bring in elementary flux tube “ c ” from infinity, so instead we imagine it emerging through the surface, forming first a dipole then with c_+ and c_- moving away from each other until they reach their final positions. We then use Equation (22) to calculate the helicity input during this process. However, we need a new expression for \mathbf{A}_p valid for a sphere of radius R .

Let $B_n(\theta, \phi)$ be the radial component of the field at the point of the surface of classical spherical coordinates (θ, ϕ) . Then (Kimura and Okamoto, 1987) $\mathbf{A}_p = \hat{n} \times \nabla \psi$, where $\Delta \psi = -B_n$, with Δ being the surface Laplace operator (the Laplacian without the radial derivative term). The solution is

$$\psi(\theta, \phi) = -\frac{R^2}{4\pi} \oint B_n(\theta', \phi') \ln \frac{1 - \cos \xi}{2} d^2 x', \quad (51)$$

where ξ is the spherical distance between (θ, ϕ) and (θ', ϕ') :

$$\cos \xi = \cos \theta' \cos \theta + \sin \theta' \sin \theta \cos(\phi - \phi'). \quad (52)$$

We can build up the field using a sum of magnetic point charges at the surface; these can be regarded as mathematical idealizations of intense photospheric flux elements. But we do not wish to have magnetic monopoles beneath the surface! A simple and effective method to prevent monopoles is to require that each surface magnetic charge be accompanied by a uniform return flux of opposite sign. Thus if the point charge has flux Φ_0 , then the entire sphere outside the point is covered with a uniform field $B_n = -\Phi_0/(4\pi R^2)$. Note that if two equal and opposite point charges are placed on the sphere, their combined return fluxes cancel each other. This method makes the mathematical analysis easier, even if in the end the return fluxes all cancel out. (It also makes it easier to construct fields with n positive charges of net flux Φ , and m negative charges of net flux $-\Phi$, where $m \neq n$, although we will not need to do this here).

As a simple example, consider a magnetic point charge situated at the North pole. The field is

$$B_n = \frac{\Phi_0 \delta(\theta)}{2\pi R^2 \sin \theta} - \frac{\Phi_0}{4\pi R^2} \quad (53)$$

with $\delta(\theta)$ the Dirac delta function. This gives

$$\mathbf{A}_p = \frac{\Phi_0}{4\pi R} \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} \hat{\phi}. \quad (54)$$

Thus \mathbf{A}_p points in the azimuthal direction, tracing out latitude lines. The integral of \mathbf{A}_p around a latitude line equals the flux of the point charge, minus the return flux enclosed above the line.

Suppose the magnetic charge is instead placed at some arbitrary position $x' = (\theta', \phi')$. We will need a new spherical coordinate system (ξ, ψ) centred at (θ', ϕ') , with co-latitude $\xi = 0$ there, and ψ the azimuthal angle. Note that the choice for the location of $\psi = 0$ is arbitrary and can be chosen for convenience; however this will not affect our final results.

A point at position $x = (\theta, \phi)$ has coordinates (ξ, ψ) with ξ given by Equation (52), and ψ given by

$$\cot \psi_{x,x'} = \frac{\cos \theta' \cos(\phi - \phi') - \sin \theta' \cot \theta}{\sin(\phi - \phi')}. \quad (55)$$

Now suppose we place foot point a_+ at position $x' = (\theta', \phi')$, so at the origin of the spherical coordinates (ξ, ψ) , and let flux tube “c” emerge and move to its final position. The net helicity input will be proportional to the interior spherical angle at a_+ ,

$$\alpha_{a_+} = \psi_{c_+,a_+}^m - \psi_{c_-,a_+}^m, \quad (56)$$

where the superscript m acknowledges that the angle might be multi-valued. (Thus the part of ψ_{a_+,c_+}^m between $-\pi$ and π can be computed from Equation (55)).

The negative foot point a_- will also be present, so more angles ψ_{c_+,a_-}^m and ψ_{c_-,a_-}^m will have to be computed. Again these can be done using Equation (55) with (θ, ϕ) now corresponding to the position of a_- . The end result corresponding to Equations (28) and (31) is

$$\mathcal{L}_{a,c} = \frac{1}{2\pi} (\psi_{c_-,a_+}^m - \psi_{c_+,a_+}^m + \psi_{c_+,a_-}^m - \psi_{c_-,a_-}^m) \quad (57)$$

$$= \alpha_{a_+} + \alpha_{a_-}. \quad (58)$$

References

- Berger, M. A.: 1984, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **30**, 79.
 Berger, M. A.: 1986, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **34**, 265.
 Berger, M. A.: 2003, in A. Ferriz-Mas and M. Núñez (eds.), *Advances in Nonlinear Dynamical Systems*, Gordon and Breach, London, p. 345.
 Berger, M. A. and Field, G. B.: 1984, *J. Fluid. Mech.* **147**, 133.
 Berger, M. A.: 1999, *Magnetic Helicity in Space and Laboratory Plasmas*, *Geophys. Monograph*, Vol. 111, American Geophysical Union, p. 1.
 Brandenburg, A.: 2001, *Astrophys. J.* **550**, 824.

- Brown, M. R., Canfield, R. C., and Pevtsov, A. A. (eds.): 1999, *Magnetic Helicity in Space and Laboratory Plasmas*, *Geophys. Monograph*, Vol. 111, American Geophysical Union.
- Chae, J., Moon, Y., and Park, Y.: 2004, *Solar Phys.* **223**, 39.
- Conway, J. B.: 1975, *Functions of One Complex Variable*, Springer-Verlag, New York.
- Dasso, S., Mandrini, C. H., Démoulin, P., and Farrugia, C. J.: 2003, *J. Geophys. Res.* **108**, 1362. (SSH 3,1 doi: 10.1029/2003JA009942).
- Démoulin, P., Mandrini, C. H., van Driel-Gesztelyi, L., Thompson, B. J., Plunkett, S., Kovári, Zs., Aulanier, G., and Young, A.: 2002, *Astron. Astrophys.* **382**, 650.
- Elsasser, W. M.: 1956, *Rev. Mod. Phys.* **28**, 135.
- Finn, J. H. and Antonsen, T. M.: 1985, *Comments Plasma Phys. Contr. Fusion* **9**, 111.
- Green, L. M., López Fuentes, M. C., Mandrini, C. H., Démoulin, P., van Driel-Gesztelyi, L., and Culhane, J. L.: 2002, *Solar Phys.* **208**, 43.
- Heyvaerts, J. and Priest, E. R.: 1984, *Astron. Astrophys.* **137**, 63.
- Kimura, Y. and Okamoto, H.: 1987, *J. Phys. Soc. Japan* **56**, 2024.
- Kusano, K., Maeshiro, T., Yokoyama, T., and Sakurai, T.: 2002, *Astrophys. J.* **577**, 501.
- Kusano, K., Maeshiro, T., Yokoyama, T., and Sakurai, T.: 2004, *Astrophys. J.* **610**, 537.
- Low, B. C.: 1997, in N. Crooker, J. A. Joselyn, and J. Feynman (eds.), *Coronal Mass Ejections*, *Geophys. Monograph*, Vol. 99, American Geophysical Union, p. 39.
- Mandrini, C. H., Pohjolainen, S., Dasso, S., Green, L. M., Démoulin, P., van Driel-Gesztelyi, L., Copperwheat, C., and Foley, C.: 2005, *Astron. Astrophys.* **434**, 725.
- Melrose, D.: 2004, *Solar Phys.* **221**, 121.
- Moffatt, H. K.: 1969, *J. Fluid Mech.* **35**, 117.
- Nindos, A., Zhang, J., and Zhang, H.: 2003, *Astrophys. J.* **594**, 1033.
- Pariat, E., Démoulin, P., and Berger, M. A.: 2005, *Astron. Astrophys.* **439**, 1191.
- Rust, D. M.: 1994, *Geophys. Res. Lett.* **21**, 241.
- Wright, A. N. and Berger, M. A.: 1988, *J. Geophys. Res.* **94**, A2, 1295.



La Clairevoyance; **René Magritte**
1936, Huile sur toile, 54 x 65 cm
(c) ADAGP, Paris, 2006.

Chapitre 5

Conclusions et perspectives

Les phénomènes observés dans l’atmosphère solaire, tels que les éruptions solaires et les éjections de masse coronales (CMEs), sont dus à la présence de champs magnétiques. Mon travail de thèse s’est principalement concentré sur les mécanismes d’émergence du champ magnétique et sur l’étude de sa configuration dans l’atmosphère solaire. Le champ magnétique, généré et intensifié au sein de l’intérieur solaire, est transporté depuis son lieu de génération vers l’atmosphère solaire. La traversée de la photosphère, couche de transition brusque entre deux milieux de dynamiques fort différentes, est une étape critique pour l’émergence du champ magnétique. A l’issue de l’introduction (Sect. 2.4), plusieurs questions ont été posées auxquelles mon travail de thèse a tenté de répondre. Je reprendrai brièvement les sujets traités en présentant les suites immédiates qui pourraient être données à ces travaux. Je conclurai enfin sur leurs utilisations possibles, à plus ou moins long terme, dans d’autres domaines que la physique de l’atmosphère solaire.

☞ La première partie de cette thèse vise à **modéliser la traversée de la photosphère par les tubes de flux magnétiques**. L’objectif de mon modèle est de répondre aux interrogations non résolues par les observations de régions actives émergentes et les simulations d’émergence de tubes de flux magnétiques en forme de Ω . Ce modèle, en intégrant les résultats d’observations de pointe, en particulier en matière de résolution spatiale, obtenus grâce à la mission *Flare Genesis Experiment* (FGE), a permis de résoudre les problèmes posés par le modèle classique d’émergence. Une méthode de reconstruction tridimensionnelle du champ magnétique coronal, par extrapolation des mesures du champ photosphérique de FGE, a été requise. J’ai employé le code classique de champ sans force linéaire. Mes résultats d’extrapolation mettent en évidence l’existence d’une géométrie bien précise du champ magnétique : les tubes de flux sont ondulés au niveau de la région photosphère/chromosphère.

Mon modèle montre également l’importance de libérations localisées d’énergie magnétique via le mécanisme de reconnexion magnétique. Ces multiples reconnexions à petites échelles sont des phénomènes intrinsèques au mécanisme d’émergence. Elles permettent d’expliquer comment une grande partie du flux magnétique peut traverser la photosphère. Ce mécanisme d’émergence résistif rend naturellement compte de la présence de certains phénomènes caractéristiques des régions d’émergence, en particulier des bombes d’Ellerman.

Ce travail est en pleine évolution et des confrontations constantes entre résultats de simulations numériques d'émergence et observations sont requises. Les récentes observations que j'ai effectuées avec le magnétographe vectoriel THEMIS et leurs résultats vont permettre d'affiner encore plus mon modèle d'émergence du champ magnétique et en particulier la configuration du champ, facteur clef de déclenchement des reconnexions magnétiques.

☞ Le deuxième volet de la thèse porte sur l'analyse du lien entre la topologie du champ magnétique et le déclenchement des reconnexions magnétiques. Ce travail s'appuie sur la **simulation numérique d'une région active possédant des quasi-séparatrices (QSLs)**, zones de variations fortes de la connectivité des lignes de champ magnétique. J'ai calculé la localisation des QSLs et montré qu'elles coïncidaient avec les nappes de courant intenses présentes dans la simulation numérique. Des mouvements photosphériques entraînent ainsi génériquement la formation de nappes de courant au niveau des régions de forte variation de la connectivité. Cela généralise le modèle de formation des nappes de courant au niveau des séparatrices. Nos simulations numériques montrent que la reconnexion a lieu dans un plus grand ensemble de configurations magnétiques que celui analysé jusqu'à présent.

Ces simulations permettent aussi de développer des prédictions qui peuvent être comparées avec les observations d'éruptions dans les régions actives, tel que le lieu de la libération d'énergie. Lors d'une éruption, le déplacement des sources X compactes (observées par le satellite RHESSI) le long des rubans chromosphériques d'éruptions, peut ainsi être interprété dans le cadre de la reconnexion au niveau de quasi-séparatrices. La confrontation des résultats de notre simulation avec les observations devrait ainsi permettre d'améliorer notre compréhension des éruptions solaires et offrir un cadre unifié aux phénomènes associés.

☞ La troisième apport de mon travail été le développement d'outils théoriques permettant d'étudier les propriétés du champ magnétique dans l'atmosphère solaire. La torsion et le cisaillement du champ magnétique sont impliqués dans le déclenchement de plusieurs phénomènes de l'atmosphère solaire, tels que les éruptions solaires et les CMEs. Ils sont quantifiés par une quantité nommée l'hélicité magnétique.

Jusqu'à présent, l'hélicité magnétique coronale était estimée principalement par l'intermédiaire de son flux à travers la photosphère. Mon travail a permis d'améliorer la compréhension de la signification physique de la densité de flux d'hélicité magnétique. Grâce à une étude analytique suivie d'une modélisation numérique, j'ai pu définir cette quantité en minimisant les biais et erreurs qui existaient dans la définition précédemment utilisée. **J'ai ainsi mis à jour deux nouveaux outils de calcul de la densité de flux d'hélicité magnétique.**

La première méthode a d'ores et déjà été confrontée aux observations. Son application a permis de confirmer mes prédictions théoriques, et elle a modifié la vision que l'on avait de l'injection d'hélicité. En particulier l'injection d'hélicité dans les régions actives est beaucoup plus homogène que ce que l'on pensait. Ce type de mesures permet à la fois de contraindre les modèles des phénomènes coronaux, éruptions et CMEs, mais aussi la physique des tubes de flux dans la

région sous-photosphérique et lors de leur traversée de la photosphère.

La deuxième méthode pourra être utilisée lorsque nous pourrons déduire la connectivité des lignes de champ coronales dans une majeure partie d'une région active à partir d'observations. Or les nouvelles missions spatiales, telles *Solar Terrestrial RElations Observatory* (STEREO, lancement prévu en été 2006), *Solar-B* (lancement prévu automne 2006) et le *Solar Dynamic Observatory* (SDO, lancement prévu en 2008), vont bientôt permettre d'accéder à la connectivité des lignes de champ coronales. En particulier, la mission STEREO, constituée de deux satellites quasi-identiques situés de part et d'autre de la Terre sur son orbite, réalisera les premières observations stéréoscopiques de la couronne solaire. Ce type d'observations permettra de reconstituer la géométrie tridimensionnelle des régions actives solaires et pourra être employé pour appliquer notre seconde méthode d'estimation de la densité de flux d'hélicité.

Par ailleurs, nous avons également **développé une nouvelle méthode, plus directe, d'estimation de l'hélicité magnétique dans la couronne solaire**. Elle consiste à calculer l'hélicité mutuelle des couples de tubes de flux coronaux. Elle ne fait pas intervenir l'estimation du flux photosphérique d'hélicité. Cette nouvelle méthode nécessite aussi la connaissance de la connectivité des lignes de champ. En utilisant les innovations techniques développées pour les futures missions spatiales, notre méthode de mesure de l'hélicité coronale devrait ouvrir un nouveau champ d'investigation de la physique coronale des champs magnétiques.

Mon travail améliore la compréhension globale du mécanisme d'émergence du champ magnétique, mécanisme clef de l'activité solaire. Mais il peut également avoir une utilisation plus large notamment dans les domaines de la dynamo, de la météorologie de l'espace et de la physique stellaire.

La photosphère, en tant que limite inférieure des régions du soleil directement observables, constitue une des principales sources d'information sur les régions internes du soleil. L'analyse des oscillations photosphériques, par les méthodes d'héliosismologie, est le moyen le plus usité de sonder l'intérieur solaire. Mon travail sur l'injection photosphérique d'hélicité magnétique ouvre un nouveau champ d'investigation de la physique de ce milieu. Les cartes de densité de flux d'hélicité constituent des nouveaux types d'observations permettant de contraindre les modèles de transport des tubes de flux dans la zone de convection, mais aussi ceux de la dynamo solaire.

L'hélicité magnétique est aussi intimement associée à l'origine des CMEs. Leur origine peut être expliquée simplement par conservation de l'hélicité magnétique. Ce principe implique que tout apport d'une hélicité de même signe dans l'atmosphère solaire, par exemple par émergence de tubes de flux, soit compensé finalement par de l'expulsion d'hélicité magnétique. Les CMEs représentent le moyen d'éjecter l'hélicité magnétique excédentaire. Or elles constituent le principal phénomène de l'activité solaire ayant des répercussions sur la Terre, en particulier sur l'activité humaine à l'ère de son développement spatial. L'enjeu de la prédiction des CMEs est donc au coeur de la météorologie de l'espace ("Space Weather"). L'étude de l'injection photosphérique de l'hélicité magnétique dans l'atmosphère solaire, et de son transport dans le milieu interplanétaire apporte un nouvel outil particulièrement adapté à cette discipline.

De même, si la reconnexion magnétique est fortement impliquée dans le déclenchement des CMEs, elle intervient aussi à un autre niveau de la relation Soleil-Terre. Les reconnexions ayant lieu au niveau de la magnétopause, en avant de la magnétosphère (côté jour), ou au niveau de la queue magnétosphérique, sont particulièrement importantes pour comprendre l'injection de particules énergétiques dans la magnétosphère interne, au niveau des ceintures de rayonnement (ceintures de Van Allen). Les reconnexions du champ magnétique sont également des phénomènes présents hors du système solaire, qui permettent, par exemple, d'expliquer les sursauts X de certaines jeunes étoiles magnétisées. Ces reconnexions contribuent à la régulation de l'accrétion dite magnétosphérique de matière, et participent de ce fait au mécanisme de formation stellaire.

L'hélicité magnétique est enfin une quantité dont l'étude est en plein développement en physique stellaire. La conservation du moment cinétique et de l'hélicité magnétique, nécessite l'éjection de quantités de matières importantes sous la forme de jets perpendiculaires au disque d'accrétion. Lors de l'effondrement des nuages de gaz, la rotation génère de l'hélicité magnétique qui doit être expulsée via ces jets de matière (par analogie avec les CMEs). Le même type de phénomène est observable à plus grande échelle pour les galaxies en formation, qui présentent elles aussi des jets. Le soleil, l'étoile la plus proche de nous et donc plus aisément observable, constitue ainsi un laboratoire de proximité nous permettant d'étudier ces mécanismes universels que sont la reconnexion magnétique et la conservation de l'hélicité magnétique.

Bibliographie

- Abbett, W. P., Fisher, G. H., & Fan, Y. 2000, *ApJ*, 540, 548
- Abbett, W. P., Fisher, G. H., & Fan, Y. 2001, *ApJ*, 546, 1194
- Abbett, W. P., Fisher, G. H., Fan, Y., & Bercik, D. J. 2004, *ApJ*, 612, 557
- Alexakis, A., Mininni, P. D., & Pouquet, A. 2006, *ApJ*, 640, 335
- Alissandrakis, C. E. 1981, *A&A*, 100, 197
- Aly, J. J. 1990, in *The Dynamic Sun*, 176–182
- Aly, J. J. & Amari, T. 1997, *A&A*, 319, 699
- Amari, T. & Aly, J. J. 1992, *A&A*, 265, 791
- Amari, T., Aly, J. J., Luciani, J. F., Boulmezaoud, T. Z., & Mikic, Z. 1997, *Sol. Phys.*, 174, 129
- Amari, T. & Luciani, J. F. 2000, *Physical Review Letters*, 84, 1196
- Amari, T., Luciani, J. F., Aly, J. J., Mikic, Z., & Linker, J. 2003a, *ApJ*, 585, 1073
- Amari, T., Luciani, J. F., Aly, J. J., Mikic, Z., & Linker, J. 2003b, *ApJ*, 595, 1231
- Amari, T., Luciani, J. F., Aly, J. J., & Tagger, M. 1996, *A&A*, 306, 913
- Antiochos, S. K., DeVore, C. R., & Klimchuk, J. A. 1999, *ApJ*, 510, 485
- Archontis, V., Moreno-Insertis, F., Galsgaard, K., Hood, A., & O'Shea, E. 2004, *A&A*, 426, 1047
- Archontis, V., Moreno-Insertis, F., Galsgaard, K., & Hood, A. W. 2005, *ApJ*, 635, 1299
- Aulanier, G. 1998, Ph.D. Thesis, Université Paris IV
- Aulanier, G., Démoulin, P., & Grappin, R. 2005a, *A&A*, 430, 1067
- Aulanier, G., DeVore, C. R., & Antiochos, S. K. 2002, *ApJ Letters*, 567, L97
- Aulanier, G., Démoulin, P., Schmieder, B., Fang, C., & Tang, Y. H. 1998, *Sol. Phys.*, 183, 369
- Aulanier, G., Pariat, E., & Démoulin, P. 2005b, *A&A*, 444, 961
- Aulanier, G., Schmieder, B., van Driel-Gesztelyi, L., et al. 2000, *Advances in Space Research*, 26, 485
- Babcock, H. W. 1961, *ApJ*, 133, 572
- Bagalá, L. G., Mandrini, C. H., Rovira, M. G., & Démoulin, P. 2000, *A&A*, 363, 779
- Bao, S. D., Pevtsov, A. A., Wang, T. J., & Zhang, H. Q. 2000, *Sol. Phys.*, 195, 75
- Bao, S. D., Sakurai, T., & Suematsu, Y. 2002, *ApJ*, 573, 445
- Baum, P. J. & Bratenahl, A. 1980, *Sol. Phys.*, 67, 245
- Berger, M. 2003, *Magnetic Fields and Helicity in the Sun and Heliosphere*, 25th meeting of the IAU, Joint Discussion 3, 16 July, 2003, Sydney Australia, 3
- Berger, M. & Murdin, P. 2000, *Encyclopedia of Astronomy and Astrophysics*

- Berger, M. A. 1984, *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, 30, 79
- Berger, M. A. 1985, *ApJ Supplement*, 59, 433
- Berger, M. A. 1988, *A&A*, 201, 355
- Berger, M. A. 1999, in *Magnetic Helicity in Space and Laboratory Plasmas*, 1–9
- Berger, M. A. & Field, G. B. 1984, *Journal of Fluids Mechanics*, 147, 133
- Berger, M. A. & Ruzmaikin, A. 2000, *Journal of Geophysics Research*, 105 (A5), 10481
- Berlicki, A., Mein, P., & Schmieder, B. 2006, *A&A*, 445, 1127
- Berlicki, A., Schmieder, B., Vilmer, N., Aulanier, G., & Del Zanna, G. 2004, *A&A*, 423, 1119
- Bernasconi, P. N., Rust, D. M., & Eaton, H. A. C. 2001, in *ASP Conf. Ser. 236: Advanced Solar Polarimetry – Theory, Observation, and Instrumentation*, ed. M. Sigwarth, 399
- Bernasconi, P. N., Rust, D. M., Georgoulis, M. K., & Labonte, B. J. 2002, *Sol. Phys.*, 209, 119
- Bhattacharjee, A. 2004, *Annual Review of Astrononmy and Astrophysics*, 42, 365
- Bhattacharjee, A., Ma, Z. W., & Wang, X. 2001, *Physics of Plasmas*, 8, 1829
- Bieber, J. W., Evenson, P. A., & Matthaeus, W. H. 1987, *ApJ*, 315, 700
- Billinghurst, M. N., Craig, I. J. D., & Sneyd, A. D. 1993, *A&A*, 279, 589
- Bommier, V., Rayrole, J., & Eff-Darwich, A. 2005, *A&A*, 435, 1115
- Bothmer, V. & Schwenn, R. 1998, *Annales Geophysicae*, 16, 1
- Brandenburg, A. 2001, *ApJ*, 550, 824
- Brandenburg, A. 2003, *LNP Vol. 614: Turbulence and Magnetic Fields in Astrophysics*, 614, 402
- Brandenburg, A. & Blackman, E. G. 2002, in *ESA SP-506: Solar Variability: From Core to Outer Frontiers*, 805–810
- Brandenburg, A. & Dobler, W. 2001, *A&A*, 369, 329
- Brandenburg, A. & Subramanian, K. 2005, *Phys. Rep.*, 417, 1
- Brown, D. S., Nightingale, R. W., Alexander, D., et al. 2003, *Sol. Phys.*, 216, 79
- Brueckner, G. E., Howard, R. A., Koomen, M. J., et al. 1995, *Sol. Phys.*, 162, 357
- Bruzek, A. 1967, *Sol. Phys.*, 2, 451
- Bruzek, A. 1972, *Sol. Phys.*, 26, 94
- Bungey, T. N., Titov, V. S., & Priest, E. R. 1996, *A&A*, 308, 233
- Burlaga, L., Sittler, E., Mariani, F., & Schwenn, R. 1981, *Journal of Geophysics Research*, 86, 6673
- Caligari, P., Moreno-Insertis, F., & Schüssler, M. 1995, *ApJ*, 441, 886
- Carmichael, H. 1964, in *The Physics of Solar Flares*, ed. W. N. Hess, 451
- Ceppatelli, G. 2004, *Memorie della Societa Astronomica Italiana*, 75, 240
- Chae, J. 2000, *ApJ Letters*, 540, L115
- Chae, J. 2001, *ApJ Letters*, 560, L95
- Chae, J. & Moon, Y.-J. 2005, *ApJ*, 629, 1110
- Chae, J., Moon, Y.-J., & Park, Y.-D. 2004a, *Sol. Phys.*, 223, 39
- Chae, J., Moon, Y.-J., & Pevtsov, A. A. 2004b, *ApJ Letters*, 602, L65

- Chae, J., Wang, H., Qiu, J., et al. 2001, *ApJ*, 560, 476
- Chandrasekhar, S. 1961, *Hydrodynamic and hydromagnetic stability* (International Series of Monographs on Physics, Oxford: Clarendon, 1961)
- Cheung, M. 2006, Ph.D. Thesis, University of Göttingen
- Cheung, M., Schüssler, M., & Moreno-Insertis, F. 2005, in *ESA SP-596: Chromospheric and Coronal Magnetic Fields*
- Cheung, M. C. M., Moreno-Insertis, F., & Schüssler, M. 2006, *A&A*, 451, 303
- Choe, G. S. & Lee, L. C. 1996, *ApJ*, 472, 372
- Choudhuri, A. R. 1989, *Sol. Phys.*, 123, 217
- Choudhuri, A. R. 2003, *The solar dynamo as a model of the solar cycle (Dynamic Sun)*, 103–127
- Christensen-Dalsgaard, J. & Thompson, M. J. 2003, *Rotation of the solar interior (Dynamic Sun)*, 55–77
- Cid, C., Hidalgo, M. A., Nieves-Chinchilla, T., Sequeiros, J., & Viñas, A. F. 2002, *Sol. Phys.*, 207, 187
- Cowley, S. W. H. 1974, *Journal of Plasma Physics*, 12, 319
- Cowling, T. G. 1976, *Magnetohydrodynamics (Monographs on Astronomical Subjects, Bristol: Adam Hilger, 1976)*
- Dara, H. C., Alissandrakis, C. E., Zachariadis, T. G., & Georgakilas, A. A. 1997, *A&A*, 322, 653
- Dasso, S., Gulisano, A. M., Mandrini, C. H., & Démoulin, P. 2005, *Advances in Space Research*, 35, 2172
- Dasso, S., Mandrini, C. H., Démoulin, P., & Farrugia, C. J. 2003, *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 108 (A10), 1362
- Delaboudiniere, J.-P., Artzner, G. E., Brunaud, J., et al. 1995, *Sol. Phys.*, 162, 291
- DeVore, C. R. 2000, *ApJ*, 539, 944
- Ding, M. D., Hénoux, J.-C., & Fang, C. 1998, *A&A*, 332, 761
- Diver, D. A., Brown, J. C., & Rust, D. M. 1996, *Sol. Phys.*, 168, 105
- Démoulin, P. 2004, in *35th COSPAR Scientific Assembly*, 1084
- Démoulin, P. 2005, in *ESA SP-596: Chromospheric and Coronal Magnetic Fields*, ed. D. E. Innes, A. Lagg, & S. A. Solanki
- Démoulin, P., Bagalá, L. G., Mandrini, C. H., Hénoux, J. C., & Rovira, M. G. 1997, *A&A*, 325, 305
- Démoulin, P. & Berger, M. A. 2003, *Sol. Phys.*, 215, 203
- Démoulin, P., Hénoux, J. C., & Mandrini, C. H. 1994, *A&A*, 285, 1023
- Démoulin, P., Hénoux, J. C., Priest, E. R., & Mandrini, C. H. 1996a, *A&A*, 308, 643
- Démoulin, P., Mandrini, C. H., Van Driel-Gesztelyi, L., Lopez Fuentes, M. C., & Aulanier, G. 2002a, *Sol. Phys.*, 207, 87
- Démoulin, P., Mandrini, C. H., van Driel-Gesztelyi, L., et al. 2002b, *A&A*, 382, 650
- Démoulin, P., Pariat, E., & Berger, M. A. 2006, *Sol. Phys.*, 233, 3
- Démoulin, P., Priest, E. R., & Lonie, D. P. 1996b, *Journal of Geophysics Research*, 101 (A4), 7631
- Ellerman, F. 1917, *ApJ*, 46, 298

- Elsasser, W. M. 1956, *Reviews of Modern Physics*, 28, 135
- Emonet, T. & Moreno-Insertis, F. 1996, *ApJ*, 458, 783
- Emonet, T. & Moreno-Insertis, F. 1998, *ApJ*, 492, 804
- Emonet, T., Moreno-Insertis, F., & Rast, M. P. 2001, *ApJ*, 549, 1212
- Engvold, O. & Maltby, P. 1968, in *Mass Motions in Solar Flares and Related Phenomena*, ed. Y. Oehman, 109
- Eydenberg, M. S., Balasubramaniam, K. S., & López Ariste, A. 2005, *ApJ*, 619, 1167
- Fan, Y. 2001, *ApJ Letters*, 554, L111
- Fan, Y. 2004, *Living Reviews in Solar Physics*, 1, 1
- Fan, Y., Abbett, W. P., & Fisher, G. H. 2003, *ApJ*, 582, 1206
- Fan, Y. & Gibson, S. E. 2004, *ApJ*, 609, 1123
- Fang, C., Tang, Y. H., Xu, Z., Ding, M. D., & Chen, P. F. 2006, *ApJ*, 643, 1325
- Farrugia, C. J., Janoo, L. A., Torbert, R. B., et al. 1999, in *American Institute of Physics Conference Series*, ed. S. R. Habbal, R. Esser, J. V. Hollweg, & P. A. Isenberg, 745
- Filippov, B. P. 1994, *Astronomy Letters*, 20, 665
- Finn, J. H. & Antonsen, T. M. 1985, *Comments on Plasma Physics and Controlled Fusion*, 9, 111
- Firstova, N. M., Hénoux, J.-C., Kazantsev, S. A., & Bulatov, A. V. 1997, *Sol. Phys.*, 171, 123
- Fletcher, L., López Fuentes, M. C., Mandrini, C. H., et al. 2001a, *Sol. Phys.*, 203, 255
- Fletcher, L., Metcalf, T. R., Alexander, D., Brown, D. S., & Ryder, L. A. 2001b, *ApJ*, 554, 451
- Flyer, N., Fornberg, B., Thomas, S., & Low, B. C. 2004, *ApJ*, 606, 1210
- Forbes, T. G. 2000, *Journal of Geophysics Research*, 105 (A10), 23153
- Forbes, T. G. & Isenberg, P. A. 1991, *ApJ*, 373, 294
- Fox, P. 1908, *ApJ*, 28, 253
- Frisch, U., Pouquet, A., Leorat, J., & Mazure, A. 1975, *Journal of Fluid Mechanics*, 68, 769
- Gaizauskas, V., Mandrini, C. H., Démoulin, P., Luoni, M. L., & Rovira, M. G. 1998, *A&A*, 332, 353
- Galsgaard, K., Moreno-Insertis, F., Archontis, V., & Hood, A. 2005a, *ApJ Letters*, 618, L153
- Galsgaard, K., Moreno-Insertis, F., Archontis, V., & Hood, A. 2005b, in *ESA SP-596: Chromospheric and Coronal Magnetic Fields*, ed. D. E. Innes, A. Lagg, & S. A. Solanki
- Galsgaard, K., Titov, V. S., & Neukirch, T. 2003, *ApJ*, 595, 506
- Gary, G. A. & Hagyard, M. J. 1990, *Sol. Phys.*, 126, 21
- Gary, G. A., Moore, R. L., Hagyard, M. J., & Haisch, B. M. 1987, *ApJ*, 314, 782
- Georgakilas, A. A., Alissandrakis, C. E., & Zachariadis, T. G. 1990, *Sol. Phys.*, 129, 277
- Georgoulis, M. K., Rust, D. M., Bernasconi, P. N., & Schmieder, B. 2002, *ApJ*, 575, 506

- Gibson, S. E., Fan, Y., Mandrini, C., Fisher, G., & Démoulin, P. 2004, *ApJ*, 617, 600
- Green, L. M., López fuentes, M. C., Mandrini, C. H., et al. 2002, *Sol. Phys.*, 208, 43
- Hagyard, M. J., Teuber, D., West, E. A., & Smith, J. B. 1984, *Sol. Phys.*, 91, 115
- Hale, G. E., Ellerman, F., Nicholson, S. B., & Joy, A. H. 1919, *ApJ*, 49, 153
- Handy, B. N., Acton, L. W., Kankelborg, C. C., et al. 1999, *Sol. Phys.*, 187, 229
- Hartkorn, K. & Wang, H. 2004, *Sol. Phys.*, 225, 311
- Harvey, K. L. & Martin, S. F. 1973, *Sol. Phys.*, 32, 389
- Hesse, M. & Schindler, K. 1988, *Journal of Geophysics Research*, 93, 5559
- Heyvaerts, J. & Priest, E. R. 1984, *A&A*, 137, 63
- Heyvaerts, J., Priest, E. R., & Rust, D. M. 1977, *ApJ*, 216, 123
- Hidalgo, M. A., Cid, C., Medina, J., & Viñas, A. F. 2000, *Sol. Phys.*, 194, 165
- Hénoux, J.-C., Fang, C., & Ding, M. D. 1998, *A&A*, 337, 294
- House, L. L. & Berger, M. A. 1987, *ApJ*, 323, 406
- Hu, F. M., Song, M. T., & Li, X. Q. 1995, *Astrophysics and Space Science*, 229, 325
- Hu, Q. & Dasgupta, B. 2005, *Geophysics Research Letters*, 32, 12109
- Hu, Q. & Sonnerup, B. U. Ö. 2002, *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 107 (A7), 1142
- Hu, Q. & Sonnerup, B. U. Ö. 2003, *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 108 (A1), 1011
- Isobe, H. 2005, in *ESA SP-596: Chromospheric and Coronal Magnetic Fields*, ed. D. E. Innes, A. Lagg, & S. A. Solanki
- Isobe, H., Miyagoshi, T., Shibata, K., & Yokoyama, T. 2005, *Nature*, 434, 478
- Jacobs, C., Poedts, S., & van der Holst, B. 2005, in *ESA SP-600: The Dynamic Sun: Challenges for Theory and Observations*
- Jacobs, C., Poedts, S., & van der Holst, B. 2006, *A&A*, 450, 793
- Jensen, T. H. & Chu, M. S. 1984, *Physics of Fluids*, 27, 2881
- Ji, H. 1999, *Physical Review Letters*, 83, 3198
- Ji, H. S., Song, M. T., & Li, X. Q. 2001, *Sol. Phys.*, 198, 133
- Karpen, J. T., Antiochos, S. K., & Devore, C. R. 1990, *ApJ Letters*, 356, L67
- Karpen, J. T., Antiochos, S. K., & Devore, C. R. 1991, *ApJ*, 382, 327
- Karpen, J. T., Antiochos, S. K., Devore, C. R., & Golub, L. 1998, *ApJ*, 495, 491
- Kitai, R. 1983, *Sol. Phys.*, 87, 135
- Kitai, R. & Müller, R. 1984, *Sol. Phys.*, 90, 303
- Kliem, B., Titov, V. S., & Török, T. 2004, *A&A*, 413, L23
- Kopp, R. A. & Pneuman, G. W. 1976, *Sol. Phys.*, 50, 85
- Krall, J., Chen, J., Santoro, R., et al. 1998, *ApJ*, 500, 992
- Krucker, S. & Hudson, H. S. 2004, in *ESA SP-575: SOHO 15 Coronal Heating*, ed. R. W. Walsh, J. Ireland, D. Danesy, & B. Fleck, 247
- Kuperus, M. & Raadu, M. A. 1974, *A&A*, 31, 189
- Kurokawa, H., Kawaguchi, I., Funakoshi, Y., & Nakai, Y. 1982, *Sol. Phys.*, 79, 77
- Kusano, K., Maeshiro, T., Yokoyama, T., & Sakurai, T. 2002, *ApJ*, 577, 501
- Kusano, K., Maeshiro, T., Yokoyama, T., & Sakurai, T. 2003, *Advances in Space Research*, 32, 1917

- Kusano, K., Maeshiro, T., Yokoyama, T., & Sakurai, T. 2004a, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, 175
- Kusano, K., Maeshiro, T., Yokoyama, T., & Sakurai, T. 2004b, *ApJ*, 610, 537
- Kusano, K., Suzuki, Y., & Nishikawa, K. 1995, *ApJ*, 441, 942
- López Fuentes, M. C., Démoulin, P., Mandrini, C. H., Pevtsov, A. A., & van Driel-Gesztelyi, L. 2003, *A&A*, 397, 305
- Larson, D. E., Lin, R. P., McTiernan, J. M., et al. 1997, *Geophysics Research Letters*, 24, 1911
- Lau, Y. T. 1993, *Sol. Phys.*, 148, 301
- Leamon, R. J., Canfield, R. C., Blehm, Z., & Pevtsov, A. A. 2003, *ApJ Letters*, 596, L255
- Leighton, R. B. 1964, *ApJ*, 140, 1547
- Leka, K. D., Canfield, R. C., McClymont, A. N., & van Driel-Gesztelyi, L. 1996, *ApJ*, 462, 547
- Lepping, R. P., Burlaga, L. F., & Jones, J. A. 1990, *Journal of Geophysics Research*, 95, 11957
- Li, H., Berlicki, A., & Schmieder, B. 2005, *A&A*, 438, 325
- Linker, J. A. & Mikic, Z. 1995, *ApJ Letters*, 438, L45
- Linker, J. A., Mikić, Z., Riley, P., Lionello, R., & Odstroil, D. 2003, in *AIP Conf. Proc.* 679: *Solar Wind Ten*, 703–710
- Linton, M. G. & Antiochos, S. K. 2002, *ApJ*, 581, 703
- Linton, M. G. & Antiochos, S. K. 2005, *ApJ*, 625, 506
- Linton, M. G., Dahlburg, R. B., & Antiochos, S. K. 2001, *ApJ*, 553, 905
- Longcope, D. W. 2004, *ApJ*, 612, 1181
- Longcope, D. W. 2005, *Living Reviews in Solar Physics*, 2, 7
- Longcope, D. W., Fisher, G. H., & Arendt, S. 1996, *ApJ*, 464, 999
- Longcope, D. W., McKenzie, D. E., Cirtain, J., & Scott, J. 2005, *ApJ*, 630, 596
- López Ariste, A., Aulanier, G., Schmieder, B., & Sainz Dalda, A. 2006, *A&A*, 456, 725
- Low, B. C. 1987, *ApJ*, 323, 358
- Low, B. C. 1996, *Sol. Phys.*, 167, 217
- Low, B. C. 1999, in *Measurement Techniques in Space Plasmas Fields*, ed. M. R. Brown, R. C. Canfield, & A. A. Pevtsov, 25
- Low, B. C. & Berger, M. A. 2003, *ApJ*, 589, 644
- Low, B. C. & Hundhausen, J. R. 1995, *ApJ*, 443, 818
- Low, B. C. & Wolfson, R. 1988, *ApJ*, 324, 574
- Lundquist, S. 1951, *Physical Review*, 83, 307
- Lynch, B. J., Gruesbeck, J. R., Zurbuchen, T. H., & Antiochos, S. K. 2005, *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 110 (A9), 8107
- MacNeice, P., Antiochos, S. K., Phillips, A., et al. 2004, *ApJ*, 614, 1028
- Maeshiro, T., Kusano, K., Yokoyama, T., & Sakurai, T. 2005, *ApJ*, 620, 1069
- Magara, T. 2001, *ApJ*, 549, 608
- Magara, T. 2004, *ApJ*, 605, 480

- Magara, T., Antiochos, S. K., Devore, C. R., & Linton, M. G. 2005, in *ESA SP-596: Chromospheric and Coronal Magnetic Fields*, ed. D. E. Innes, A. Lagg, & S. A. Solanki
- Magara, T. & Longcope, D. W. 2003, *ApJ*, 586, 630
- Malherbe, J. M., Schmieder, B., Mein, P., et al. 1998, *Sol. Phys.*, 180, 265
- Manchester, W., Gombosi, T., DeZeeuw, D., & Fan, Y. 2004, *ApJ*, 610, 588
- Mandrini, C. H., Démoulin, P., Bagalá, L. G., et al. 1997, *Sol. Phys.*, 174, 229
- Mandrini, C. H., Démoulin, P., Schmieder, B., Deng, Y. Y., & Rudawy, P. 2002, *A&A*, 391, 317
- Mandrini, C. H., Pohjolainen, S., Dasso, S., et al. 2005, *A&A*, 434, 725
- Mandrini, C. H., Rovira, M. G., Démoulin, P., et al. 1993, *A&A*, 272, 609
- Matsumoto, R., Tajima, T., Shibata, K., & Kaisig, M. 1993, *ApJ*, 414, 357
- Mein, N., Schmieder, B., DeLuca, E. E., et al. 2001, *ApJ*, 556, 438
- Mein, P. 1991, *A&A*, 248, 669
- Mein, P. 2002, *A&A*, 381, 271
- Mein, P., Demoulin, P., Mein, N., et al. 1996, *A&A*, 305, 343
- Melrose, D. 2004, *Sol. Phys.*, 221, 121
- Metcalf, T. R., Jiao, L., McClymont, A. N., Canfield, R. C., & Uitenbroek, H. 1995, *ApJ*, 439, 474
- Mickey, D. L., Canfield, R. C., Labonte, B. J., et al. 1996, *Sol. Phys.*, 168, 229
- Milano, L. J., Dmitruk, P., Mandrini, C. H., Gómez, D. O., & Démoulin, P. 1999, *ApJ*, 521, 889
- Moffatt, H. 1969, *Journal of Fluids Mechanics*, 35, 117
- Moon, Y.-J., Chae, J., Choe, G. S., et al. 2002a, *ApJ*, 574, 1066
- Moon, Y.-J., Chae, J., & Park, Y. D. 2003a, *Journal of Korean Astronomical Society*, 36, 37
- Moon, Y.-J., Chae, J., Wang, H., Choe, G. S., & Park, Y. D. 2002b, *ApJ*, 580, 528
- Moon, Y.-J., Chae, J., Wang, H., & Park, Y. D. 2003b, *Advances in Space Research*, 32, 1953
- Moreno-Insertis, F. 1986, *A&A*, 166, 291
- Moreno-Insertis, F. 1992, in *NATO ASIC Proc. 375: Sunspots. Theory and Observations*, ed. J. H. Thomas & N. O. Weiss, 385–410
- Moreno-Insertis, F., Caligari, P., & Schüssler, M. 1994, *Sol. Phys.*, 153, 449
- Moreno-Insertis, F. & Emonet, T. 1996, *ApJ Letters*, 472, L53
- Moreno-Insertis, F. & Mordin, P. 2000, *Encyclopedia of Astronomy and Astrophysics*
- Moreno-Insertis, F., Schüssler, M., & Ferriz-Mas, A. 1992, *A&A*, 264, 686
- Nindos, A. 2005, in *AGU Chapman conference*
- Nindos, A. & Andrews, M. D. 2004, *ApJ Letters*, 616, L175
- Nindos, A. & Zhang, H. 2002, *ApJ Letters*, 573, L133
- Nindos, A., Zhang, J., & Zhang, H. 2003, *ApJ*, 594, 1033
- Nindos, A. & Zirin, H. 1998, *Sol. Phys.*, 182, 381
- November, L. J. & Simon, G. W. 1988, *ApJ*, 333, 427
- Nozawa, S., Shibata, K., Matsumoto, R., et al. 1992, *ApJ Supplement*, 78, 267

- Pariat, E. 2006, in Third French-Chinese Meeting on Solar Physics. Solar Activity: Progress and Prospects., ed. C. Fang, B. Schmieder, & M. Ding, 47–54
- Pariat, E., Aulanier, G., Schmieder, B., et al. 2004b, in 35th COSPAR Scientific Assembly, 1482
- Pariat, E., Aulanier, G., Schmieder, B., et al. 2004a, *ApJ*, 614, 1099
- Pariat, E., Berlicki, A., Schmieder, B., et al. 2006a, en preparation
- Pariat, E., Démoulin, P., & Berger, M. A. 2005, *A&A*, 439, 1191
- Pariat, E., Nindos, A., Démoulin, P., & Berger, M. A. 2006b, *A&A*, 452, 623
- Pariat, E., Schmieder, B., & Aulanier, G. 2004c, in SF2A-2004: Semaine de l'Astrophysique Française, ed. F. Combes, D. Barret, T. Contini, F. Meynadier, & L. Pagani, 103
- Parker, E. N. 1955, *ApJ*, 121, 491
- Parker, E. N. 1963, *ApJ Supplement*, 8, 177
- Parker, E. N. 1966, *ApJ*, 145, 811
- Parker, E. N. 1975, *ApJ*, 198, 205
- Parker, E. N. 1979, *ApJ*, 230, 905
- Parker, E. N. 1984, *ApJ*, 281, 839
- Patterson, A. 1984, *ApJ*, 280, 884
- Payne, T. E. W. 1993, *Bulletin of the American Astronomical Society*, 25, 1395
- Petrovay, K. & Moreno-Insertis, F. 1997, *ApJ*, 485, 398
- Petschek, H. E. 1964, in *The Physics of Solar Flares*, ed. W. N. Hess, 425
- Pevtsov, A. A. 2000, *ApJ*, 531, 553
- Pevtsov, A. A., Canfield, R. C., & Latushko, S. M. 2001, *ApJ Letters*, 549, L261
- Pevtsov, A. A., Canfield, R. C., & Metcalf, T. R. 1995, *ApJ Letters*, 440, L109
- Pevtsov, A. A., Maleev, V. M., & Longcope, D. W. 2003, *ApJ*, 593, 1217
- Phillips, A. D., MacNeice, P. J., & Antiochos, S. K. 2005, *ApJ Letters*, 624, L129
- Pouquet, A., Frisch, U., & Leorat, J. 1976, *Journal of Fluid Mechanics*, 77, 321
- Priest, E. R. 1987, *Solar magneto-hydrodynamics. (Solar magneto-hydrodynamics by E.R. Priest. Dordrecht: D. Reidel, 1987.)*
- Priest, E. R. & Démoulin, P. 1995, *Journal of Geophysics Research(Space Physics)*, 100 (A12), 23443
- Priest, E. R. & Lee, L. C. 1990, *Journal of Plasma Physics*, 44, 337
- Priest, E. R., Longcope, D. W., & Heyvaerts, J. 2005, *ApJ*, 624, 1057
- Qiu, J., Ding, M. D., Wang, H., Denker, C., & Goode, P. R. 2000, *ApJ Letters*, 544, L157
- Qiu, J. & Gary, D. E. 2003, *ApJ*, 599, 615
- Raadu, M. A., Schmieder, B., Mein, N., & Gesztelyi, L. 1988, *A&A*, 197, 289
- Rabin, D. & Mordin, P. 2000, *Encyclopedia of Astronomy and Astrophysics*
- Régnier, S., Amari, T., & Canfield, R. C. 2005, *A&A*, 442, 345
- Roberts, B. & Webb, A. R. 1978, *Sol. Phys.*, 56, 5
- Roberts, G. O. 1972, *Royal Society of London Philosophical Transactions Series A*, 271, 411
- Romano, P., Contarino, L., & Zuccarello, F. 2005, *A&A*, 433, 683

- Rompolt, B. 1990, *Hvar Observatory Bulletin*, 14, 37
- Ronan, R. S., Mickey, D. L., & Orrall, F. Q. 1987, *Sol. Phys.*, 113, 353
- Rust, D. M. 1968, in *IAU Symp. 35: Structure and Development of Solar Active Regions*, ed. K. O. Kiepenheuer, 77
- Rust, D. M. 1994, *Geophysics Research Letters*, 21, 241
- Rust, D. M. & Keil, S. L. 1992, *Sol. Phys.*, 140, 55
- Rust, D. M. & Kumar, A. 1994a, *Sol. Phys.*, 155, 69
- Rust, D. M. & Kumar, A. 1994b, in *ESA SP-373: Solar Dynamic Phenomena and Solar Wind Consequences, the Third SOHO Workshop*, 39
- Rust, D. M. & Kumar, A. 1996, *ApJ Letters*, 464, L199
- Rust, D. M. & LaBonte, B. J. 2005, *ApJ Letters*, 622, L69
- Ruzmaikin, A., Martin, S., & Hu, Q. 2003, *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 108 (A2), 1096
- Scherrer, P. H., Bogart, R. S., Bush, R. I., et al. 1995, *Sol. Phys.*, 162, 129
- Schmieder, B., Aulanier, G., Demoulin, P., et al. 1997a, *A&A*, 325, 1213
- Schmieder, B., Aulanier, G., Pariat, E., et al. 2002a, in *ESA SP-505: SOLMAG 2002. Proceedings of the Magnetic Coupling of the Solar Atmosphere Euroconference*, ed. H. Sawaya-Lacoste, 575–578
- Schmieder, B., Demoulin, P., Aulanier, G., & Golub, L. 1996, *ApJ*, 467, 881
- Schmieder, B., Lin, Y., Heinzel, P., & Schwartz, P. 2004a, *Sol. Phys.*, 221, 297
- Schmieder, B., Malherbe, J. M., Mein, P., et al. 1997b, in *ASP Conf. Ser. 111: Magnetic Reconnection in the Solar Atmosphere*, ed. R. D. Bentley & J. T. Mariska, 43
- Schmieder, B., Mandrini, C. H., Démoulin, P., et al. 2006, *Advances in Space Research*, 37, 1313
- Schmieder, B., Pariat, E., Aulanier, G., et al. 2002b, in *ESA SP-506: Solar Variability: From Core to Outer Frontiers*, ed. J. Kuijpers, 911–914
- Schmieder, B., Raadu, M. A., & Wiik, J. E. 1991, *A&A*, 252, 353
- Schmieder, B., Rust, D. M., Georgoulis, M. K., Démoulin, P., & Bernasconi, P. N. 2004b, *ApJ*, 601, 530
- Schüssler, M. 1979, *A&A*, 71, 79
- Schüssler, M. & Rempel, M. 2002, in *ESA SP-508: From Solar Min to Max: Half a Solar Cycle with SOHO*, ed. A. Wilson, 499–506
- Schuck, P. W. 2005, *ApJ Letters*, 632, L53
- Seehafer, N. 1990, *Sol. Phys.*, 125, 219
- Severny, A. B. 1964, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 2, 363
- Severny, A. B. 1968, in *Mass Motions in Solar Flares and Related Phenomena*, ed. Y. Oehman, 71
- Shibata, K., Nozawa, S., Matsumoto, R., Sterling, A. C., & Tajima, T. 1990, *ApJ Letters*, 351, L25
- Shibata, K., Tajima, T., Matsumoto, R., et al. 1989a, *ApJ*, 338, 471
- Shibata, K., Tajima, T., Steinolfson, R. S., & Matsumoto, R. 1989b, *ApJ*, 345, 584
- Solanki, S. K. 2003, *A&A Reviews*, 11, 153

- Somov, B. V. 1992, Physical processes in solar flares (Physical processes in solar flares Kluwer Academic Publishers (Astrophysics and Space Science Library. Vol. 172), 257 p.), 65
- Spadaro, D., Billotta, S., Contarino, L., Romano, P., & Zuccarello, F. 2004, A&A, 425, 309
- Spruit, H. C. 1981, A&A, 102, 129
- Spruit, H. C., Title, A. M., & van Ballegooijen, A. A. 1987, Sol. Phys., 110, 115
- Stix, M. 1991, The Sun. an Introduction (The Sun. An Introduction, XIII, 390 pp. 192 figs.. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York. Also Astronomy and Astrophysics Library)
- Strous, L. H. 1994, Ph.D. Thesis, University of Utrecht
- Strous, L. H., Scharmer, G., Tarbell, T. D., Title, A. M., & Zwaan, C. 1996, A&A, 306, 947
- Strous, L. H. & Zwaan, C. 1999, ApJ, 527, 435
- Sturrock, P. A. 1966, Nature, 211, 695
- Sweet, P. A. 1958, in IAU Symp. 6: Electromagnetic Phenomena in Cosmical Physics, 123–128
- Taylor, J. B. 1974, Physical Review Letters, 33, 1139
- Titov, V. S., Hornig, G., & Démoulin, P. 2002, Journal of Geophysics Research(Space Physics), 107 (A8), 1164
- Titov, V. S., Priest, E. R., & Démoulin, P. 1993, A&A, 276, 564
- Török, T. & Kliem, B. 2005, ApJ Letters, 630, L97
- Tsuneta, S., Acton, L., Bruner, M., et al. 1991, Sol. Phys., 136, 37
- Švestka, Z. 1976, Solar Flares (Solar Flares, Dordrecht: Reidel, 1976)
- van Driel-Gesztelyi, L. 2002, in ESA SP-505: SOLMAG 2002. Proceedings of the Magnetic Coupling of the Solar Atmosphere Euroconference, ed. H. Sawaya-Lacoste, 113–120
- van-Driel Gesztelyi, L., Démoulin, P., & Mandrini, C. H. 2003, Advances in Space Research, 32, 1855
- van Driel-Gesztelyi, L., Hofmann, A., Démoulin, P., Schmieder, B., & Csepura, G. 1994, Sol. Phys., 149, 309
- van Driel-Gesztelyi, L., Manoharan, P. K., Démoulin, P., et al. 2000, Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics, 62, 1437
- van Driel-Gesztelyi, L. & Petrovay, K. 1990, Sol. Phys., 126, 285
- Vandas, M., Odstrčil, D., & Watari, S. 2002, Journal of Geophysical Research (Space Physics), 107 (A9), 1236
- Vekstein, G., Priest, E. R., & Amari, T. 1991, A&A, 243, 492
- Vekstein, G. E. & Priest, E. R. 1992, ApJ, 384, 333
- Vernazza, J. E., Avrett, E. H., & Loeser, R. 1981, ApJ Supplement, 45, 635
- Vorpahl, J. & Pope, T. 1972, Sol. Phys., 25, 347
- Wang, H., Yan, Y., Sakurai, T., & Zhang, M. 2000, Sol. Phys., 197, 263
- Wang, H. & Zirin, H. 1992, Sol. Phys., 140, 41
- Welsch, B. T., Fisher, G. H., Abbett, W. P., & Regnier, S. 2004, ApJ, 610, 1148

- Welsch, B. T. & Longcope, D. W. 2003, *ApJ*, 588, 620
- Wiegmann, T. 2004, *Sol. Phys.*, 219, 87
- Woltjer, L. 1958, *Proceedings of the National Academy of Science*, 44, 489
- Yamada, M. 1999, in *Measurement Techniques in Space Plasmas Fields*, ed. M. R. Brown, R. C. Canfield, & A. A. Pevtsov, 129
- Yamamoto, T. T., Kusano, K., Maeshiro, T., Yokoyama, T., & Sakurai, T. 2005, *ApJ*, 624, 1072
- Yokoyama, T., Kusano, K., Maeshiro, T., & Sakurai, T. 2003, *Advances in Space Research*, 32, 1949
- Zachariadis, T. G., Alissandrakis, C. E., & Banos, G. 1987, *Sol. Phys.*, 108, 227
- Zhang, H. 2001, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 326, 57
- Zhang, H., Sokoloff, D., Rogachevskii, I., et al. 2006a, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 365, 276
- Zhang, M., Flyer, N., & Low, B. C. 2006b, *ApJ*, 644, 575
- Zhang, M. & Low, B. 2005a, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 43, 103
- Zhang, M. & Low, B. 2005b, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 43, 103
- Zirin, H. 1972, *Sol. Phys.*, 22, 34
- Zwaan, C. 1985, *Sol. Phys.*, 100, 397
- Zwaan, C. 1987, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 25, 83
- Zwaan, C. 1992, in *NATO ASIC Proc. 375: Sunspots. Theory and Observations*, ed. J. H. Thomas & N. O. Weiss, 75–100
- Zwingmann, W., Schindler, K., & Birn, J. 1985, *Sol. Phys.*, 99, 133



Saint Jérôme écrivant; Michelangelo Merisi dit **Le Caravage**
v. 1606, Huile sur toile, 112 x 157 cm
Rome, Galerie Borghèse.

Annexe A

Liste de publications

(A.n) Articles dans revues à comité de lecture

- (A.1) **Pariat E.**, Aulanier G., Schmieder B., Georgoulis M. K, Rust D. M. & Bernasconi P. N, *Resistive Emergence of Undulatory Flux Tubes*, 2004, ApJ, 614, 1099-1112.
- (A.2) **Pariat E.**, Démoulin P., & Berger M. A., *Photospheric flux density of magnetic helicity*, 2005, A&A, 439, 1191-1203.
- (A.3) Aulanier G., **Pariat E.** & Démoulin P., *Current sheet formation in quasi-separatrix layers and hyperbolic flux tubes*, 2005, A&A, 444, 961-976.
- (A.4) Démoulin P., **Pariat E.** & Berger M. A., *Basic Properties of Mutual Magnetic Helicity*, 2006, Sol. Phys., 233, 3-27.
- (A.5) **Pariat E.**, Nindos A., Démoulin P., & Berger M. A., *What is the spatial distribution of magnetic helicity injected in an active region?*, 2006, A&A, 452, 623-630.
- (A.6) **Pariat E.**, Berlicki A., Schmieder B., Deng Y., Mein N. & Wang S., *Observations of Ellerman bombs with THEMIS/DPSM and TRACE*, en préparation.

(B.n) Comptes-rendus de conférences

- (B.1) Schmieder B., Aulanier G., **Pariat E.**, Georgoulis M. K., Rust D. M. & Bernasconi P. N., *Vector magnetic field observations of flux tube emergence*, 2002, ESA SP-505 : SOLMAG 2002. Proceedings of the Magnetic Coupling of the Solar Atmosphere Euroconference, ed. Sawaya-Lacoste H., 575-578.
- (B.2) Schmieder B., **Pariat E.**, Aulanier G., Georgoulis M. K., Rust D. M. & Bernasconi P. N., *Flare Genesis Experiment : magnetic topology of Ellerman bombs*, 2002, ESA SP-506 : Solar Variability : From Core to Outer Frontiers, ed. Kuijpers J., 911-914.
- (B.3) **Pariat E.**, Schmieder B., & Aulanier G., *Flux tube emergence, from photosphere to corona*, 2004, in SF2A-2004 : Semaine de l'Astrophysique Française, ed. F. Combes, D. Barret, T. Contini, F. Meynadier, & L. Pagani, 103.
- (B.4) **Pariat E.**, Aulanier G., Schmieder B., Georgoulis M. K., Rust D. M., & Bernasconi P. N., *Observation of Small Scale Reconnection Role in Undulated Flux Tube Emergence*, 2005, in ESA SP-596 : Chromospheric and Coronal Magnetic Fields, ed. Innes D. E., Lagg A. & Solanki S. A.
- (B.5) **Pariat E.**, Nindos A., Démoulin P., & Berger M. A., *A new method to determine helicity flux density*, 2005, in ESA SP-600 : The Dynamic Sun : Challenges for Theory and Observations.
- (B.6) **Pariat, E.**, *Helicity in active regions : Theory and measurements*, 2006, revue invitée in Third French-Chinese Meeting on Solar Physics. Solar Activity : Progress and Prospects, ed. C. Fang, B. Schmieder & M.D. Ding.
- (B.7) Schmieder B., Mandrini C. H., Démoulin P., **Pariat E.**, Berlicki A. & Deluca E. E., *Magnetic reconfiguration before the X 17 Solar flare of October 28 2003*, 2006, Advances in Space Research, , 37, 1313-1316.
- (B.8) **Pariat E.**, Aulanier G., Schmieder B., Georgoulis M. K., Rust D. M. & Bernasconi P. N., *Emergence of undulatory magnetic flux tubes by small scale reconnections*, 2006, Advances in Space Research, sous presse.

(C.n) Autres communications

- (C.1) **Pariat E.**, Schmieder B., & Aulanier G., Georgoulis M. K., Rust D. M., & Bernasconi P. N., *Observation et modélisation de champs magnétiques émergents à haute résolution spatiale*, Atelier de travail du PNST, Autrans, France, 01/2004.
- (C.2) **Pariat E.**, Schmieder B., & Aulanier G., *Observations and study of emerging magnetic flux tubes*, ESMN School, Tatranska Lomnica, Slovakia, 12/2004.
- (C.3) **Pariat E.**, Schmieder B., & Aulanier G., *Emergence de champ magnétique dans les régions actives : apport de l'étude à haute résolution spatiale du champ*, Etude des champs magnétiques solaires et stellaires, Nice, France, 05/2005.
- (C.4) **Pariat E.**, Nindos A., Démoulin P., & Berger M. A., *Injection photosphérique d'hélicité magnétique : implication sur l'émergence du champ magnétique*, Colloque bilan et prospective PNST 2005, Paris, France, 09/2005.
- (C.5) Aulanier G., **Pariat E.** & Démoulin P., *Formation de nappes de courant et reconnexion glissante en MHD 3D line tied*, Colloque bilan et prospective PNST 2005, Paris, France, 09/2005.
- (C.6) Aulanier G., **Pariat E.**, Démoulin P. & Grappin R., *Simulations numériques MHD de la couronne solaire avec le SIO*, Forum de calcul de l'observatoire de Paris, Paris, France, 04/2006.

Annexe B

Contribution 35ème COSPAR

Available online at www.sciencedirect.com

SCIENCE @ DIRECT®

Advances in Space Research xxx (2006) xxx–xxx

ADVANCES IN
SPACE
RESEARCH

(a COSPAR publication)

www.elsevier.com/locate/asr

Emergence of undulatory magnetic flux tubes by small scale reconnections

E. Pariat ^{a,*}, G. Aulanier ^a, B. Schmieder ^a, M.K. Georgoulis ^b,
D.M. Rust ^b, P.N. Bernasconi ^b

^a *Laboratoire d'Etudes Spatiales et d'Instrumentation en Astrophysique (LESIA), Observatoire de Meudon,
5 place Jules Janssen, 92195 Meudon Cedex, France*

^b *John Hopkins University, Applied Physics Laboratory (APL), 11100 John Hopkins Road, Laurel, MD 20723-6099, USA*

Received 12 August 2004; received in revised form 29 March 2006; accepted 29 March 2006

Abstract

With Flare Genesis Experiment (FGE), a balloon borne observatory launched in Antarctica on January 2000, series of high spatial resolution vector magnetograms, Dopplergrams, and H α filtergrams have been obtained in an emerging active region (AR 8844). Previous analyses of this data revealed the occurrence of many short-lived and small-scale H α brightenings called ‘Ellerman bombs’ (EBs) within the AR. We performed an extrapolation of the field above the photosphere using the linear force-free field approximation. The analysis of the magnetic topology reveals a close connexion between the loci of EBs and the existence of “Bald patches” regions (BPs are regions where the vector magnetic field is tangential to the photosphere). Some of these EBs/BPs are magnetically connected by low-lying field lines, presenting a serpentine shape. This results leads us to conjecture that arch filament systems and active regions coronal loops do not result from the smooth emergence of large scale Ω -loops, but rather from the rise of flat undulatory flux tubes which get released from their photospheric anchorage by reconnection at BPs, whose observational signature is Ellerman bombs.

© 2006 Published by Elsevier Ltd on behalf of COSPAR.

Keywords: MHD – Sun; Magnetic fields – Sun; Photosphere

1. Introduction

The standard model for the formation of classical bipolar active regions relies on the gradual emergence through the photosphere of a more or less homogeneous large-scale sub-photospheric flux tube, whose always present an Ω -shape during the emergence process (Zwaan, 1985). During the emergence, the upper parts of the flux tube are believed to form growing chromospheric arch filament systems (AFS) as observed in H α which later result in a system of large Ω -loops as observed in UV when they expand in the corona. MHD models indeed show that a large scale flux tube generated in the tachocline can travel

through the whole convection zone under the action of magnetic buoyancy (Fan et al., 2003). 2.5D MHD models which couple the sub-photospheric region and the corona show that when the flux tube reaches the photospheric layer, its passage through smaller and smaller pressure scale heights and its arrival in a convectively stable layer tends to decelerate its upward motion, to flatten its upper parts (leading to nearly uncurved and horizontal magnetic fields), and eventually to stop its emergence (Magara, 2001). Unfortunately, in MHD calculations the whole flux tube never emerges. The situation seems less dramatic in 3D but even there Fan (2001) shows that the bottom of the flux tube never emerges due to the very dense material which is trapped in the dipped portions of the magnetic twisted field lines. But these models do not include a complete treatment of the transition between convectively

* Corresponding author. Tel.: +33 145077756; fax: +33 145077959.
E-mail address: etienne.pariat@obspm.fr (E. Pariat).

52 unstable and stable layers. More recent 3D simulations
53 of emergence of very twisted flux tubes (Archontis
54 et al., 2004) or of pertubated stratified magnetic layers
55 (Isobe et al., 2005) show that reconnection may play a
56 important role in the emergence process.

57 In both cases, the questions which finally arise are
58 “how can dipped field lines emerge through the photo-
59 sphere?” and “Is there observational evidence of recon-
60 nection during the emergence process?”. The objective
61 of this paper is to address this question by studying
62 the magnetic topology of an emerging active region,
63 using some data obtained from the balloon-borne Flare
64 Genesis Experiment (FGE).

65 2. Extrapolations of the magnetic field

66 Active region NOAA 8844 consisted of two stable sun-
67 spots on January 24th and a rapid growth of emerging flux
68 in the middle of the AR were observed early on the 25th.
69 Flare Genesis Experiment (FGE), launch in January
70 10–27, 2000 (Bernasconi et al., 2002), observed this region
71 during 3.5 h, and delivered 55 high resolution vector
72 magnetograms, 28 Dopplergrams of the photosphere and
73 28 H α -0.8 Å filtergrams of the chromosphere. The high
74 resolution magnetograms (pixel size $0.2''$) reveal an
75 extremely intermittent patterns of mixed-sign polarities at
76 small spatial scales.

77 The vector magnetograms allowed us to extrapolate the
78 field above the photosphere. Using the vertical magneto-
79 gram as a boundary condition and assuming that electric
80 currents are aligned with \mathbf{B} (the force free approximation),
81 the field is given by resolving the following equation:
82 $\nabla \times \mathbf{B} = \alpha \mathbf{B}$ where α is the force free parameter and is sup-
83 posed to be constant in the entire region in the frame of the
84 linear force-free approximation (lfff). α is a free parameter
85 and we must use the observation to fix it. We found that:
86 $\alpha_f = 2.2 \times 10^{-2} \text{ Mm}^{-1}$ was the value of α such as the direc-
87 tion of the photospheric horizontal field directly derived
88 from the observed field was the most similar to the direc-
89 tion of horizontal extrapolated field in the center of the
90 active region, where our study takes place. Using the min-
91 imum residual method (Leka and Skumanich, 1999) for the
92 whole field of view we had found an α equal to
93 $2.07 \times 10^{-2} \text{ Mm}^{-1}$. Using α_f we checked that some comput-
94 ed field lines fit well TRACE low coronal loops by overlay-
95 ing them in the observation reference system. Modifying
96 the value of α in the extrapolation, first affects the small
97 spatial frequencies, thus the large spatial scales. We
98 checked that changing α by several tenth of percent, does
99 not significantly modify the general topology described
100 hereafter, but modify sensitively the field lines used for
101 the comparison with TRACE. Whatsoever, we are aware
102 that the lfff approximation may not a priori give a correct
103 representation of the magnetic topology at low-altitude.
104 Nevertheless, since nonlinear models use finite-difference
105 methods, they cannot deal with small-scale features
106 involved here. But lfff method, employing Fast Fourier

Transform, can give a qualitatively correct representation
of the magnetic topology. The small scales magnetic polar-
ities, represent a strong boundary constraint for the low-
lying field lines, which make us believe that the magnetic
topology would not be highly modified if one considered
more realistic approximations.

3. Serpentine field lines

In Pariat et al. (2004), we showed that the field of an
emerging active region assume an undulatory shape in
the low chromosphere. This result had been suggested by
Strous (1994), who found in an emerging active region an
area where the plasma presented parallel bands, perpendic-
ular to the emerging flux, of successive downflows and
upflows. Our study reveals at least 6 groups of undulatory
flux tubes in the low chromosphere. These undulated flux
tubes are presented in Fig. 1. One important result is that
these serpentine flux tubes are magnetically connected to
the photosphere by several Bald Patches (BPs). Bald Patch-
es are region of the photosphere located over an inversion
line ($B_z = 0$) where the magnetic field line presents a posi-
tive curvature ($\mathbf{B} \cdot \nabla B_z > 0$). If the field satisfies the above
condition at a point above the photosphere, this point is
called a magnetic dip. A field line going through a Bald
Patch belongs to a separatrix since it delimits regions of dif-
ferent connectivity and thus BPs field lines are preferential
sites for reconnection. The serpentine field line represented
are thus separatrices. They generally go through 2–6 BPs or
very low chromospheric dips ($z < 0.5 \text{ Mm}$), and are
15–25 Mm long and 1–2 Mm height.

In Fig. 2 we present a characteristic example of an undu-
latory flux tube (dark line) and its surrounding environ-
ment. Other serpentine flux tubes are presented in Pariat
et al. (2004). Under the folds of serpentine lines there are
small lines (lowest lines in figures) connected to the photo-
sphere by one or two BPs. These lines rarely exceed 5 Mm
in length. Over serpentine lines, there are some BP-connect-
ed field lines too (highest in the figures). These lines are
20–35 Mm long and 2–10 Mm high and are formed of
two very asymmetric lobes. Serpentine field lines are lying
under the biggest lobes of these separatrices. This hierarchy
can suggest that the field lines located at increasing alti-
tudes represent different stages of a gradual flux emergence.
Two questions naturally arise from this scenario: why do
the flux tubes have undulatory shapes at low altitude,
and how can they dispose of the dense material trapped
in (and below) their photospheric dips (i.e. BP)?

4. Parker instability and magnetic reconnections

The answer to the first question lies in the wavelengths
of the spatial undulations of the serpentine field lines,
which are given by the distances between two BPs taken
sequentially along the flux tube. These distances can either
be typical of convective scales present between both sun-
spots of the active region – such as 1 Mm for granulation

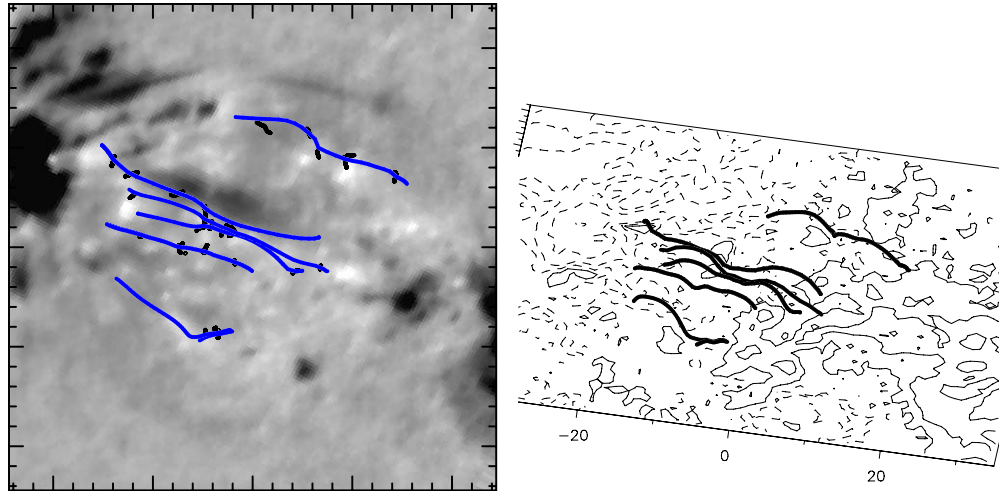


Fig. 1. Six undulated flux tubes located in the low chromosphere of AR8844 at 17:52. Each flux tube is only represented with one field line. (Left) Background $H\alpha -0.8 \text{ \AA}$ filtergram. The black dots are the different Bald Patches through which the separatrices are going. (Right) Projection view of the undulated flux. On the base plane, lines represent isocontours of $B_z(z=0) = \pm 100, 400$ and 900 G .

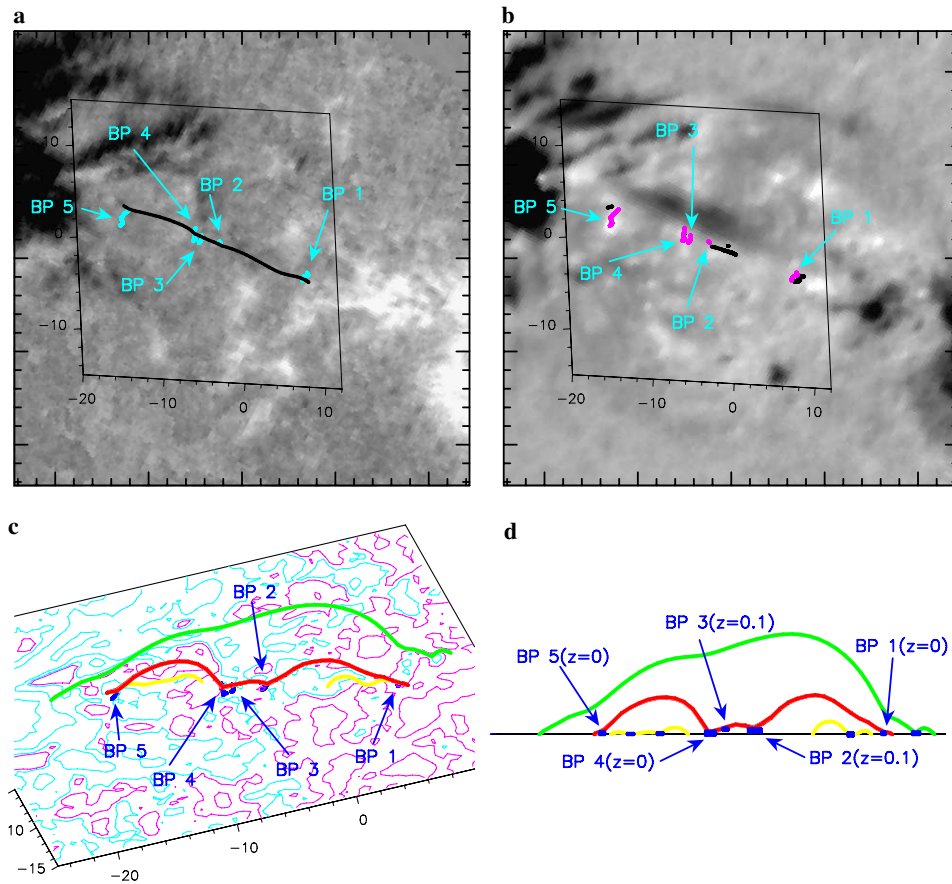


Fig. 2. Example of an undulatory flux tube: the light dots (noted BP 1 to BP 5) are the BPs and dips through which the serpentine line is passing. (a) Position of the undulatory field line on the vertical magnetogram. (b) Positions of the footpoints of the serpentine line (dark dots) on the $H\alpha -0.8 \text{ \AA}$ filtergram. (c) Projection view of the undulatory flux. On the base plane, lines represent isocontours of $B_z(z=0) = \pm 50, 300, 900$ and 1800 G . (d) Side view of the undulatory field line. The height of the BPs and dips are indicated in Mm.

160 and 10 Mm for supergranulation, or typical of some MHD
 161 instability. The flux tube must be less dense than the sur-
 162 rounding medium so as to ensure that buoyancy made pos-
 163 sible its rise through the convection zone, also it is

probably very flat with mostly horizontal magnetic fields 164
 below the photosphere (Magara, 2001). So in the absence 165
 of magnetic field, the upper interface between the 166
 sub-photospheric flux tube and the photosphere should 167

be Rayleigh–Taylor unstable to any perturbation of any wavelength λ_x , where x is the horizontal direction. Qualitatively, this horizontal interface can be stabilized by magnetic forces for perturbations having highly curved field lines whose magnetic tension can prevent the instability to develop. Quantitatively, there is a critical wavelength λ_x^c below which magnetic tension is not sufficient to prevent the instability: this is the Parker instability (Parker, 1966). The value of λ_x^c is 2 Mm for a photosphere with $T = 5800$ K. Among six identified serpentine lines in our extrapolation, we measured 29 values for λ_x , which are plotted in the form of a histogram in Figure 9 in Pariat et al. (2004). There is a very clear asymmetric peak around 3 Mm, which has a sharp cutoff for values below 2 Mm. This suggests that Parker instability is responsible of the undulations of the serpentine flux tubes. Fig. 1 shows that serpentine field lines are present in a spatial intermittent way along an axis perpendicular to the axis of the active region. This filamentary structure, may be due to the Rayleigh–Taylor instability. Isobe et al. (2005) found such features in their simulations. They also found evidence for magnetic reconnection.

Reconnection may be the answer to our second question. In Pariat et al. (2004) we found a good correlation between BP separatrices and H α brightenings. The H α observations reveal the occurrence of numerous Ellerman bombs in the interspot region of NOAA 8844. EBs are small intermittent brightenings events which are observed in H α wings (1–10 Å) within young emerging active regions, in particular around their sunspots and under their growing AFS. Georgoulis et al. (2002) recently found that EBs occur in clusters which exhibit fractal properties, and their typical parameters obey power-law distribution functions, as in case of flare events, with an index ~ -2.1 in the case of EB. The total energy of a typical Ellerman bomb is estimated in the range $[10^{27}, 10^{28}]$ erg, which indicates that EBs are sub-flaring events triggered by reconnections. As for the serpentine field lines presented in Pariat et al. (2004), the undulated flux tube of Fig. 2b shows that it is closely related to EBs, which are located at the same positions than BPs. Here also, reconnections occurs along this undulated emerging flux tube. Even though our work does not address the details and the precise altitude of the resistive effects, the associated magnetic reconnection is a good mechanism for restructuring the field lines so that the dense material stays below in small reconnected field lines whereas the large reconnected field

lines get detached from the photosphere and become free to expand.

5. Conclusion

Using Flare Genesis magnetograms as a boundary condition for a linear force-free field extrapolation, we found a hierarchy of serpentine undulatory flux tubes located below chromospheric altitudes, the Parker instability being responsible of the undulations. Small arcades separated by Bald Patches gradually rise from the photosphere and form longer and longer arcades when they reach the chromosphere. We conjecture that local reconnections occur more or less sequentially all along the flux tube, at every Bald Patches, so that the serpentine lines gradually becomes a standard Ω -loop. More details about this study can be found in Pariat et al. (2004).

References

- Archontis, V., Moreno-Insertis, F., Galsgaard, K., Hood, A., O'Shea, E. Emergence of magnetic flux from the convection zone into the corona. *A&A* 426, 1047–1063, 2004.
- Bernasconi, P.N., Rust, D.M., Georgoulis, M.K., Labonte, B.J. Moving dipolar features in an emerging flux region. *Sol. Phys.* 209, 119–139, 2002.
- Fan, Y. The emergence of a twisted Ω -tube into the solar atmosphere. *ApJL* 554, L111–L114, 2001.
- Fan, Y., Abbett, W.P., Fisher, G.H. The dynamic evolution of twisted magnetic flux tubes in a three-dimensional convecting flow. I. Uniformly buoyant horizontal tubes. *ApJ* 582, 1206–1219, 2003.
- Georgoulis, M.K., Rust, D.M., Bernasconi, P.N., Schmieder, B. Statistics, morphology, and energetics of Ellerman bombs. *ApJ* 575, 506–528, 2002.
- Isobe, H., Miyagoshi, T., Shibata, K., Yokoyama, T. Filamentary structure on the Sun from the magnetic Rayleigh–Taylor instability. *Nature* 434, 478–481, 2005.
- Leka, K.D., Skumanich, A. On the value of ' α AR' from vector magnetograph data – I. Methods and caveats. *Sol. Phys.* 188, 3–19, 1999.
- Magara, T. Dynamics of emerging flux tubes in the sun. *ApJ* 549, 608–628, 2001.
- Pariat, E., Aulanier, G., Schmieder, B., Georgoulis, M.K., Rust, D.M., Bernasconi, P.N. Resistive emergence of undulatory flux tubes. *ApJ* 614, 1099–1112, 2004.
- Parker, E.N. The dynamical state of the interstellar gas and field. *ApJ* 145, 811, 1966.
- Strous, L.H. Dynamics in Solar Active Regions: Patterns in Magnetic-Flux Emergence. Ph.D. Thesis, University of Utrecht, 1994.
- Zwaan, C. The emergence of magnetic flux. *Sol. Phys.* 100, 397–414, 1985.

Annexe C

**Revue invitée : 3ème rencontre
franco-chinoise de physique solaire**

E. Pariat

Helicity in active regions: Theory and measurements

the date of receipt and acceptance should be inserted later

Abstract Recent studies on helicities have shown that magnetic helicity is the key component of different phenomena of the solar cycle: the solar dynamo, the generation of the magnetic flux tubes, eruptions and coronal mass ejections (CMEs). Magnetic helicity, a topological quantity which measures the twist, the writhe and the shear of a magnetic field has the important property of being a magnetohydrodynamic (MHD) invariant, even in resistive MHD. Magnetic helicity had been a quantity difficult to measure, but recent theoretical developments have permitted more and more precise estimations of this quantity in the solar corona and in interplanetary magnetic clouds. I will present such advancements and their limitations to measure magnetic helicity. I will finally review the recent results about the fundamental implication of magnetic helicity in solar activity.

1 Magnetic Helicities Definitions

In field topology, helicities are related to the “gauss linking number”. This linking number is an integral which gives the number of links between two closed curves, *i.e.* the number of times one curve is going through the other. Let γ_1 (resp. γ_2) be a close curve, which positions along it are given by $\mathbf{x}(\sigma)$ (resp. $\mathbf{y}(\tau)$), with σ (resp. τ) the curvilinear abscissa of γ_1 (resp. γ_2). The gauss linking number between these two curves is then (Berger 1999):

$$L(\gamma_1, \gamma_2) = \oint_{\gamma_1} \oint_{\gamma_2} \frac{d\mathbf{x}}{d\sigma} \cdot \frac{\mathbf{x} - \mathbf{y}}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|^3} \times \frac{d\mathbf{y}}{d\tau} d\tau d\sigma \quad (1)$$

This number is invariant to deformations of the two curves which do not involve one curve passing through the other.

LESIA, Observatoire de Paris-Meudon, 92195 Meudon Cedex, France
E-mail: etienne.pariat@obspm.fr

Helicities inside a given volume, V are the sum of the linking numbers of all pairs of field lines. This definition stands if the field can be discretized in term of elementary flux tubes. Nevertheless it is possible to extend the definition to quantities defined continuously, using the rotational operator. For example, the vector potential \mathbf{A} of a magnetic field \mathbf{B} , defined as $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$, can be written in the Coulomb gauge ($\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$) as:

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = -\frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}'}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} \times \mathbf{B}(\mathbf{x}') \, dV' \quad (2)$$

and thus the magnetic helicity, H_m , in the volume V is:

$$H_m = \int_V \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \, dV \quad (3)$$

Magnetic helicity measures the structural properties of a magnetic field such as twist, shear, linking and braiding. Similarly, the kinetic helicity is related to the gauss linking number of the velocity field lines, and the current helicity to the electric current field lines geometry.

Nevertheless with magnetic helicity an additive precaution must be taken due to the gauge independence. H_m is invariant to the gauge transformation $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A}' + \nabla\Phi$ only if V is bounded by a magnetic surface, *i.e.* if the normal component of the magnetic field is null at each point of the surface S of V ($\mathbf{B}_n|_S = 0$).

In an open volume, such as the solar atmosphere, where magnetic field threads the photosphere, the previous definition cannot be used. Berger & Field (1984) have shown that for cases where $\mathbf{B}_n|_S \neq 0$, one can define a relative magnetic helicity, H , by subtracting the helicity of a reference field \mathbf{B}_0 . This magnetic relative helicity is gauge independent provided that \mathbf{B}_0 has the same normal component distribution on S as \mathbf{B} . A commonly used reference field is the potential field \mathbf{B}_P . Finn & Antonsen (1985) have then derived an expression for H , valid in any open volume:

$$H = \int_V (\mathbf{A} + \mathbf{A}_P) \cdot (\mathbf{B} - \mathbf{B}_P) \, dV \quad (4)$$

It is worth noticing that with this definition the helicity does not depend of the extension of both the studied field and the reference field outside the considered volume V (Berger & Field 1984).

2 Magnetic Helicity Conservation

Berger & Field (1984) have derived the time variation of H inside V :

$$\frac{dH}{dt} = 2 \int_S (\mathbf{A}_p \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{S} - 2 \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \, dV \quad (5)$$

with \mathbf{E} the electric field. In the right hand part of Eq. (5), the first term is the flux of helicity, advected through S , and the second term corresponds to the dissipation of helicity inside V .

In the frame of ideal magnetohydrodynamic (MHD), since the electric field is orthogonal to both the velocity and the magnetic fields ($\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B}$), the dissipation of helicity is null.

Berger (1984) has also shown that in high magnetic Reynolds number plasmas this term can be considered negligible. This can be understood considering the work of Frisch et al. (1975), who found, studying MHD turbulence in a numerical simulation, that magnetic helicity piles up at low spatial wavenumbers with time. This *inverse cascade* property of magnetic helicity implies that magnetic helicity tend to be stored at larger scales. Since dissipation tend to be more efficient at small scales, magnetic energy is dissipated much more quickly than magnetic helicity in a given volume.

For example in a coronal loop, Berger (1984) with a classical conductivity, considering an event (a reconnection) which dissipates all the magnetic energy during 1000 s., estimated that the ratio of magnetic helicity dissipated to the total amount of helicity stored in the loop is lower than 10^{-5} . The dissipation of helicity is even less effective if dissipation takes place in a smaller volume, which is likely to be the case in most reconnections.

This leads to the conservation principle of magnetic helicity in the solar corona. The helicity in the solar corona can only change due to flux of magnetic helicity, whether at the level of the photosphere or by exchange with the interplanetary medium. Rust & Kumar (1994) and Low (1996) suggested that coronal mass ejections (CMEs) can thus be naturally explained in the frame of this conservation principle, as follow:

- photospheric motions, like solar differential rotation, permanently inject some helicity in the solar atmosphere (DeVore 2000) and magnetic flux tubes very often emerge presenting some twisted structure (e.g. Leka et al. 1996; Zhang 2001)
- helicity emerge predominantly positive in the northern hemisphere and positive in the southern hemisphere (Pevtsov et al. 1995; Berger & Ruzmaikin 2000) without any change with solar cycle (Pevtsov et al. 2001) thus no possibility of helicity annihilation between successive cycles (small amount of annihilation can be still present between two hemispheres).
- helicity cannot be infinitely stored in the corona, otherwise one would observe some extremely twisted structures
- helicity is very few dissipated

Consequently CMEs can be seen and explained as the only way for the solar atmosphere to eject the accumulated magnetic helicity. This is in an extremely good agreement with observations of magnetic clouds, CMEs interplanetary counterparts, which are modelled as extremely twisted flux tubes, able to transport large amounts of magnetic helicity (Dasso et al. 2005).

This explains why magnetic helicity and its relationship with CMEs has been the subject of several studies these recent years (Amari et al. 2003; Zhang & Low 2003; Nindos 2005; Phillips et al. 2005; Zhang & Chye Low 2005), mainly from numerical simulations. But only few studies have really used observational data and made helicity budgets in order to constrain the CMEs models (Démoulin et al. 2002; Green et al. 2002; Nindos et al. 2003; Nindos & Andrews 2004). This situation comes from the difficulties to observe and estimate magnetic helicity in active regions.

Unlike magnetic helicity, a fraction of the total current helicity can be easily derived from photospheric vector magnetic field measurements (see reviews of Zhang H. in this volume). The link between magnetic helicity and current helicity is still unclear (Zhang 2001). But in any case, the conservation property does not apply to current helicity: current helicity is strongly dissipated in the solar atmosphere. Nevertheless current helicity seems to be linked with several aspects of the solar activity (Bao et al. 2000; Wang et al. 2004, and see review of Zhang M. in this volume).

3 Helicity Measurements in Active Region

To determine magnetic helicity in the solar atmosphere, above an active region, it would be necessary to know \mathbf{B} in the whole volume. (*cf* Eq. 4). Unfortunately, at this day and age, mostly only photospheric measurements are available. Thus no direct measurement of magnetic helicity are possible yet. Some methods which do not require the measure of \mathbf{B} everywhere are in development (Démoulin et al. 2005) but they require the knowledge of the field line connectivity, an information actually limited to few loops in an active region.

3.1 By extrapolations

A first indirect method consists to extrapolate \mathbf{B} above the active region using photospheric magnetograms. Even if non linear force free extrapolations can be used to determine magnetic helicity (Rénier et al. 2005), the linear force free approximation has been more frequently used (Démoulin et al. 2002; Green et al. 2002; Nindos & Andrews 2004).

Linear force free extrapolations assume that magnetic fields and electric currents are aligned and that the ratio between their norms, α , is invariant. With such an approximation Démoulin et al. (2002) have derived a linearized expression for H^1 :

$$H = \alpha \sum_{n_x=1}^{N_x} \sum_{n_y=1}^{N_y} \frac{|\tilde{B}_{n_x, n_y}^2|}{(k_x^2 + k_y^2)^{3/2}} \quad (6)$$

where \tilde{B}_{n_x, n_y} is the Fourier amplitude of the mode ($k_x = 2\pi n_x/L$, $k_y = 2\pi n_y/L$), and L is the extension of the computational box.

Thus H can be directly derived from longitudinal magnetograms as soon as the most suitable value for α has been chosen, generally requiring comparison between the extrapolated field lines and the UV loops. Nevertheless the degree of confidence of the helicity measurement is linked with the validity of the approximation. Nindos & Andrews (2005) noticed that the extrapolation method tends to underestimate the total amount of helicity compare to the flux method (presented in Sec. 3.2). This may be due to the fact that

¹ A factor 2 appears in the expression given Démoulin et al. (2002) due to errors of transcription. The formula given here is the correct one

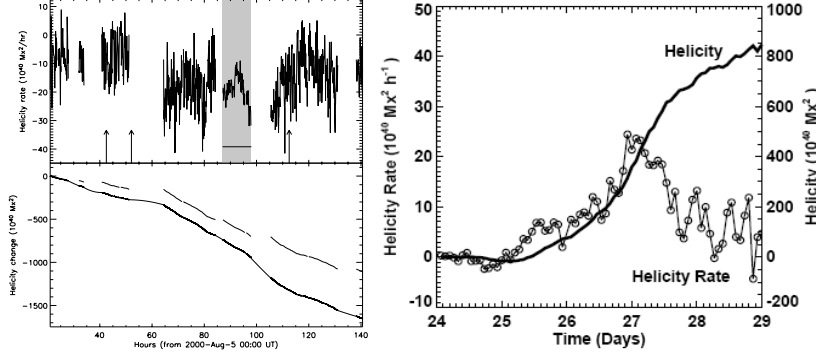


Fig. 1 Two examples of observed rate of helicity injection and time integrated accumulated helicity. Left panel: for AR9114 (Nindos et al. 2003). Right panel: for AR 10365 (Chae et al. 2004)

to determine α , top loops are preferentially fitted whereas the more sheared low-lying loops are not fully taken into consideration.

3.2 By computing the flux of helicity

Another way to compute magnetic helicity is to integrate the photospheric flux of helicity in time (Fig. 1). With this method one can strictly only derive a difference of helicity between two times but if an AR is studied since its emergence and if this AR does not produce any CMEs and does not reconnect with nearby fields, the total coronal helicity of the active region can be determined. The helicity flux method has been extensively used these last years to determine the helicity accumulated in an AR. (e.g. Chae 2001; Pariat et al. 2006, and references therein).

From Eq. (5), the photospheric helicity flux can be written as:

$$\frac{dH}{dt} = 2 \int_S [(\mathbf{A}_P \cdot \mathbf{B})v_n - (\mathbf{A}_P \cdot \mathbf{v})B_n] dS \quad (7)$$

The first term corresponds to injection of helicity by emergence of magnetic flux and the second term, called the shear term, is the flux of helicity due to motions parallel to S . To compute them it is necessary to derive the photospheric velocity field \mathbf{v} . This is done using local correlation tracking (LCT) methods. Since only horizontal velocities are deduced from the temporal evolution of B_n , it has been believed that only the shear term could be derived. However LCT method estimates the flux tube velocity \mathbf{u} and not the plasma velocity. Démoulin & Berger (2003) have shown that the flux of helicity can be written as:

$$\frac{dH}{dt} = -2 \int_S (\mathbf{A}_p \cdot \mathbf{u})B_n dS \quad (8)$$

Using LCT, it is not possible to discriminate the shear term from the emergence term. LCT is also the source of several underestimations since there is

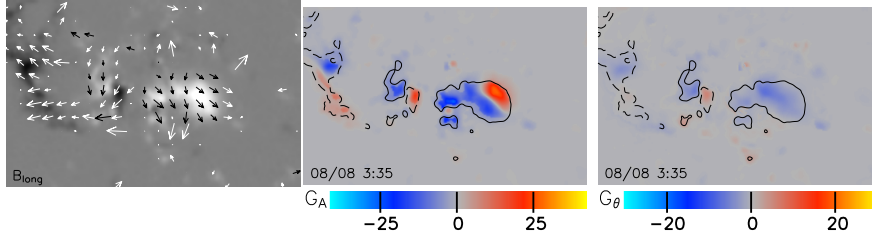


Fig. 2 AR 9114 on Aug 8, 2000. Left panel: B_n magnetogram with velocity field (arrows). Center panel: G_A map. Right panel: G_θ map. G_A and G_θ maps are in units of $10^6 \text{ Wb}^2 \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ and have ± 300 G isocontours of B_n .

some highly helicity productive motions which are hardly detected by LCT such as rotational motion along the isocontours of B_n (Démoulin & Berger 2003). In addition LCT is inconsistent with the induction equation (Schuck 2005). Nevertheless some LCT based method, using the vertical component of the induction equation as a constraint are in development (Kusano et al. 2004a; Welsch et al. 2004; Longcope 2004).

Computing the helicity flux allows to study the patterns of the injection of magnetic helicity by plotting the integrant of Eq. (8), $G_A = -2(\mathbf{A}_p \cdot \mathbf{u})B_n$. However, in a recent work (Pariat et al. 2005) we showed that G_A is not a real helicity flux density and that its properties introduce artificial polarities of both signs. This is mainly due to the fact that helicity flux densities per unit surface are not physical quantities. Only helicity flux density per unit of elementary magnetic flux has a physical meaning. But to determine such quantity it is necessary to know the connectivity of the elementary flux tubes which is not possible yet.

In order to get rid of the most significant spurious signals, Pariat et al. (2005) suggested to substitute G_A by another definition of the helicity flux density per unit surface, G_θ :

$$G_\theta(\mathbf{x}) = -\frac{B_n(\mathbf{x})}{2\pi} \int_{S'} \frac{d\theta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')}{dt} B_n(\mathbf{x}') dS'. \quad (9)$$

where $d\theta/dt$ is the rotation rate between two points \mathbf{x} and \mathbf{x}' , *i.e.* the angular velocity of the vector $\mathbf{x} - \mathbf{x}'$ relatively to a given direction:

$$\frac{d\theta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')}{dt} = \frac{((\mathbf{x} - \mathbf{x}') \times (\mathbf{u} - \mathbf{u}'))_n}{(\mathbf{x} - \mathbf{x}')^2}. \quad (10)$$

As presented in Fig. 2, using G_θ instead of G_A strongly modifies the observed pattern of helicity injection (Pariat et al. 2006). With G_θ a large part of the spurious signal disappears: the nondominant polarities of the helicity flux are suppressed and the intensities of the predominant polarities are lowered. This has several implications concerning the physics of the generation of magnetic helicity in the solar interior and of its transport in the convection zone (see review of Brandenburg & Subramanian 2005) which will have

to explain such features. Also such observations put constraints on the viability of some models of solar flare triggering based on the annihilation of opposite-sign magnetic helicity (Kusano et al. 2004b).

Pariat et al. (2006) compared the total and signed helicity flux computed using G_A and G_θ . Even if the total fluxes should be equal, practically some differences do exist between dH_A/dt and dH_θ/dt . These differences tend to become very small when the data are time-averaged. Concerning the unsigned fluxes, the nondominant helicity flux with G_θ is strongly reduced in comparison with G_A . This is why we strongly recommend to use the formula requiring the rotation rate to compute the total helicity:

$$\frac{dH_\theta}{dt} = -\frac{1}{2\pi} \int_S \int_{S'} \frac{d\theta}{dt} B_n B'_n dS dS', \quad (11)$$

Using this equation it is no more necessary to compute the vector potential \mathbf{A}_P , which may be the source of errors. Also one sees that some systematic errors in the velocity field determined by LCT, which would disappear due to the velocity difference involved when computing $d\theta/dt$.

4 Conclusion: Helicity budgets

These methods to measure helicity were applied to test the validity of the conservation principle. Green et al. (2002) and Démoulin et al. (2002) evaluated that the amount of helicity ejected by CMEs is of the order of $0.5 - 2 \times 10^{44} \text{Mx}^2$ for one AR for its entire lifetime. Using the extrapolation method (Sec. 3.1) they estimated that the total amount of helicity stored in the corona for an active region is about 10^{43}Mx^2 . Thus the helicity ejected by CMEs has to be injected from the solar interior through the photosphere. But by which means?

First, Welsch & Longcope (2003) estimated that the contribution from the quiet sun is negligible: the flux of helicity for the whole quiet sun is of the order of $10^{40} \text{Mx}^2 \cdot \text{day}^{-1}$ while a single active region is injecting about $10^{42} \text{Mx}^2 \cdot \text{day}^{-1}$. Secondly, concerning the helicity injection due to solar differential rotation, all observational studies (Chae 2001; Moon et al. 2002; Nindos et al. 2003; Kusano et al. 2002) have shown that it is at best one order of magnitude lower than the helicity injected by the motions inside ARs. So the coronal helicity is mostly injected both by magnetic emergence and shearing twisting photospheric flows, peculiar to each active region, in proportion which remains to be determined.

Is there enough helicity injected at the photospheric level to account for the helicity transported in CMEs? If first studies (Green et al. 2002; Démoulin et al. 2002; van-Driel Gesztelyi et al. 2003) stated that indeed the photospheric injection can compensate the helicity ejected through CMEs, a more recent result (Nindos et al. 2003) has shown that a large amount of helicity was still missing. Nevertheless, due to the approximations done to determine the mean helicity in CMEs, and due to the LCT bias which are probably missing large helicity incomes, an agreement is expected with refined methods to determine the velocity field and improved methods to

compute H (Démoulin et al. 2005). Helicity measurements will also benefit from the observational improvements that Solar-B represents.

Acknowledgements E.P. is grateful for the SOC of the 3rd french-chinese meeting on Solar Physics for funding and also greets the LOC for great work accomplished before and during the conference. E.P. also deeply thanks Pascal Démoulin for his comments, advises and corrections on this review.

References

- Amari, T., Luciani, J. F., Aly, J. J., Mikic, Z., & Linker, J. 2003, *ApJ*, 585, 1073
 Bao, S. D., Ai, G. X., & Zhang, H. Q. 2000, *J. of Astrophys. Astron.*, 21, 303
 Berger, M. A. 1984, *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, 30, 79
 Berger, M. A. 1999, in *Magnetic Helicity in Space and Laboratory Plasmas*, 1–9
 Berger, M. A. & Field, G. B. 1984, *J. Fluid. Mech.*, 147, 133
 Berger, M. A. & Ruzmaikin, A. 2000, *J. Geophys. Res.*, 105, 10481
 Brandenburg, A. & Subramanian, K. 2005, *Phys. Rep.*, 417, 1
 Chae, J. 2001, *ApJ*, 560, L95
 Chae, J., Moon, Y., & Park, Y. 2004, *Sol. Phys.*, 223, 39
 Démoulin, P. & Berger, M. A. 2003, *Sol. Phys.*, 215, 203
 Démoulin, P., Mandrini, C. H., van Driel-Gesztelyi, L., et al. 2002, *A&A*, 382, 650
 Démoulin, P., Pariat, E., & Berger, M. A. 2005, *Sol. Phys.*, 233
 Dasso, S., Mandrini, C. H., Démoulin, P., Luoni, M. L., & Gulisano, A. M. 2005, *Advances in Space Research*, 35, 711
 DeVore, C. R. 2000, *ApJ*, 539, 944
 Finn, J. H. & Antonsen, T. M. 1985, *Com. Plas. Phys. Contr. Fus.*, 9, 111
 Frisch, U., Pouquet, A., Léorat, J., & Mazure, A. 1975, *J. Fluid Mech.*, 68, 769
 Green, L. M., López fuentes, M. C., Mandrini, C., et al. 2002, *Sol. Phys.*, 208, 43
 Kusano, K., Maeshiro, T., Yokoyama, T., & Sakurai, T. 2002, *ApJ*, 577, 501
 Kusano, K., Maeshiro, T., Yokoyama, T., & Sakurai, T. 2004a, in *ASPCS*, 175
 Kusano, K., Maeshiro, T., Yokoyama, T., & Sakurai, T. 2004b, *ApJ*, 610, 537
 Leka, K. D., Canfield, R. C., McClymont, A. N., & van Driel-Gesztelyi, L. 1996, *ApJ*, 462, 547
 Longcope, D. W. 2004, *ApJ*, 612, 1181
 Low, B. C. 1996, *Sol. Phys.*, 167, 217
 Moon, Y.-J., Chae, J., Choe, G. S., et al. 2002, *ApJ*, 574, 1066
 Nindos, A. 2005, in *AGU Chapman conference*
 Nindos, A. & Andrews, M. D. 2004, *ApJ*, 616, L175
 Nindos, A. & Andrews, M. D. 2005, in *IAU Symposium*, 194–199
 Nindos, A., Zhang, J., & Zhang, H. 2003, *ApJ*, 594, 1033
 Pariat, E., Démoulin, P., & Berger, M. A. 2005, *A&A*, 439, 1191
 Pariat, E., Nindos, A., Démoulin, P., & Berger, M. A. 2006, *A&A*, in press
 Pevtsov, A. A., Canfield, R. C., & Latushko, S. M. 2001, *ApJ*, 549, L261
 Pevtsov, A. A., Canfield, R. C., & Metcalf, T. R. 1995, *ApJ*, 440, L109
 Phillips, A. D., MacNeice, P. J., & Antiochos, S. K. 2005, *ApJ*, 624, L129
 Régnier, S., Amari, T., & Canfield, R. C. 2005, *A&A*, 442, 345
 Rust, D. M. & Kumar, A. 1994, in *ESA SP-373:Third SOHO Workshop*, 39
 Schuck, P. W. 2005, *ApJ*, 632, L53
 van-Driel Gesztelyi, L., Démoulin, P., & Mandrini, C. H. 2003, *Ad.Sp.R.*, 32, 1855
 Wang, J., Zhou, G., & Zhang, J. 2004, *ApJ*, 615, 1021
 Welsch, B. T., Fisher, G. H., Abbett, W. P., & Regnier, S. 2004, *ApJ*, 610, 1148
 Welsch, B. T. & Longcope, D. W. 2003, *ApJ*, 588, 620
 Zhang, H. 2001, *MNRAS*, 326, 57
 Zhang, M. & Chye Low, B. 2005, *ARA&A*, 43, 103
 Zhang, M. & Low, B. C. 2003, *ApJ*, 584, 479

Annexe D

Flare Genesis Experiment

La mission *Flare Genesis Experiment* (FGE) a été lancée en Antarctique le 10 janvier 2000 et s'est arrêtée le 27 janvier 2000.



FIG. D.1 –: **Gauche:** *télescope FGE*. **Droite:** *lancement de FGE*.

FGE est composé d'un télescope solaire de 80 cm transporté jusqu'à une altitude stratosphérique de 37 km par un ballon d'hélium (voir photographies Fig. D.1). FGE a été développé au *Applied Physics Laboratory of the Johns Hopkins University* (JHU/APL) par P.Bernasconi, D.Rust, H.Eaton et G.Murphy (Bernasconi et al. 2001). L'objectif de FGE est d'obtenir une longue série temporelle d'observations et de magnétogrammes vectoriels avec une résolution spatiale élevée. La limite majeure pour les observations au sol est la distorsion du front d'onde induite par la turbulence de l'atmosphère terrestre. Plusieurs techniques développées récemment permettent de surmonter ce problème, entre autre l'optique adaptative. Néanmoins la meilleure façon pour éliminer ces distorsions consiste à placer le télescope au-dessus de l'atmosphère. L'utilisation de ballons sondes permet de se situer au-dessus de 99,5 % de l'atmosphère, sans que le coût soit aussi important que pour une mission faisant appel à un satellite artificiel.

L'Antarctique présente plusieurs avantages pour ce type de mission. Lors de l'été austral le soleil ne se couche pas ce qui permet des observations ininterrompues pendant plusieurs jours, ainsi qu'une production d'énergie continue par les panneaux solaires.

Cela réduit aussi la variation de température lors du cycle de 24h du soleil. De plus le vent stratosphérique est circulaire au niveau du pôle sud ce qui permet d'obtenir une trajectoire de vol quasi-circulaire.

Le schéma optique de FGE est présenté figure D.2. Le collecteur est un télescope de type Ritchey-Chretien d'ouverture F/1.5 dont le miroir primaire (M1, voir figure) fait 80 cm de diamètre. Le télescope est doté d'un système de compensation de l'image (IMC), composé de deux miroirs "tip-tilt", permettant d'améliorer le pointage et de minimiser le décalage des images entre plusieurs poses. L'asservissement se fait via une caméra CCD (V) située après un séparateur de faisceaux (BS).

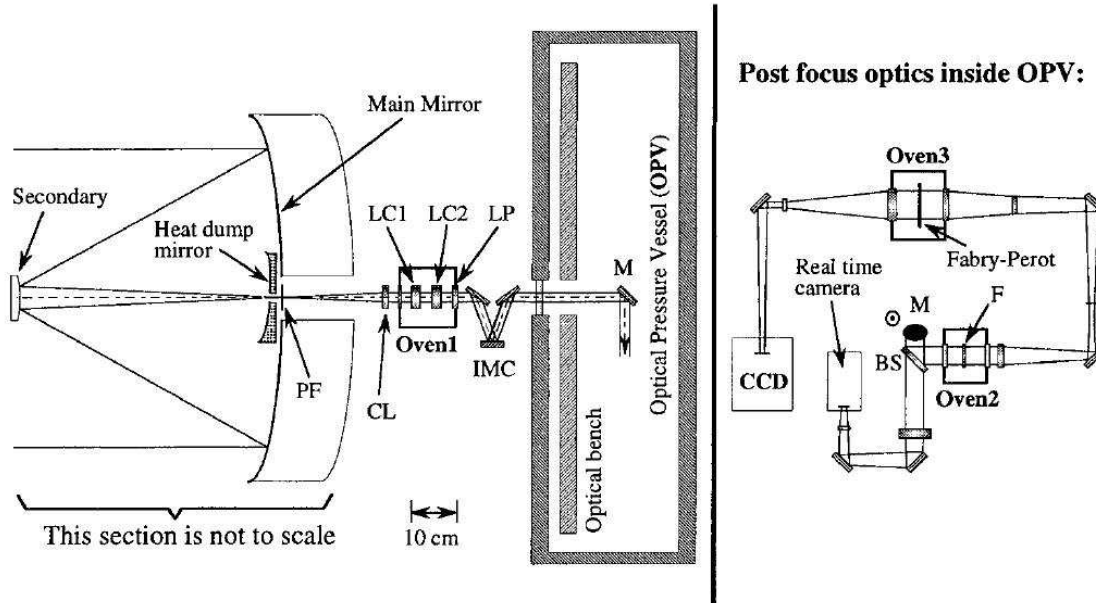


FIG. D.2 – : Schéma optique de FGE (Bernasconi et al. 2001). Les miroirs sont indiqués par la lettre M tandis que les lentilles sont indiquées avec L. Les autres éléments sont indiqués dans le texte.

Le détecteur de FGE est un magnétographe vectoriel imageur. Ces composantes principales sont :

- un analyseur de polarisation (Oven1), formé de deux modulateurs à cristaux liquides (LC1 et LC2) et d'un polariseur linéaire (LP).
- un filtre étalon Fabry-Pérot réglable (FP).
- une caméra CCD 10 bit de 1024×1024 pixels (CCD)

Le Fabry-Pérot est composé de niobate de lithium. Sa bande passante est de 0.16\AA , et l'intervalle entre deux bandes passantes consécutives est de 3\AA . La présence d'un filtre étroit (F) en amont du Fabry-Pérot permet de sélectionner la raie étudiée. Deux filtres, placés sur une roue, ont été employés : l'un centré sur la raie chromosphérique $H\alpha$ (à 6353\AA), et l'autre sur la raie du Ca I à 6122\AA . Cette seconde raie est une raie photosphérique modérément sensible au champ magnétique (facteur de Landé, $g = 1.75$) mais relativement large et donc plus adaptée à la bande passante du Fabry-Pérot. L'application d'une tension électrique (de 0 à ± 3000 V) sur les faces du cristal composant le Fabry-Pérot modifie l'indice de réfraction du lithium de niobate. Cela permet de décaler rapidement la longueur d'onde sur laquelle la bande passante du filtre est réglée. Dans le cas de FGE, le Fabry-Pérot pouvait être décalée de $\pm 1.5\text{\AA}$.

Ceci permet donc de scanner les raies observées et de mesurer l'intensité lumineuse non seulement au centre de la raie mais aussi dans les ailes.

Sur la caméra CCD, le champ est de $150'' \times 150''$. La taille du pixel sur la caméra CCD est de $0.18''$. La résolution théorique du télescope de 80 cm est de $0.2''$ mais la résolution pratique a été de l'ordre de $0.5''$. Des observations non polarisées ont été obtenues dans l'aile bleue de la raie $H\alpha$ à -0.8\AA . Les observations non polarisées dans les ailes rouges et bleue du calcium (à $\pm 0.08\text{\AA}$) ont permis d'obtenir des cartes des vitesses Doppler.

L'analyseur de polarisation permet de sélectionner l'un des trois états de polarisation (deux linéaires et une circulaire) de la lumière incidente. Des observations séquentielles sont donc nécessaires pour obtenir l'ensemble des états de polarisations. Des magnétogrammes ont été obtenus à partir des observations en lumière polarisée dans les ailes de la raie du Ca I. L'acquisition de l'ensemble des images permettant de dériver un magnétogramme durait environ 130 s. Au total, 55 magnétogrammes, 28 Dopplergrammes et 28 images dans l'aile bleue de la raie $H\alpha$ ont ainsi été enregistrées au cours des 3.5 heures de la mission, entre 15:50 UT et 19:16 UT, le 25 janvier 2000.

Annexe E

Bases de la magnétohydrodynamique

La magnétohydrodynamique (MHD) est l'étude de l'interaction entre un champ magnétique et un plasma traité comme un milieu continu mono-fluide, de façon à ne pas traiter les particules individuellement.

E.1 L'approximation magnétohydrodynamique

La première hypothèse de la MHD est que les mouvements ne sont pas relativistes. L'échelle caractéristique de vitesse V_0 doit donc être inférieure à la célérité de la lumière, $V_0 \ll c$. Cette condition est aisément satisfaite dans l'atmosphère solaire, V_0 étant de la l'ordre de 1 à 1000 km.s⁻¹.

Une autre hypothèse fondamentale est que bien que le milieu soit supposé complètement ionisé, il n'existe pas de charges libres à l'échelle caractéristique L_0 considérée. La densité de charge ionique et la densité de charge électronique sont égales et la densité de charge totale est nulle. Pour un plasma composé quasi-uniquement d'hydrogène cela signifie que la densité ionique de particules est égale à la densité électronique de particules. La quasi neutralité est satisfaite tant que L_0 est supérieure à la longueur de Debye λ_D (qui définit la distance moyenne au-delà de laquelle la charge d'un ion est écrantée par les électrons). Au niveau de la photosphère, λ_D est de l'ordre de 10^{-6} m et 10^{-3} m dans la couronne, ce qui est très inférieur à toutes les structures observées dans l'atmosphère solaire. La quasi neutralité implique que ions et électrons sont couplés et qu'il peuvent donc être traités conjointement dans les équations de la dynamique. La MHD est donc un traitement mono-fluide du plasma. Les courants électriques générés seront donc uniquement des courants d'induction, déterminés par les gradients du champ magnétique (voir Eq. E.5).

La séparation de charge peut aussi intervenir si la fréquence des mouvements est trop grande par rapport à la fréquence de plasma ω_P (qui représente la fréquence d'oscillation des électrons autour de leur position d'équilibre). Celle-ci est de l'ordre de la centaine de Mégahertz dans la couronne. L'échelle de temps du plasma, $T_0 = L_0/V_0$ doit donc être telle que $T_0\omega_P \gg 1$.

Le plasma peut être considéré comme un milieu continu pour les échelles de longueur supérieure aux échelles caractéristiques des mouvements individuels des parti-

cules, comme le rayon de giration et le libre parcours moyen des particules¹. Ce dernier est de l'ordre de 3 cm dans la chromosphère et 30 km dans la couronne.

L'approximation MHD est donc une approximation valable pour les grandes échelles et pour des variations relativement lentes des quantités étudiées comparées aux échelles et temps caractéristiques des particules.

E.2 Équations de bases de la MHD

Le plasma est supposé être à l'équilibre thermodynamique et quasi-neutre. Il est soumis à un champ électrique \mathbf{E} , à un champ magnétique \mathbf{B} et le champ de vitesse des particules du plasma est \mathbf{v} .

E.2.1 Équations de Maxwell

Le plasma obéit aussi aux équations de Maxwell :

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{j} + \mu \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (\text{E.1})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{E.2})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{E.3})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (\text{E.4})$$

où μ désigne la perméabilité du milieu et ϵ la permittivité². Une des hypothèses de la MHD est que les variations des grandeurs électromagnétiques sont non-relativiste. Il en découle que l'équation (E.2) s'écrit alors :

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (\text{E.5})$$

E.2.2 Équations de conservation

L'équation locale de conservation de la masse est :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (\text{E.6})$$

où ρ est la densité massique du plasma.

L'équation de conservation du mouvement s'écrit :

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)(\mathbf{v}) \right) = -\nabla P + \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F}_v \quad (\text{E.7})$$

avec \mathbf{j} la densité de courant dans le plasma, P le champ de pression, \mathbf{F}_v la force due aux effets de la viscosité. \mathbf{F}_v est négligeable à l'échelle des régions actives. En effet au dessus d'une tache solaire, le nombre de Reynolds $R_e = L_0 V_0 / \nu$, qui compare les effets

1. On a, $\lambda_{pm} \simeq 3 \times 10^7 T^2 n^{-1}$ m, avec T la température et n la densité de particules dans le système S.I. .

2. Dans le cas du plasma solaire, on pourra considérer que $\mu = \mu_0$, la perméabilité magnétique du vide, et que $\epsilon = \epsilon_0$, la permittivité du vide.

non-linéaires (le deuxième terme du membre de gauche dans l'Eq. E.7) aux effets de la viscosité, est tel que : $R_e \simeq 10^{12}$ puisque la viscosité cinématique vaut $\nu = 10^{-2} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$, $L_0 = 10^7 \text{ m}$ et $V_0 \sim 10^3 \text{ m.s}^{-1}$.

La pression P du plasma solaire est généralement donnée par l'équation des gaz parfaits :

$$P = nk_B T = \frac{\rho k_B T}{M} \quad (\text{E.8})$$

avec k_B la constante de Boltzman, n la densité particulaire de plasma, T sa température et M la masse moyenne³ d'une particule du plasma.

Le tableau E.1 présente les valeurs typiques des grandeurs du plasma solaire dans différentes couches du soleil.

	T (K)	n (m^{-3})	P (Pa)	$\beta_{0.1}$	H_P (Mm)	c_s (km.s^{-1})
Intérieur ($z \sim -0.25R_\odot$)	2×10^6	$\sim 10^{29}$	3×10^{12}	7×10^8	40	150
Intérieur ($z \approx -10 \text{ Mm}$)	7×10^4	6×10^{26}	7×10^8	2×10^5	2	30
Photosphère ($z = 0$)	5800	9×10^{22}	7×10^3	2	0.17	9
Chromosphère ($z = 2 \text{ Mm}$)	10^4	5×10^{16}	2×10^{-2}	5×10^{-6}	0.3	12
Couronne ($z \approx 50 \text{ Mm}$)	2×10^6	2×10^{14}	2×10^{-3}	5×10^{-7}	70	150
Couronne ($z \sim 0.5R_\odot$)	2×10^6	$\sim 10^{13}$	3×10^{-4}	7×10^{-8}	150	150

TAB. E.1 –: *Grandeurs caractéristiques dans différentes couches solaires (Stix 1991; Vernazza et al. 1981) : Température T , densité de particules n , Pression P , paramètre β du plasma (Eq. E.11) calculé avec un champ $B_0 = 0.1 \text{ T}$, hauteur de pression H_P (Eq. 2.6), et vitesse du son c_s .*

E.2.2.1 Force de Lorentz

Dans l'équation (E.7) le terme $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ est la force de Lorentz, \mathbf{F}_L . Avec l'équation d'Ampère non relativiste (E.5) cette force s'écrit :

$$\mathbf{F}_L = \frac{(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}}{\mu_0} = (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} - \nabla \left(\frac{B^2}{2\mu_0} \right) \quad (\text{E.9})$$

En définissant $\hat{\mathbf{n}}$ comme le vecteur unitaire colinéaire à \mathbf{B} (tel que $\mathbf{B} = B\hat{\mathbf{n}}$), la force de Lorentz peut se décomposer selon :

$$\mathbf{F}_L = -\nabla_\perp \left(\frac{B^2}{2\mu_0} \right) + \frac{B^2}{\mu_0} (\hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla) (\hat{\mathbf{n}}) \quad (\text{E.10})$$

3. Pour le plasma solaire, composé majoritairement d'hydrogène, on pourra considéré que $M \sim m_{\text{proton}}$.

La force de Lorentz fait donc apparaître une composante liée uniquement aux gradients du champ perpendiculairement à celui-ci, la pression magnétique, et un terme lié aux changements de directions des lignes de force, la tension magnétique. La pression magnétique tend à comprimer le plasma et produit une force nette lorsque \mathbf{B} varie avec la position, tandis que la tension magnétique tend à raccourcir les lignes de champ et crée une force nette lorsque les lignes de champ sont courbées.

E.2.2.2 Paramètre β du plasma

Le rapport dimensionnel de la force de Lorentz au terme de pression $-\nabla P$ définit le paramètre β du plasma. Celui-ci s'écrit :

$$\beta = \frac{2\mu_0 P}{B^2} \quad (\text{E.11})$$

La valeur de ce terme nous renseigne sur l'influence respective de la force de Lorentz et de la pression dans l'équation du mouvement du plasma. En considérant un champ magnétique de l'ordre de $B \sim 10^3$ G (un champ typique dans un tube de flux solaire au niveau photosphérique), le paramètre β du plasma sera de l'ordre de 1 pour une pression égale à 4×10^3 Pa. Or cette pression est justement celle qui règne au niveau de la photosphère (voir tableau E.1). Au niveau de la tachocline, avec une pression de l'ordre de 10^{12} Pa, β est $\gg 1$. La force de Lorentz est complètement négligeable. Dans l'atmosphère solaire, la densité et la pression diminuent rapidement avec l'altitude. Au niveau d'une région active, l'intensité du champ magnétique décroît elle aussi avec l'altitude (de façon exponentielle dans le cas d'un champ sans force linéaire, voir Annexe F). La chute en pression étant plus forte que celle du champ magnétique, les valeurs typiques de β sont de $10^{-3} \leq \beta \leq 10^{-1}$ dans la chromosphère, tandis que dans la couronne la force de Lorentz domine complètement car $\beta \approx 10^{-4} \ll 1$.

E.2.3 Loi d'Ohm et équation de l'induction

Dans le référentiel du plasma en mouvement, la loi d'Ohm s'écrit localement :

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}' \quad (\text{E.12})$$

avec \mathbf{j} la densité de courant dans le plasma, σ la conductivité électrique et \mathbf{E}' le champ électrique dans le référentiel du plasma. Ainsi :

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (\text{E.13})$$

d'où la loi d'Ohm :

$$\frac{\mathbf{j}}{\sigma} = \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (\text{E.14})$$

En utilisant l'équation d'Ampère (E.5) et l'équation de Faraday (E.4), on obtient :

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B} \quad (\text{E.15})$$

où $\eta = (\mu_0 \sigma)^{-1}$ est la diffusivité magnétique, supposée ici uniforme. Il apparaît ainsi deux termes de nature distincte :

- $\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ est le terme dynamique, ou terme idéal.

– $\eta \nabla^2 \mathbf{B}$ est le terme résistif.

Afin de caractériser le comportement du plasma on définit le nombre de Reynolds magnétique \mathcal{R}_m comme le rapport de ces deux termes :

$$\mathcal{R}_m = \frac{V_0 L_0}{\eta} \quad (\text{E.16})$$

Lorsque $\mathcal{R}_m \gg 1$ nous sommes dans le cadre de la MHD idéale. Cela revient à considérer que la conductivité σ est infinie. La loi d'Ohm s'écrit alors :

$$\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (\text{E.17})$$

Lorsque \mathcal{R}_m est de l'ordre de l'unité il s'agit de MHD résistive, comme dans la région où la reconnexion magnétique a lieu.

Dans le cas du soleil, à l'échelle des structures considérées, le terme résistif est en général complètement négligeable. La conductivité électrique étant égale à $1.53 \times 10^{-2} T^{3/2} / \ln \Lambda \text{ U.m}^{-1}$, avec $\ln \Lambda$ le logarithme de Coulomb⁴, la diffusivité magnétique η est donc de l'ordre de $3 \times 10^3 \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ au niveau du minimum de température et descend jusqu'à $0.3 \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ dans la couronne ou dans l'intérieur solaire (dans le cas d'un plasma complètement ionisé). Ainsi pour un tube de flux où $V_0 = 10 \text{ km.s}^{-1}$, $L_0 = 100 \text{ km}$ en prenant $\eta = 1 \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$, le nombre de Reynolds magnétique est égale à 10^9 . A l'échelle des structures solaires, la MHD idéale est donc une approximation extrêmement bien vérifiée. Le terme résistif ne devient important que sur des petites échelles.

E.3 Lignes et tubes de flux magnétiques

Une ligne de champ magnétique (où ligne de force) est un objet mathématique décrivant la variation de l'orientation de \mathbf{B} dans l'espace. En tout point de la ligne de force, le champ magnétique est tangent à la ligne. Si s est l'abscisse curviligne de cette courbe alors on a :

$$\frac{B_x}{dx} = \frac{B_y}{dy} = \frac{B_z}{dz} = \frac{B}{ds} \quad (\text{E.18})$$

Un tube de flux magnétique est le volume formé par un groupe de lignes de champ qui coupent une surface \mathcal{S} formé par une courbe fermée (C). Le flux magnétique de ce tube est simplement :

$$F = \int_{\mathcal{S}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (\text{E.19})$$

où $d\mathbf{S}$ est le vecteur normal à \mathcal{S} , pris dans le même sens que \mathbf{B} . De ce fait on a toujours $F > 0$. Puisque la divergence d'un champ magnétique est nulle le flux magnétique est conservé au sein d'un tube de flux.

Lorsque l'on s'intéresse au tenseur κ de conduction thermique, on constate que pour l'atmosphère solaire : $\kappa_{\perp \mathbf{B}} \ll \kappa_{\parallel \mathbf{B}}$. La conduction thermique perpendiculairement à \mathbf{B} est négligeable. Les tubes de flux sont donc isolés thermiquement. Cela explique pourquoi les boucles ont une température différente de celle de leur environnement. Pour les taches solaires, celles-ci sont plus froides que la photosphère moyenne car le flux de chaleur apporté par la convection est bloqué par le fort champ magnétique présent au niveau de la tache.

4. qui est généralement compris entre 10 et 20.

E.4 Théorème du Gel

On se place dans le cadre de la MHD idéale, soit $\mathcal{R}_m \gg 1$. L'équation de l'induction (E.15) se réduit à :

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (\text{E.20})$$

Le théorème du flux gelé d'Alfvén prédit : dans un plasma parfaitement conducteur, les lignes de champ magnétique se déplacent avec les mouvements du plasma. Comme preuve intuitive, on considère la courbe fermée C définissant la surface \mathcal{S} , et se déplaçant avec le plasma (voir Fig. E.1, gauche). Durant un temps δt , un élément $\delta \mathbf{s}$ de C décrit une surface d'aire $\delta t \mathbf{v} \times \delta \mathbf{s}$. Le flux magnétique traversant cet élément de surface est

$$\mathbf{B} \cdot (\delta t \mathbf{v} \times \delta \mathbf{s}) = \delta t (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \delta \mathbf{s} \quad (\text{E.21})$$

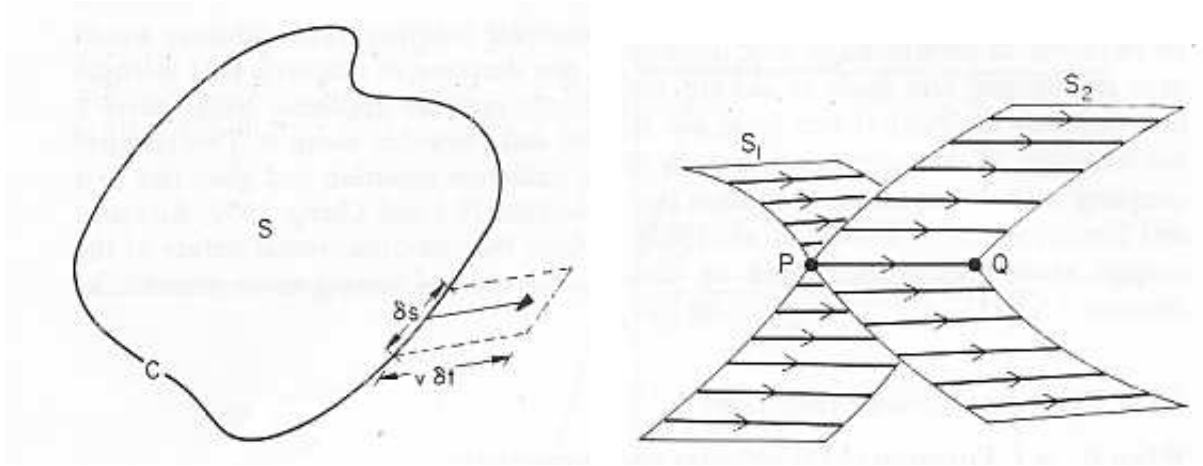


FIG. E.1 –: **Gauche**: surface S définie par une courbe fermée C (Priest 1987). **Droite**: intersection de surfaces de flux (Priest 1987).

Le taux de variation du flux magnétique (E.19) peut s'écrire :

$$\frac{DF}{Dt} = \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} - \oint_C (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{s} \quad (\text{E.22})$$

Dans le membre de gauche le premier terme provient directement des variations temporelles du champ magnétique tandis que le second terme correspond aux mouvements des bords de la surface \mathcal{S} . Avec l'équation idéale d'induction (E.20), on obtient donc :

$$\frac{DF}{Dt} = \int_S \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \right) \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (\text{E.23})$$

Le flux magnétique à travers une surface se déplaçant avec le plasma est conservé.

Considérons maintenant deux éléments de plasma P et Q situés sur la même ligne de champ (voir figure (E.1), droite). On suppose que la ligne de champ est définie

initialement par l'intersection de deux surfaces de flux, S_1 et S_2 , formées par plusieurs lignes de champ. Les surfaces sont donc parallèles au champ magnétique et le flux magnétique à travers les surfaces est initialement nul. Comme le flux est conservé, il reste nul, et S_1 et S_2 restent des surfaces de flux magnétique et donc leur intersection, la courbe passant par P et Q, reste une ligne de champ magnétique. Les lignes de champ sont ainsi gelées dans le plasma. Le plasma peut se déplacer librement le long des lignes de champ magnétique. Pour les mouvements perpendiculaires, soit les lignes de champ sont entraînées avec le plasma, soit elles le repoussent. Le plasma est alors confiné par les lignes de champ magnétique. C'est le paramètre β du plasma qui rend compte de ces deux régimes.

Si $\beta \gg 1$, on retrouve une équation de l'hydrodynamique. Le mouvement du plasma n'est pas affecté par le champ magnétique. Mais comme les lignes de champ magnétique sont gelées dans le plasma, elles se déplacent avec lui. C'est ce qui se produit au niveau de la zone de convection et dans la photosphère (où le plasma est dense).

Au contraire si $\beta \ll 1$, alors c'est le terme issu de la force de Lorentz qui domine. Les mouvements du plasma sont alors déterminés par la géométrie du champ magnétique. C'est ce qui se produit dans la couronne. Le plasma est confiné par les tubes de flux magnétique.

Annexe F

Méthodes d'extrapolation

Les mesures du champ magnétique sont principalement limitées à la photosphère. Pour déterminer le champ magnétique au niveau de la chromosphère et de la couronne il est donc nécessaire d'avoir recours à l'analyse numérique. Il suppose aussi de faire un certain nombre d'hypothèses quant aux propriétés du champ magnétique coronal.

F.1 L'hypothèse du champ sans force

En magnétohydrodynamique (MHD) l'équation de la dynamique s'écrit (voir Annexe E.2.2) :

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla P + \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \rho \mathbf{g} \quad (\text{F.1})$$

Les rapports entre les différents termes de cette équation sont :

$$\frac{[\nabla P]}{[\mathbf{j} \times \mathbf{B}]} = \beta \quad (\text{F.2})$$

$$\frac{[\rho D\mathbf{v}/Dt]}{[\nabla P]} = \left(\frac{V_0}{c_s} \right)^2 \quad (\text{F.3})$$

$$\frac{[\rho \mathbf{g}]}{[\mathbf{j} \times \mathbf{B}]} = \beta \frac{L_0}{H_P} \quad (\text{F.4})$$

où V_0 et L_0 sont la vitesse et l'échelle typique des phénomènes considérés, H_P est l'échelle de pression (*c.f.* Eq. 2.6) et c_s la vitesse du son. Pour la photosphère on a $\beta \sim 1$, et pour la couronne $\beta \simeq 10^{-4}$. Dans l'atmosphère solaire, mis à part au niveau de la photosphère, il est possible négliger la pression devant la force de Lorentz. Les observations montrent que la vitesse d'évolution des champs magnétiques est de l'ordre de 0,1 à 1 km.s⁻¹ ce qui est très inférieur à c_s (voir tableau E.1). Dans le cas où le plasma ne subit pas d'accélération brutale, on peut considérer que le champ magnétique évolue de façon quasi-statique. Pour la photosphère et la chromosphère, on a $0.1 \leq H_P \leq 0.5$ Mm et pour la couronne $H_P \simeq 100$ Mm. Pour des longueurs typiques L_0 allant de 1 à 100 Mm, on peut donc négliger le terme de gravité devant la force de Lorentz.

L'équation de la dynamique (E.7) se résume donc à :

$$\mathbf{j} \times \mathbf{B} = 0 \quad (\text{F.5})$$

C'est l'équation du champ sans force. L'écriture sous cette forme peut paraître paradoxale, en effet on néglige tous les termes de l'équation d'Euler devant le terme de la force de Lorentz pour conclure que celui-ci est nul. En réalité $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ est un pseudo-vecteur qui correspond à la somme d'une force de pression et d'une force de tension (*c.f.* Annexe E.2.2.1). L'hypothèse du champ sans force correspond donc à un équilibre entre pression et tension magnétique :

$$(\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{B} = \nabla \frac{B^2}{2}. \quad (\text{F.6})$$

En utilisant l'équation d'Ampère non relativiste (Eq. E.5), l'hypothèse du champ sans force peut s'écrire de façon équivalente comme :

$$\nabla \times \mathbf{B} = \alpha(x, y, z)\mathbf{B} \quad (\text{F.7})$$

avec α le cisaillement magnétique.

Si l'on prend la divergence de l'équation (F.7) on obtient :

$$(\mathbf{B} \cdot \nabla)\alpha = 0 \quad (\text{F.8})$$

ainsi \mathbf{B} est orthogonal aux gradients de α , et donc α est constant le long d'une ligne de champ mais peut varier d'une ligne de champ à une autre. Comme α dépend des coordonnées de l'espace, l'équation (F.7) est non-linéaire. Cette équation est difficile à résoudre pour des conditions aux limites données.

Il existe plusieurs codes numériques permettant d'extrapoler le champ magnétique dans l'atmosphère solaire dans le cadre de l'approximation du champ sans force non-linéaire (voir par exemple Amari et al. 1997; Wiegelmann 2004). Ces méthodes nécessitent néanmoins de disposer de mesures vectorielles du champ magnétique photosphérique.

Il est possible de simplifier encore le problème en considérant le cas où α est constant. C'est l'approximation du champ sans force linéaire (appelée aussi "linear force free field", lfff).

Dans le cas où α est nul, alors le champ est potentiel : $\nabla \times \mathbf{B} = 0$. Il existe donc une fonction \mathcal{P} telle que $\mathbf{B} = \nabla \mathcal{P}$ et solution de $\nabla^2 \mathcal{P} = 0$. Plus généralement, si l'on prend le rotationnel de l'Eq. (F.7), on obtient l'équation différentielle du lfff :

$$\nabla^2 \mathbf{B} + \alpha^2 \mathbf{B} = 0 \quad (\text{F.9})$$

Cette approximation est généralement justifiée par le théorème de Woltjer-Taylor (Voir Sect. 4.1.4.1). Dans un volume donné, à hélicité magnétique constante, une configuration magnétique se relaxe en adoptant la configuration donnée par l'hypothèse du champ sans force linéaire (Taylor 1974).

F.2 Le code numérique

Le code numérique d'extrapolation employé dans cette thèse, développé par Pascal Démoulin, permet d'extrapoler le champ magnétique dans l'atmosphère solaire à partir de mesure de la composante longitudinale du champ photosphérique. Il se base sur l'hypothèse du champ sans force linéaire (lfff) et résout l'Eq. (F.9) en utilisant une

méthode de décomposition en harmoniques par transformée de Fourier rapide (Alexandrakakis 1981).

Dans une base cartésienne orthonormée, les composantes du champ magnétique, solutions de l'Eq. (F.9), peuvent s'écrire sous la forme de solutions séparables :

$$B_i(x, y, z) = \Omega_B F_i(x, y) G(z) \quad (\text{F.10})$$

La transformée de Fourier permet de réduire l'Eq. (F.9) en une équation différentielle ordinaire en z pour chaque mode de Fourier. La solution de cette équation en fonction de z est une combinaison de deux solutions : $\exp(z/L_B)$ et $\exp(-z/L_B)$, avec L_B l'échelle de hauteur de variation du champ magnétique. La première solution doit être éliminée car l'énergie magnétique est finie. Les solutions sont donc de la forme (Aulanier 1998) :

$$F_x(x, y) = -\alpha k_y \sin(k_x x + \phi_x) \sin(k_y y + \phi_y + \frac{\pi}{2}) - l k_x \sin(k_x x + \phi_x + \frac{\pi}{2}) \sin(k_y y + \phi_y) \quad (\text{F.11})$$

$$F_y(x, y) = l k_y \sin(k_x x + \phi_x) \sin(k_y y + \phi_y + \frac{\pi}{2}) - \alpha k_x \sin(k_x x + \phi_x + \frac{\pi}{2}) \sin(k_y y + \phi_y) \quad (\text{F.12})$$

$$F_z(x, y) = (k_x^2 + k_y^2) \sin(k_x x + \phi_x) \sin(k_y y + \phi_y) \quad (\text{F.13})$$

$$G(z) = \exp(-z/L_B) \quad (\text{F.14})$$

$$\Omega_B = \frac{\tilde{B}(k_x, k_y)}{k_x^2 + k_y^2} \quad (\text{F.15})$$

$$\text{et } L_B = (k_x^2 + k_y^2 - \alpha^2)^{-1/2} \quad (\text{F.16})$$

avec k_x et k_y les fréquences spatiales de \mathbf{B} selon x et y , $\tilde{B}(k_x, k_y)$ est l'amplitude de l'harmonique associée aux fréquences spatiales (k_x, k_y) , L_B est la hauteur d'échelle sur laquelle l'harmonique (k_x, k_y) du champ \mathbf{B} décroît selon z , ϕ_x et ϕ_y sont les phases des harmoniques selon x et y .

Ce sont les harmoniques de petit ordre (k_x et k_y faibles) qui décroissent le moins vite selon z , pour α donné. De plus la décroissance de ces ordres est le plus influencée par la valeur de α (Eq. F.16). Ce sont donc les grandes structures qui sont le plus affectées par la variation de α .

Il ne faut pas que L_B soit imaginaire. Sinon les solutions oscilleraient en gardant une amplitude en moyenne constante avec l'altitude, ce qui correspondrait à une énergie infinie. Pour que L_B soit réel, il faut que :

$$|\alpha| \leq (k_x^2 + k_y^2)^{1/2} \quad (\text{F.17})$$

Les harmoniques de faibles k_x et/ou k_y seront donc les premières à devenir oscillantes au fur et à mesure que α augmente. Pour un couple d'harmoniques donné, cela implique donc une condition sur la valeur maximale de α donnant des solutions physiquement valables :

$$\alpha_{\max} = \inf(k_x, k_y) \quad (\text{F.18})$$

Lors d'une extrapolation, la valeur maximale α_{\max} utilisé va donc dépendre de la taille de la boîte de calcul. En pratique on définit, le paramètre α adimensionné, α_d tel que :

$$\alpha = \alpha_d \frac{2\pi}{L} \quad (\text{F.19})$$

avec L la taille de la boîte (si celle-ci est carrée). On doit donc prendre $|\alpha_d| \leq 1$. Cela pose une première contrainte sur le choix de la taille de la boîte de calcul.

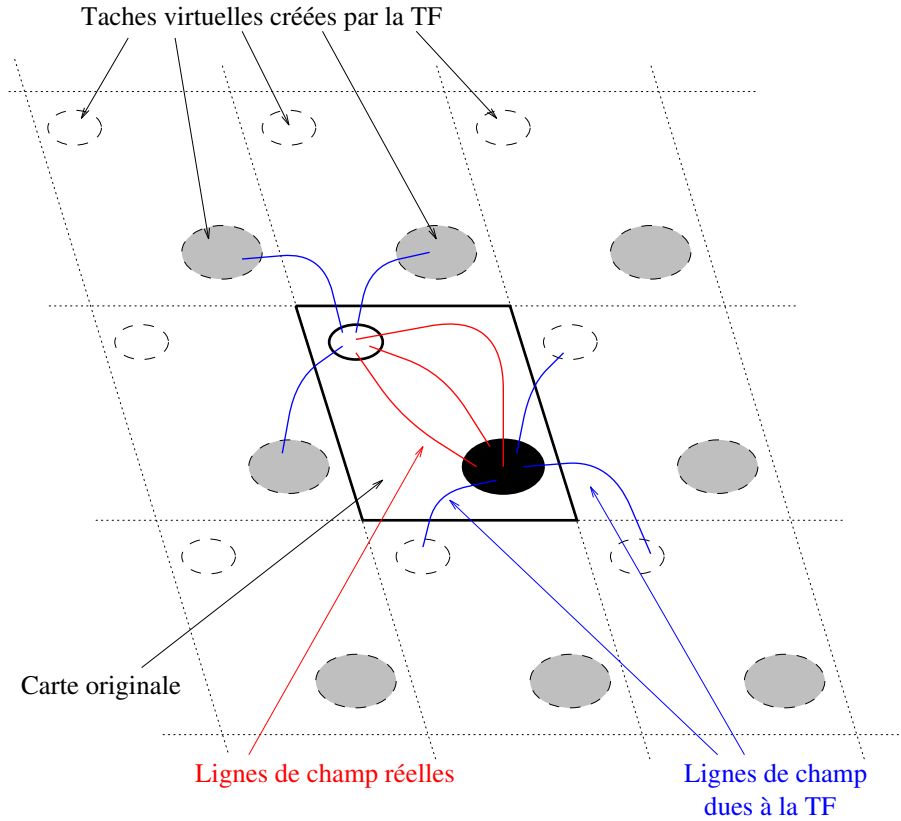


FIG. F.1 – : Illustration des problèmes aux frontières liées à la Transformée de Fourier

Dans une première étape, la transformée de Fourier rapide du magnétogramme est réalisée. Ceci impose une périodicité spatiale (Fig. F.1). Des artefacts de calcul peuvent apparaître au niveau des bords. En effet, comme le montre le schéma (F.1), les lignes de champ sortant au niveau d'une tache peuvent se connecter avec les polarités virtuelles créées par la périodicité. Pour éviter cet effet, on utilise une boîte de calcul dont le champ est plus large que celui des données afin que l'effet au niveau des bords ne soit pas trop important. Un autre problème intervient ici : la limitation de la mémoire de l'ordinateur utilisé. En pratique cela signifie que la boîte de calcul possède une taille limite en nombre de pixels. Aussi si l'on désire que le champ de la boîte de calcul soit beaucoup plus grand que celui de nos données, cela implique qu'elles doivent être stockées sur un nombre de pixels réduit et l'on perd de la résolution spatiale. Il faut trouver un équilibre entre ces deux contraintes. En pratique, la taille de la boîte de calcul est adaptée en fonction de la taille des structures que l'on souhaite étudiées. Si on s'intéresse aux grandes boucles coronales, peu influencées par les petites polarités

photosphériques, on prend un champ 2 à 3 fois plus grand que celui des données. Au contraire lorsque l'on s'intéresse aux petites échelles il faut prendre une boîte de calcul plus petite (de l'ordre de la taille de la région active).

Dans toute extrapolation linéaire, la première tâche consiste à fixer le paramètre libre : le cisaillement magnétique α . Ce paramètre doit être choisi afin que les extrapolations rendent compte, de la meilleure façon possible, du cisaillement de la configuration magnétique de la région active. Pour cela on utilise les images coronales dans le domaine Ultraviolet (UV). Celles-ci mettent en évidence les lignes de champ magnétique au niveau de la couronne. On compare donc les lignes de champ extrapolées avec l'image de la région active en UV. En pratique, on lance le programme pour un α choisi, puis dans le programme de visualisation on se place dans les conditions de l'observation, donc suivant la même projection. On place en fond l'image EUV qui a été préalablement coalignée. On calcule ensuite la ligne de champ qui se rapproche le mieux possible de chaque boucle coronale, en calculant la distance projetée (sur le plan du ciel). On réitère avec un autre α jusqu'à ce que l'on obtienne la meilleure correspondance possible entre les lignes de champ extrapolées et les boucles coronales observées.

Annexe G

L'instabilité de Rayleigh-Taylor magnétique

L'instabilité de Rayleigh-Taylor magnétique, aussi nommée instabilité de Parker (Parker 1966, 1975), correspond à l'instabilité de Rayleigh-Taylor dans le cas d'un plasma magnétisé. L'instabilité de Rayleigh-Taylor classique se développe à l'interface entre deux fluides dans une atmosphère stratifiée, lorsque le fluide le plus léger se trouve sous le fluide le plus lourd. En physique solaire l'instabilité de Rayleigh-Taylor magnétique est invoquée au niveau de la tachocline pour expliquer l'initiation de l'émergence des tubes de flux, mais aussi, comme le montre mon travail, lors de la traversée de la photosphère des tubes de flux émergents.

Considérons ici une couche horizontale magnétisée, $\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{\mathbf{x}}$ pour $z < 0$, dans un plasma de densité $\rho_0(z)$, soumis à un champ gravitationnel $-g\hat{\mathbf{z}}$. Nous supposons ici l'invariance des quantités selon $\hat{\mathbf{y}}$, ce qui ramène le problème à 2 dimensions. À l'ordre 0, les densités et pressions de part et d'autre de l'interface sont données par l'équilibre hydromagnétique (voir Sect. 2.2.2.1). Nous nous intéressons ici aux petites perturbations de vitesse, de pression, de densité et du champ magnétique notées respectivement \mathbf{u} , P_1 , ρ_1 et \mathbf{B}_1 . À l'ordre 1, la conservation de la quantité de mouvement pour une particule fluide s'écrit :

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla P_1 - \rho_1 g \hat{\mathbf{z}} + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}_1) \times \mathbf{B}_0 \quad (\text{G.1})$$

Nous supposons que le fluide est incompressible et donc : $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$. De plus, nous considérons que les perturbations horizontales et temporelles peuvent s'écrire sous la forme : $\exp(ik_x x - i\omega t)$, avec k_x la fréquence spatiale de la perturbation selon x et ω la pulsation des perturbations. L'équation de conservation de la masse, les composantes selon $\hat{\mathbf{x}}$ et $\hat{\mathbf{z}}$ de l'équation de conservation de la quantité de mouvement, peuvent ainsi se linéariser respectivement en :

$$i\omega \rho_1 = u_z \frac{\partial \rho}{\partial z} \quad (\text{G.2})$$

$$\omega \rho_0 u_x = k_x P_1 \quad (\text{G.3})$$

$$-i\omega \rho_0 u_z = -\frac{\partial P_1}{\partial z} - \rho_1 g + \frac{B_0}{\mu_0} \left(ik_x B_{1,z} - \frac{\partial B_{1,x}}{\partial z} \right) \quad (\text{G.4})$$

De plus, dans le cas d'un fluide incompressible, à l'ordre 1, l'équation d'induction idéale (Eq. E.20) peut se linéariser comme :

$$\mathbf{B}_1 = -\frac{k_x B_0}{\omega} \mathbf{u} \quad (\text{G.5})$$

En utilisant l'Eq. (G.2) pour exprimer ρ_1 en fonction de u_z , en utilisant l'Eq. (G.3) pour exprimer P_1 en fonction de u_x , et en injectant (G.5) dans l'équation (G.4), on trouve :

$$-i\omega\rho_0 u_z = -\frac{\omega}{k_x} \frac{\partial(\rho_0 u_x)}{\partial z} + \frac{ig u_z}{\omega} \frac{\partial\rho_0}{\partial z} + \frac{B_0^2}{\mu_0 \omega} \left(-ik_x^2 u_z + k_x \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \quad (\text{G.6})$$

Enfin avec $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$, on obtient la relation : $ik_x u_x = -\partial u_z / \partial z$, ce qui permet de réécrire (G.6) sous la forme (Chandrasekhar 1961) :

$$\omega^2 \rho_0 u_z = \frac{\omega^2}{k_x^2} \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_0 \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) - g u_z \frac{\partial \rho_0}{\partial z} - \frac{B_0^2}{\mu_0} \left(-k_x^2 u_z + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) \quad (\text{G.7})$$

Cette équation doit être valide de part et d'autre de l'interface entre les deux fluides (que l'on considérera en $z = 0$). De plus, la vitesse verticale doit être continue au niveau de l'interface, donc avec une même valeur notée $u_{z,0}$. En supposant que l'écoulement est irrotationnel¹ et que la perturbation de vitesse verticale soit évanescence loin de l'interface (u_z tend vers 0 en $\pm\infty$), alors on a :

$$\begin{cases} u_z(z) = u_{z,0} \exp(-k_x z) & \text{pour } z > 0 \\ u_z(z) = u_{z,0} \exp(k_x z) & \text{pour } z < 0 \end{cases} \quad (\text{G.8})$$

Soit ρ_0^+ et ρ_0^- la densité du plasma respectivement au-dessus et en dessous de cette interface. En intégrant l'équation (G.7) au niveau de l'interface de la couche magnétisée avec le milieu extérieur, on obtient la relation de dispersion de l'instabilité de Rayleigh-Taylor magnétique :

$$\omega^2 = -g k_x \frac{\rho_0^+ - \rho_0^-}{\rho_0^+ + \rho_0^-} + \frac{B_0^2 k_x^2}{\mu_0 (\rho_0^+ + \rho_0^-)} \quad (\text{G.9})$$

Dans le second membre, le premier terme correspond à l'instabilité de Rayleigh-Taylor classique. En l'absence de champ magnétique, on retrouve bien le fait que dès que $\rho_0^+ > \rho_0^-$ alors $\omega^2 < 0$ et donc une instabilité se développe au niveau de l'interface. Cette instabilité provoque de la digitation (voir Fig. G.1, gauche). En présence de champ magnétique, l'instabilité ($\omega^2 < 0$) n'apparaît que pour :

$$k_x < k_c = \frac{\mu_0 g (\rho_0^+ - \rho_0^-)}{B_0^2} \quad (\text{G.10})$$

Il existe donc une longueur d'onde de coupure $\lambda_c = 2\pi/k_c$ pour cette instabilité. Cette instabilité ne génère que des ondulations de longueur d'onde supérieure à λ_c (voir Fig. G.1, droite).

1. En supposant que l'écoulement soit initialement irrotationnel, il le reste puisque aucune force ne peut créer de la vorticit   ici.

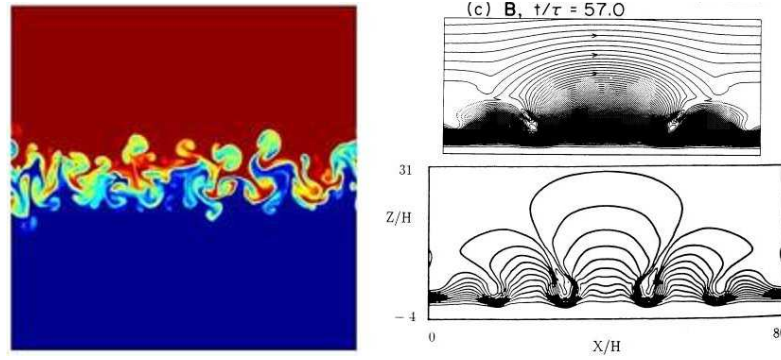


FIG. G.1 –: **Gauche**: instabilité de Rayleigh-Taylor classique (sans champ magnétique). **Droite**: ondulation des lignes de champ par l'instabilité de Parker (Shibata et al. 1989b; Matsumoto et al. 1993)

Ceci peut se comprendre simplement : l'instabilité de Rayleigh-Taylor provoque des ondulations au niveau de l'interface entre les plasmas et donc des flux montants et descendants. Le champ magnétique étant gelé dans le plasma, les lignes de champ horizontales se déforment elles aussi. Or la déformation des lignes de champ entraîne l'apparition de la tension magnétique, qui va tenter de résister aux déformations des lignes de champ magnétique (*c.f.* Annexe E.2.2.1). Plus le rayon de courbure local des lignes est important plus la tension magnétique est intense. C'est pourquoi il existe une longueur d'onde critique en dessous de laquelle les modes de l'instabilité de Rayleigh-Taylor ne peuvent pas courber les lignes de champ. Les ondulations de l'interface ne peuvent ainsi apparaître que pour des modes inférieurs à k_c . Cette instabilité est similaire à l'instabilité de Richtmyer-Meshkov qui se développe en l'absence de champ magnétique mais en considérant cette fois la tension de surface (présente lorsque l'on considère un liquide).

La différence de densité entre la couche magnétisée et la couche supérieure est donnée par l'équilibre de pression. En utilisant l'équation (2.7) on trouve :

$$\lambda_c = 4\pi H_P \quad (\text{G.11})$$

Il apparaît ainsi que la longueur d'onde critique ne dépend pas de l'intensité du champ magnétique dans la couche magnétisée, mais seulement de la température et de la gravité locale. Dans le cas de la photosphère, avec $g \sim 2.7 \times 10^2 \text{ m.s}^{-2}$ et $T \simeq 5800 \text{ K}$, on trouve ainsi $\lambda_c \sim 2 \text{ Mm}$.

Cette longueur de coupure peut par conséquent être employée comme test observationnel afin de discriminer les deux mécanismes pouvant onduler les tubes de flux : l'instabilité de Parker ou la convection. Dans les régions actives, la distribution en longueur d'onde des ondulations présente-t-elle la longueur d'onde de coupure λ_c ? Ou au contraire l'échelle caractéristique des ondulations correspond elle à celle de la convection photosphérique?

J'ai effectué ce test dans la région NOAA 8844 (Pariat et al. 2005). Les données magnétiques ont mis en évidence l'existence d'une longueur de coupure des ondulations, de l'ordre de 2 Mm. Cette longueur correspond à la longueur de coupure de l'instabilité de Rayleigh-Taylor magnétique (Eq. G.11), et non pas à une longueur caractéristique de la convection photosphérique. J'en conclus que l'ondulation des tubes de flux est due à l'instabilité de Rayleigh-Taylor magnétique et non pas à la convection photosphérique.

Table des figures

2.1	Éruption solaire du 28 octobre 2003	7
2.2	Exemple d'une CME	8
2.3	Champ magnétique d'une région active	9
2.4	Exemple de sigmoïdes	11
2.5	Exemples de filaments et de fibrilles	12
2.6	Mesures <i>in-situ</i> dans un nuage magnétique	13
2.7	Configuration du champ magnétique générant de l'hélicité magnétique .	14
2.8	Géométrie des tubes de flux et signe de l'hélicité magnétique	14
2.9	Génération d'hélicité par la rotation solaire	15
2.10	Vitesses de rotations dans l'intérieur solaire	17
2.11	Schéma de l'action des effets Ω et α	18
2.12	Distribution du champ magnétique axial lors de simulations 2D de mon- tée de tubes de flux torsadés	22
2.13	Schéma du modèle classique d'émergence	24
2.14	Exemple d'émergence d'une région active	25
2.15	Schéma des principales observationnelles d'une région active émergente .	26
2.16	Simulation 2,5D d'émergence d'un tube de flux à travers la photosphère	28
2.17	Simulation 3D d'émergence d'un tube de flux dans une atmosphère stra- tifiée	29
3.1	Région active émergente 5617	34
3.2	Cartes Doppler d'une région active émergente	35
3.3	Observation de dipôles magnétiques	36
3.4	Profils spectraux caractéristiques d'une bombe d'Ellerman en $H\alpha$. . .	37
3.5	Observation en $H\alpha$ de la région active 8844	38
3.6	Exemples du lien entre bombes d'Ellerman, points brillants UV et les distribution du champ magnétique et des vitesses Doppler	39
3.7	Scénarios de formation des bombes d'Ellerman	40
3.8	Topologie d'un point nul en 2D	42
3.9	Topologie d'un point nul en 3D	43
3.10	Topologie d'un "Bald Patch" en 2D	44
3.11	Topologie d'un "Bald Patch" en 3D	45
3.12	Position et évolution du flux magnétique de la région active 8844	47
3.13	Observations multi-longueurs d'onde de la région active 8844	47
3.14	Champ longitudinal et transverse de la région 8844 à 17h52	48
3.15	Magnétogrammes longitudinal et vertical de la région active 8844 . . .	49
3.16	Positions des "Bald Patches"	50
3.17	Répartition des 6 tubes de flux ondulés présents dans la région active .	51

3.18	Schéma présentant la hiérarchie des lignes de champ dans les zones d'émergence	52
3.19	Profils spectraux caractéristiques d'une bombe d'Ellerman en Ca II . . .	69
3.20	Région active 10655 observée à différentes longueurs d'onde	70
3.21	Deux exemples de profil temporel de points brillants UV observée par TRACE à 1600Å.	71
3.22	Simulation 3D d'émergence d'un tube de flux torsadé	72
3.23	Simulations 3D d'émergence d'un tube de flux torsadé dans une atmosphère magnétisée	73
3.24	Développement de nappes de courant électrique au sommet du tube émergeant	73
3.25	Simulation 3D d'émergence d'une couche magnétique	74
3.26	Variation de la connectivité des lignes de champ au niveau d'une quasi-séparatrice	75
3.27	Quasi-séparatrices et tube de flux hyperbolique	77
4.1	Exemples du nombre de liens entre deux courbes	101
4.2	Exemple de boucles contenant du "twist" et du "writhe"	103
4.3	Conservation de l'hélicité lors de la reconnexion	107
4.4	Vitesse photosphérique du pied d'un tube de flux émergeant verticalement	114
4.5	Flux photosphériques d'hélicité dans la région active 8668	116
4.6	Flux d'hélicité et hélicité totale injectée dans des régions actives	117
4.7	Simulation numérique d'émergence d'un tube de flux et mesure du flux d'hélicité	118
4.8	Flux d'hélicité lors de la simulation d'émergence d'un tube de flux . . .	119
4.9	Exemple de mesure de l'hélicité dans une région active	120
4.10	Distribution du flux magnétique axial dans deux nuages magnétiques .	122
4.11	Hélicité magnétique coronale de régions actives en fonction de leur flux magnétique	126
4.12	Simulation 2,5D de déclenchement d'une CME par cisaillement photosphérique	127
4.13	Exemples de cartes de G_A dans deux régions actives	128
4.14	Schéma de la translation d'un tube de flux vertical	129
4.15	Flux d'hélicité et activité d'une région active	159
D.1	Télescope <i>Flare Genesis Experiment</i>	225
D.2	Schéma optique de FGE	226
E.1	Théorème du Gel	234
F.1	Problèmes aux frontières liées à la Transformée de Fourier	240
G.1	Instabilité de Rayleigh-Taylor classique et magnétique	245

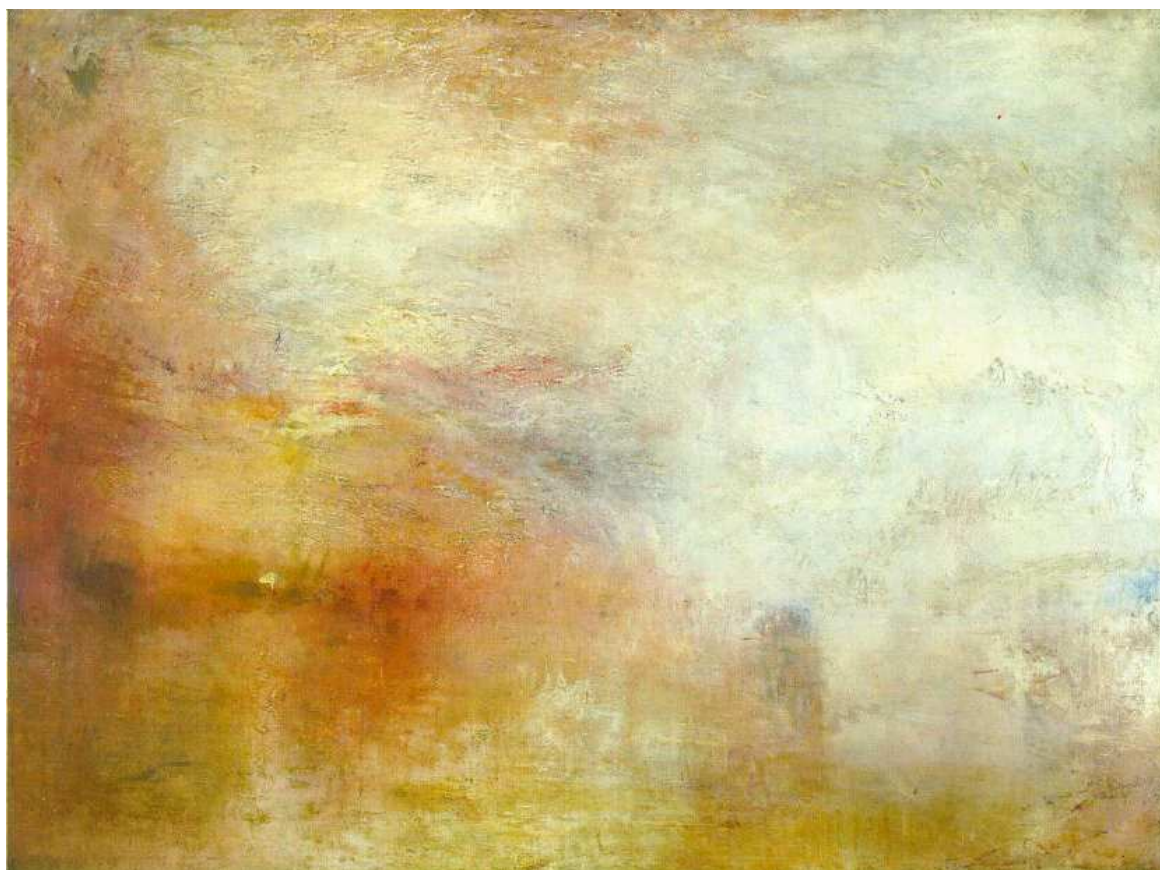
Table des matières

1	Préambule	1
2	Introduction	5
2.1	L'activité solaire	5
2.1.1	Les éruptions solaires et les éjections de masse coronales	6
2.1.1.1	Les éruptions solaires	6
2.1.1.2	Les éjections de masse coronales et les nuages magnétiques	7
2.1.2	L'origine magnétique de l'activité solaire	9
2.1.2.1	Le champ magnétique des régions actives	9
2.1.2.2	Importance des structures torsadées	10
2.1.2.3	L'hélicité magnétique	12
2.1.2.4	La reconnexion magnétique	15
2.2	La génération du champ et de l'hélicité magnétique	16
2.2.1	La Dynamo Solaire	17
2.2.1.1	Génération d'hélicité magnétique	19
2.2.2	Le transport du flux dans la zone de convection	20
2.2.2.1	La poussée d'Archimède	20
2.2.2.2	Une nécessaire hélicité magnétique	21
2.3	Le modèle classique d'émergence	23
2.3.1	La formation des régions actives	23
2.3.2	Les problèmes du modèle d'émergence en Ω	27
2.3.3	Résultats de simulations numériques d'émergence non résistive	27
2.4	Les questions étudiées dans cette thèse	30
3	Mécanismes d'émergence résistive du champ magnétique	33
3.1	Des observations à expliquer	34
3.1.1	Des signatures d'ondulation des tubes de flux	34
3.1.1.1	Structures en bandes parallèles dans les cartes de vitesse Doppler	34
3.1.2	Les bombes d'Ellerman	37
3.1.2.1	Description	37
3.1.2.2	Origine	39
3.2	Reconnexion et topologie magnétique	41
3.2.1	Points nuls et séparatrices	41
3.2.2	La reconnexion au niveau d'un "Bald Patch"	44
3.3	Le modèle d'émergence résistive	46
3.3.1	De nouvelles observations avec <i>Flare Genesis Experiment</i>	46

3.3.2	Résumé de mes travaux: (A.1, B.1, B.2, B.3, B.4, B.8, C.1, C.2)	48
3.3.2.1	Preuves observationnelles d'une émergence par reconnexion	48
3.3.2.2	Article (A.1): Resistive emergence of undulatory flux tubes	53
	(A.1): Resistive emergence of undulatory flux tubes	53
3.3.3	Extension de mon travail: (A.6, C.3)	68
3.3.3.1	De nouvelles observations avec THEMIS	68
3.3.3.2	Bombes d'Ellerman en Ca II?	69
3.3.4	Simulations d'émergence résistive	72
3.4	La reconnexion au niveau des quasi-séparatrices	75
3.4.1	Définition et propriétés d'une quasi-séparatrice	75
3.4.2	Résumé de mes travaux: (A.3, C.5, C.6)	77
3.4.2.1	Formation d'une nappe de courant au niveau d'une QSL	78
3.4.2.2	Article (A.3): Current sheet formation in quasi-separatrix layers and hyperbolic flux tubes	80
	(A.3): Current sheet formation in quasi-separatrix layers and hyperbolic flux tubes	80
4	L'hélicité magnétique	99
4.1	Introduction à l'hélicité magnétique	100
4.1.1	Définitions	100
4.1.1.1	Les hélicités magnétique, cinétique et de courant	100
4.1.1.2	Nombre de liens	101
4.1.1.3	Hélicité propre et hélicité mutuelle	102
4.1.2	Hélicité relative	103
4.1.2.1	Invariance de jauge	103
4.1.2.2	Définition de l'hélicité relative	103
4.1.2.3	Hélicité du champ potentiel	105
4.1.3	Évolution de l'hélicité	105
4.1.3.1	Dissipation	106
4.1.3.2	Flux d'hélicité	109
4.1.4	L'hélicité magnétique et la reconnexion	109
4.1.4.1	Le principe de Woltjer-Taylor	109
4.1.4.2	Annihilation d'hélicité	111
4.2	L'hélicité magnétique dans l'atmosphère solaire	111
4.2.1	L'injection d'hélicité dans l'atmosphère solaire	112
4.2.1.1	Mesure du flux d'hélicité	112
4.2.1.2	Biais de la LCT	114
4.2.1.3	Origine de l'injection d'hélicité	115
4.2.1.4	Mesure de l'injection d'hélicité dans la couronne	116
4.2.1.5	Simulation de l'injection d'hélicité	117
4.2.2	L'hélicité magnétique dans la couronne	119
4.2.3	L'hélicité magnétique dans les nuages magnétiques	121
4.2.4	L'hélicité et l'origine des éjections de masse coronales	123
4.2.4.1	Application du principe de conservation	123
4.2.4.2	Déclenchement des CMEs et seuil en hélicité	125

4.3	Densités de flux d'hélicité	128
4.3.1	La définition classique et ses biais	128
4.3.2	Résumé de mes travaux: (A.2)	129
4.3.2.1	Nouvelles définitions	129
4.3.2.2	Article (A.2): Photospheric Flux density of magnetic helicity	130
	(A.2): Photospheric Flux density of magnetic helicity	130
4.3.3	Résumé de mes travaux: (A.5, B.5, B.6, C.4)	146
4.3.3.1	Applications aux observations	146
4.3.3.2	Article (A.5): What is the spatial distribution of magnetic helicity injected in a solar active region? 146	
	(A.5): What is the spatial distribution of magnetic helicity injected in a solar active region?	158
4.3.4	Conséquences de mes travaux sur la densité de flux d'hélicité . .	158
4.4	Hélicité magnétique mutuelle	160
4.4.1	Hélicité et inductance	160
4.4.2	Résumé de mes travaux: (A.4)	161
4.4.2.1	Mesure de l'hélicité mutuelle	161
4.4.2.2	Article (A.4): Basic properties of mutual magnetic helicity	162
	(A.4): Basic properties of mutual magnetic helicity	162
5	Conclusions et perspectives	189
	Bibliographie	193
	Annexes	205
A	Liste de publications	205
B	Contribution 35ème COSPAR	209
	(B.8): Emergence of undulatory magnetic flux tubes by small scale reconnections	209
C	Revue invitée colloque franco-chinois	215
	(B.6): Helicity in active regions: theory and measurements .	215
D	Flare Genesis Experiment	225
E	Bases de la MHD	229
E.1	L'approximation magnétohydrodynamique	229
E.2	Équations de bases de la MHD	230
E.2.1	Équations de Maxwell	230
E.2.2	Équations de conservation	230
E.2.2.1	Force de Lorentz	231
E.2.2.2	Paramètre β du plasma	232
E.2.3	Loi d'Ohm et équation de l'induction	232
E.3	Lignes et tubes de flux magnétiques	233

E.4 Théorème du Gel	234
F Méthodes d'extrapolation	237
F.1 L'hypothèse du champ sans force	237
F.2 Le code numérique	238
G L'instabilité de Rayleigh-Taylor magnétique	243
Table des Figures	247
Table des Matières	249
Abstract	253
Résumé	254



Coucher de soleil sur un lac; **William Turner**
 1840, Huile sur toile, 91 x 122.5 cm
 Londres, Tate Gallery.

Abstract

My PhD in solar physics is related to the mechanisms of emergence into the solar atmosphere, of two fundamental quantities playing key roles in solar activity: magnetic flux and magnetic helicity. A crucial phase in the emergence process of the magnetic field, which is generated and amplified in the solar interior, is its passage through the solar photosphere, a transition region between the solar interior and atmosphere, which have very different dynamics.

The first part of my work provided new answers to questions unsolved by the classical scenario of emergence. I have analyzed multi-wavelength and multi-instrument observations (*Flare Genesis Experiment*, *SoHO*, *THEMIS*, *TRACE*, *Yohkoh*) of an emerging active region in addition to a linear force free extrapolation method. I demonstrated that during the emergence process, magnetic flux tubes do not emerge with the large Ω shape that they assume in the upper atmosphere, but rather with a flat undulated shape. I have also found that small scale liberation of energy, due to magnetic reconnection events, is intrinsic to this emergence process. These reconnection events explain the numerous brightenings, called Ellerman bombs, characteristic features of emerging active regions.

In the second part, using a 3D magnetohydrodynamic numerical simulation, developed by G. Aulanier, I studied the mechanism of magnetic reconnection and in particular the formation of current layers. I investigated the link between the build-up of these current layers and the location of regions of strong variations of magnetic connectivity, called quasi-separatrix layers. The simulation showed that any photospheric motion generates intense and narrow current layers along quasi-separatrix layers, which provided a generalisation of the models of current sheet formation along separatrices.

Twist, writhe and shear are geometrical properties of the magnetic field which are strongly involved in several solar phenomena such as coronal mass ejections (CMEs) and flares. Magnetic helicity is a topological measure of these quantities. It is believed to be a conserved quantity for solar conditions. Since helicity is not dissipated, it must be ejected, presumably via CMEs, which, indeed, are observed to contain large amounts of magnetic helicity. Recently, an indirect method to estimate the helicity flux through the photosphere has been successfully applied to observations. In the third part of my work, I demonstrated that the classical definition of helicity flux density is biased and proposed a more accurate definition. I applied my new definition to observations of active regions and showed that the photospheric injection pattern of magnetic helicity is unipolar and homogenous. Helicity flux density maps thus define new constraints on CMEs and flare models, as on the physics of flux tubes in the sub-photospheric region.

Finally, a direct method to determine magnetic helicity in the solar atmosphere has been developed. This analytical method is based on the computation of mutual helicity between paires of coronal flux tubes. This new method will be applicable with the forthcoming space missions, STEREO, Solar-B and SDO, and should be highly useful for forecasting catastrophic solar events.

Keywords: Sun - Magnetohydrodynamics - Magnetic helicity - 3D magnetic topology - Magnetic reconnection - Coronal mass ejections.

Résumé

Mon travail de thèse s'est concentré sur les mécanismes d'émergence du champ magnétique et sur l'étude de l'injection de l'hélicité magnétique. Le champ magnétique, généré et intensifié au sein de l'intérieur solaire, est transporté vers l'atmosphère solaire. La traversée de la photosphère, couche de transition brusque entre deux milieux de dynamique fort différente, est une étape critique pour l'émergence du champ magnétique.

La première partie de mon travail a permis d'apporter des solutions aux problèmes rencontrés par le modèle classique d'émergence photosphérique du champ magnétique. La confrontation d'observations multi-longueurs d'ondes et multi-instruments (*Flare Genesis Experiment*, *SoHO*, *THEMIS*, *TRACE*, *Yohkoh*) et l'utilisation d'une méthode de reconstruction tridimensionnelle du champ magnétique coronal, a mis en évidence l'existence d'une géométrie bien précise du champ magnétique. Au niveau d'une région d'émergence, j'ai montré que les tubes de flux sont ondulés dans la région photosphère/chromosphère, et non en forme de Ω comme supposé précédemment. Mes travaux ont également mis en avant l'importance du mécanisme de reconnexion magnétique. L'émergence des tubes de flux magnétique se fait de façon résistive, par de multiples reconnexions à petite échelle spatiale, expliquant les nombreux points brillants chromosphériques observés : les bombes d'Ellerman.

Dans une seconde partie de ma thèse, une simulation numérique magnétohydrodynamique, utilisant le code développé par G. Aulanier, m'a permis d'étudier le lien entre la topologie du champ magnétique et le mécanisme de déclenchement des reconnexions magnétiques. La simulation a montré que des mouvements photosphériques entraînent génériquement la formation de nappes de courant au niveau des régions de variation forte de la connectivité magnétique, les quasi-séparatrices. J'ai ainsi généralisé le modèle de formation des nappes de courant au niveau des séparatrices.

D'autres caractéristiques de la configuration du champ magnétique, la torsion et le cisaillement magnétique sont au coeur de plusieurs phénomènes solaires tels que les éruptions et les éjections de masse coronales (CMEs). Ces grandeurs physiques sont quantifiées par une quantité nommée l'hélicité magnétique. L'hélicité coronale est estimée principalement via son flux photosphérique. Le troisième volet de mon travail a consisté à faire une étude analytique, puis une modélisation numérique, afin de définir plus correctement la densité photosphérique de flux d'hélicité. L'application de cette nouvelle méthode à des observations de régions actives a montré que l'injection photosphérique d'hélicité est unipolaire et relativement homogène. Ce type de mesures permet à la fois de contraindre les modèles des phénomènes coronaux, éruptions et CMEs, mais aussi la physique des tubes de flux dans la région sous-photosphérique et lors de leur traversée de la photosphère.

Ces résultats m'ont alors amené à mettre au point une nouvelle méthode d'estimation de l'hélicité coronale, plus directe, ne faisant pas appel au flux photosphérique d'hélicité. Elle consiste à calculer l'hélicité mutuelle des couples de tubes de flux coronaux. Cette nouvelle approche, analytique à ce jour, pourra être appliquée aux observations des futures missions spatiales, STEREO, Solar-B et SDO, et être utilisée pour les prédictions d'événements catastrophiques.

Mots Clefs : Soleil - Magnétohydrodynamique - Hélicité magnétique - Topologie magnétique tridimensionnelle - Reconnexion magnétique - Éjections de masse coronales.